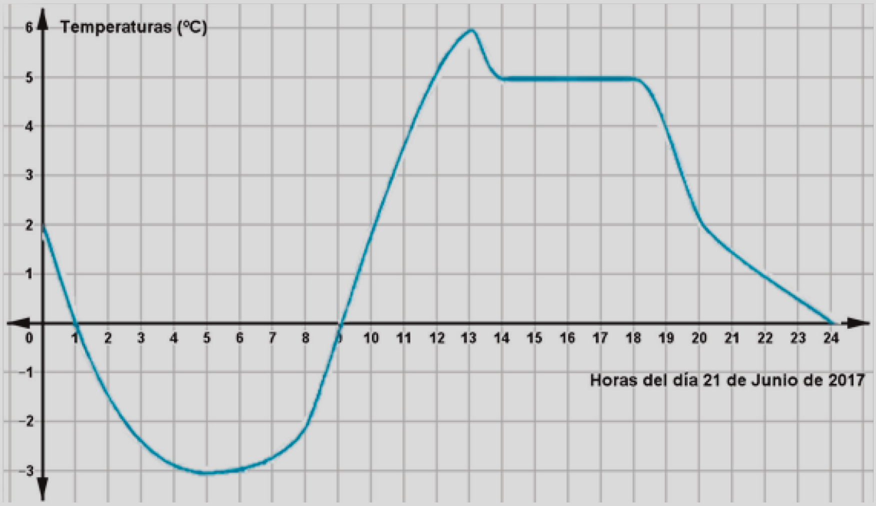
CAPÍTULO 3

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE FUNCIONES Y ECUACIONES

En una estación meteorológica se registraron las temperaturas del 21 de junio de 2017 durante todo el día. La estación tiene un sensor que registra valores cada 1 segundo y, mediante un software, proporciona el siguiente gráfico:



¿Qué variables se relacionan? ¿Cómo caracterizarían esa relación?

¿CUÁNDO DECIMOS QUE UNA RELACIÓN ENTRE VARIABLES ES FUNCIÓN?

Una **función** es una relación entre dos o más variables. Nos abocaremos a recordar aquellas que sólo involucran dos: una variable independiente y una dependiente, a las que generalmente identificamos con las letras x e y respectivamente. Esta relación, en particular, asigna a cada valor de x un único valor de y.

Esta noción es uno de los conceptos matemáticos más utilizados por otras disciplinas para modelizar situaciones.
Pueden expresarse mediante tablas, gráficas o fórmulas.

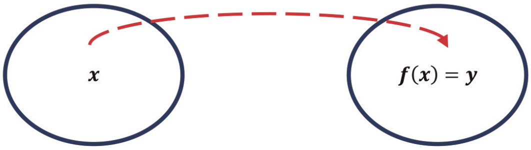
Por convención, cuando graficamos en coordenadas cartesianas, ubicamos la variable independiente x en el eje horizontal (o de las abscisas) y la variable dependiente y en el eje vertical (o de las ordenadas). Por lo tanto, la función queda representada por todos los puntos o pares ordenados $(x; y)$ que cumplen con esa relación, donde x es el valor de la primera coordenada del punto, e y, el de la segunda.

Generalmente, anotamos una **función real** $f(x)$ mediante los símbolos:

$$f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

Una función real es una relación que asocia a cada número real x un único número real $f(x)$.

Interpretamos que la función f "sale" o toma valores del conjunto D (valores reales) y "llega" al conjunto $\mathbb{R}$ o produce valores reales. ¿Qué representa el conjunto D?

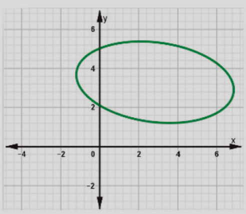


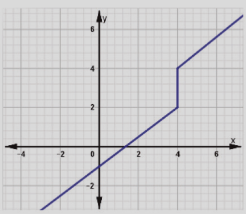
$D \subseteq \mathbb{R}$ $\qquad\qquad$ $\mathbb{R}$

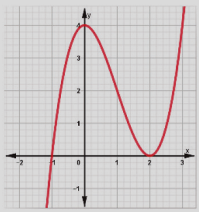
En la situación inicial, en la representación del gráfico, podemos observar que intervienen dos variables, es decir, dos magnitudes que pueden variar. Una de ellas representa las horas del día 21 de junio de 2017 (variable independiente t) y la otra, la temperatura (medida en ºC) en cada instante (variable dependiente T). Vemos, además, que a cada instante de tiempo le corresponde una única temperatura.

Asumimos que esa curva es un "modelo" de la situación que plantea el problema, por lo tanto, es una aproximación. Es decir, el sensor detecta valores cada un segundo, por lo cual la variable independiente "tiempo", en este caso, no es continua sino discreta. Entonces, desde un punto de vista estrictamente matemático, no podríamos "unir los puntos de la curva"; sin embargo, es útil hacerlo para poder visualizar mejor el comportamiento de las temperaturas durante ese día y así poder predecir aproximadamente qué ocurrió en puntos intermedios.

¿Cuáles de las siguientes gráficas representan funciones? ¿Por qué?







En la situación inicial, ¿qué valores puede tomar x? ¿Y la variable dependiente y?

ALGUNOS ELEMENTOS PARA ANALIZAR UNA FUNCIÓN

DOMINIO E IMAGEN

Cuando nos preguntamos sobre el conjunto de valores que “puede tomar” la variable independiente, estamos hablando del **dominio** de la función: son aquellos valores para los cuales la función está definida; se simboliza: $Dom\ (f)$.
El dominio es el conjunto de “salida” de la función. Denominamos al conjunto de “llegada” **codominio**. Esto es, el conjunto de todos los valores que “puede tomar” la función.
En cambio, si nos preguntamos sobre el conjunto de valores que “toma” la variable dependiente, al aplicarle la función a los elementos del dominio, estamos en presencia de su **imagen**. Se simboliza: $Im\ (f)$. Como estos valores son parte del codominio de la función, decimos que la imagen está incluida en él.

EJEMPLO

Considerando la situación inicial, la función representada es $T(t)$. Su dominio e imagen son:

$Dom\ (T) = [0; 24]$

$Im\ (T) = [-3; 6]$

Cuando se trata de una situación en contexto real, estos conjuntos suelen presentar restricciones de acuerdo con las variables que estén involucradas.

Siguiendo con la situación inicial, ¿se registró en algún momento del día una temperatura de $0^{\circ}\mathrm{C}$? Si fue así, ¿cuándo?

INTERSECCIÓN DE LA CURVA CON LOS EJES COORDENADOS

Decir que la temperatura registrada fue de $0^{\circ}\mathrm{C}$ es pensar para qué valores de t la función T toma el valor cero; es decir, en qué valores de x la curva que la representa interseca (corta) al eje de las abscisas. ¿Qué significa esto?
Estudiar la **intersección** de la gráfica de una función **con el eje *x*** es determinar **para qué valores de *x*** se cumple que $f(x) = 0$. En otras palabras, es preguntarnos sobre los valores del dominio que anulan la función. Se denomina a estos valores **raíces o ceros** de la función. Y a su conjunto se lo simboliza C^{o}. ¿Cuánto vale la coordenada *y* de este punto?
Pensemos ahora qué sucede con la **intersección** de una curva **con el eje de las ordenadas.** Se denomina a este punto de intersección **ordenada al origen** de la función. ¿Cuánto vale la coordenada x de este punto?

En síntesis,

CORTES DE f CON LOS EJES COORDENADOS	
RAÍCES O CEROS	$f(x) = \mathbf{0}$
ORDENADA AL ORIGEN	$f(\mathbf{0}) = y$

EJEMPLO

Los valores del $Dom\ T(t)$ que anulan la función son $t_1 = 1$ y $t_2 = 9$. Es decir que el día 21 de junio de 2017 se registraron temperaturas de 0^oC en dos momentos, a la 1 y a las 9 de la mañana.
La ordenada al origen de $T(t)$ es $T = 2$. A las 0 hs del día 21 de junio de 2017 se registró una temperatura de 2^oC.
Podemos escribir estos elementos como puntos porque representan intersecciones de la curva con los ejes coordenados:

Raíces $(1; 0)$ y $(9; 0)$ Ordenada al origen $(0; 2)$

Y a su vez, podemos escribir el conjunto de los ceros: $C^o = \{ 0; 9 \}$.

Durante el día 21 de junio de 2017, ¿hubo temperaturas por debajo de los 0^oC? ¿Y por encima? De haber sido así, ¿entre qué horas del día sucedieron tales acontecimientos?

CONJUNTOS DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD

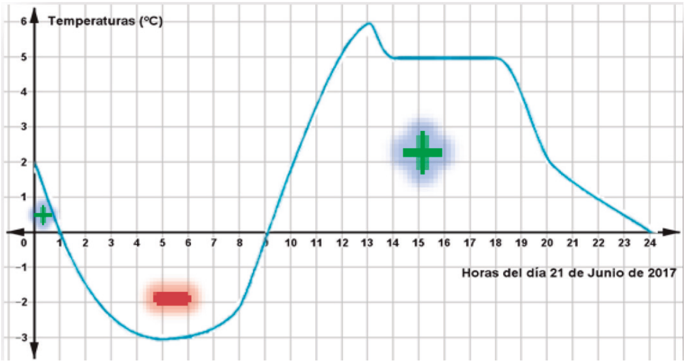
Analizar si la gráfica de la función está por debajo o encima del eje es establecer para qué valores del dominio la función es positiva y para cuáles es negativa.
Se denomina al conjunto de todos los valores del dominio para los que la función es positiva **conjunto de positividad,** y al conjunto de todos los valores del dominio para los que la función es negativa, **conjunto de negatividad.** Se denotan respectivamente: C^+ y C^-. En símbolos:

$$C^+ = \{\forall x \in Dom\, f \,/\, f(x) > 0\} \qquad C^- = \{\forall x \in Dom\, f \,/\, f(x) < 0\}$$

EJEMPLO

Entre la 1 hs y las 9 hs del día 21 de junio de 2017 se registraron temperaturas por debajo de los 0^oC. Y el resto del día se registraron temperaturas por encima de los 0^oC. En símbolos:

$$C^- = (1; 9) \qquad C^+ = [0; 1) \cup (9; 24)$$



A partir de este ejemplo, podemos observar que la unión entre C^{-}, C^{0} y C^{+} conforma el dominio de la función.

¿Se registraron aumentos en la temperatura? ¿Y disminuciones? Si fue así, ¿entre qué horas del día sucedieron?

INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

Otros elementos que podemos analizar de una función son los **intervalos de crecimiento** ($\mathbf{I}^{\uparrow}$) y de **decrecimiento** ($\mathbf{I}^{\downarrow}$). ¿Recuerdan cómo se obtienen?
Si a medida que aumenta la variable independiente también lo hace la variable dependiente, decimos que la función es creciente para esos valores del dominio. En cambio, si a medida que aumenta x la variable y disminuye, decimos que la función es decreciente para esos valores del dominio.

Consideremos un intervalo $I \in Dom(f)$:

- La función $f(x)$ será creciente en I si $\forall x_1, x_2 \in I \;\; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$
- La función $f(x)$ será decreciente en I si $\forall x_1, x_2 \in I \; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$

Si $f(x)$ es creciente (o decreciente) en todo su dominio, diremos que $f(x)$ es estrictamente creciente (o decreciente).

EJEMPLO

Entre la 0 hs y la 5 hs del día 21 de junio de 2017 “bajó” la temperatura, luego “subió” desde las 5 hs hasta las 13 hs y bajó durante una hora más. A partir de las 14

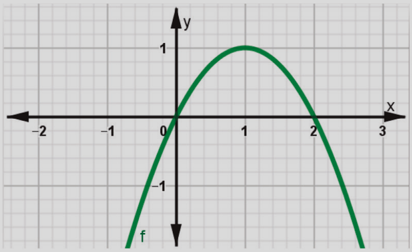
hs y hasta las 18 hs se mantuvo aproximadamente la misma temperatura, momento en el que comenzó a bajar nuevamente hasta terminar el día.
Los intervalos de crecimiento y decrecimiento para la función $T(t)$ son:

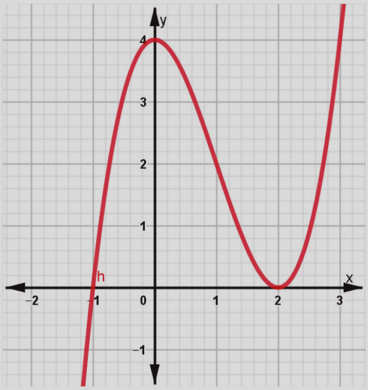
$$I^{\downarrow} = (0;5) \cup (13;14) \cup (18;24) \qquad I^{\uparrow} = (5;13)$$

¿Por qué la positividad y la negatividad, el crecimiento y el decrecimiento se escriben como intervalos abiertos o semiabiertos?

¿Qué ocurrió con la temperatura entre las 14 hs y las 18 hs del 21 de junio de 2017?

Para cada una de las siguientes gráficas, indicar:





A) DOMINIO E IMAGEN.

B) RAÍCES Y ORDENADA AL ORIGEN.

C) CONJUNTOS DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD.

¿QUÉ TIPOS DE FUNCIONES CONOCEMOS?

Existen distintas clasificaciones de las funciones de acuerdo con las características que observemos. En este curso haremos foco en una sola de estas clasificaciones.
Funciones Algebraicas. En ellas, las operaciones que afectan a la variable independiente son sumas, restas, productos, cocientes, potenciación y radicación. Ejemplo de este tipo son las *Funciones polinómicas.* ¿Conocen alguna otra función algebraica?

Funciones Trascendentes. En ellas, no podemos obtener las imágenes mediante operaciones algebraicas. Ejemplos de ellas son las *Funciones exponenciales.* ¿Recuerdan haber estudiado otra función de este tipo?
A lo largo de este capítulo y los siguientes estudiaremos estas funciones.

FUNCIONES Y ECUACIONES ALGEBRAICAS: FUNCIONES Y ECUACIONES POLINÓMICAS

En la situación inicial, entre las 18 hs y las 21 hs podemos observar un tramo en el que la temperatura no varió. ¿Recuerdan cómo se denomina una función que presenta esta característica en todo su dominio?

¿A QUÉ LLAMAMOS FUNCIÓN CONSTANTE?

Llamamos **Función Constante** o Polinómica de Grado Cero a aquellas funciones cuya expresión general es:

$$f(x) = c$$

Para todos los valores de x la función toma el valor c.

¿CUÁL ES EL DOMINIO Y LA IMAGEN DE ESTA FUNCIÓN?

El dominio serán todos los números reales y la imagen será sólo el valor c. Es decir:

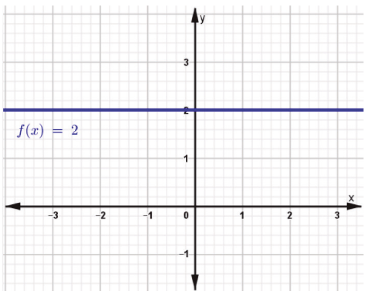
$$Dom\,(f) = \mathbb{R} \qquad Im\,(f) = \{c\}$$

¿QUÉ TIPO DE CURVA REPRESENTA GRÁFICAMENTE A ESTAS FUNCIONES?

La curva que la representa gráficamente es una **recta paralela al eje x.**

EJEMPLO

$$f(x) = 2$$



Para todos los valores del dominio, es decir, de la variable independiente , la función toma el valor.

El costo de la bajada de bandera en una empresa de remises está fijado en $16,50. Y se sabe que, por cada 100 m recorridos, se adicionan $2,50. Si se pretende programar los relojes con una fórmula que permita calcular el costo de un viaje determinado, ¿cómo podríamos establecerla?

¿A QUÉ LLAMAMOS FUNCIÓN LINEAL?

Llamamos **Función Lineal** o Polinómica de Primer Grado a aquellas funciones cuya expresión general es:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

¿Por qué se denominará polinómica de primer grado?

Los coeficientes principal e independiente de la función lineal reciben el nombre de **pendiente** y **ordenada al origen,** respectivamente.

¿Qué valores pueden tomar los coeficientes a y b?

EJEMPLOS

Los siguientes son ejemplos de funciones lineales, ¿podrían determinar el valor de la pendiente y el de la ordenada al origen?

$f(x) = 2x + 3$ $\quad g(x) = -\frac{1}{2}x$ $\quad h(x) = \frac{3}{5}x - 0{,}75$ $\quad i(x) = \sqrt{2} - x$

La expresión que permite calcular el costo de un viaje de la empresa de remises es la función lineal $C(x) = 2{,}5\ x + 16{,}5$ ¿Cuáles son las variables que intervienen y qué valores pueden tomar?

¿CUÁL ES EL DOMINIO Y LA IMAGEN DE UNA FUNCIÓN LINEAL?

Tanto el dominio como la imagen de estas funciones son todos los reales. Es decir:

$$Dom\ (f) = \mathbb{R} \qquad Im\ (f) = \mathbb{R}$$

¿Podrían representar gráficamente la función $C(x)$? ¿Recuerdan cómo?

¿CÓMO REPRESENTAMOS GRÁFICAMENTE UNA FUNCIÓN LINEAL?

La representación gráfica de este tipo de funciones es la **recta.** Su ecuación explícita es:

$$y = a \cdot x + b$$

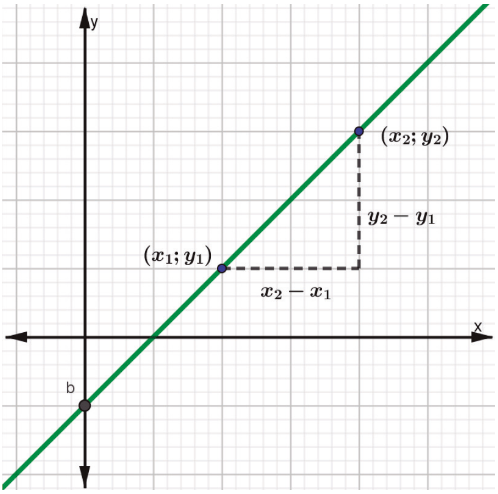
donde a es la pendiente de la recta y b la ordenada al origen.

¿Qué representan los valores de a y b en la gráfica?

Se define la pendiente como la razón entre la variación sobre el eje y y la variación sobre el eje x. En símbolos, siendo $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$ dos puntos pertenecientes a la recta:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

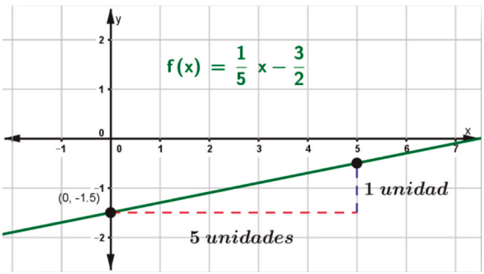
Gráficamente,



EJEMPLO

Si queremos graficar la recta $f(x) = \frac{1}{5}x - \frac{3}{2}$, primero identificamos en la ecuación la ordenada al origen $-\frac{3}{2}$ y la marcamos en la gráfica.

A partir de ella, marcamos un segundo punto de la recta "moviéndonos" según nos indica la pendiente $\frac{1}{5}$. Es decir, nos movemos 5 unidades hacia la derecha y subimos 1 unidad.



Finalmente, trazamos la recta uniendo la ordenada al origen y el segundo punto.

En el ejemplo la pendiente es positiva, ¿qué podemos decir de la recta? ¿Y si fuese negativa?

La pendiente de la recta nos anticipa si esta es **creciente o decreciente**. Es decir,

Si $a > 0$ la recta es creciente. Si $a < 0$ la recta es decreciente.

Volvamos al problema del remis. Sabemos que en la expresión $C(x)$ la ordenada al origen es $16{,}5$. Por lo tanto, su gráfica intersecará al eje y en el punto $(0;\ 16{,}5)$. ¿Podrían determinar en qué punto intersecará al eje x? Interpreten ese punto en el contexto del problema.

¿CÓMO DETERMINAMOS LA RAÍZ DE UNA FUNCIÓN LINEAL?

En la sección *Intersección de la curva con los ejes coordenados* (página 61), mencionamos que, para determinar los ceros o raíces de una función, debemos igualar ésta a cero, es decir, determinar para qué valores de x o del dominio se cumple que $f(x) = 0$. Plantear esta expresión es resolver una **ecuación lineal**. La ecuación de la recta es una ecuación lineal, ¿por qué?

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucra una o más variables, llamadas **incógnitas.**

¿Cuándo decimos que un valor es solución de la ecuación? Cuando al reemplazar el valor de la incógnita por uno específico se cumple o satisface la igualdad, entonces es solución de la ecuación. Se denomina al conjunto de todos estos valores **conjunto solución** (CS).

En particular, si la igualdad presenta alguna de las formas:

$$a \cdot x + b = c$$

donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$, o cualquier equivalente a una de esta forma, decimos que se trata de una ecuación lineal.

EJEMPLO

Hallemos la raíz de la función $C(x) = 2{,}5\ x + 16{,}5$

$2{,}5\ x + 16{,}5 = 0$	Igualamos a cero.
$2{,}5\ x + 16{,}5 - 16{,}5 = 0 - 16{,}5$	Restamos a ambos miembros de la igualdad 16,5
$2{,}5\ x = -\ 16{,}5$	
$(2{,}5\ x) : 2{,}5 = (-\ 16{,}5) : 2{,}5$	Dividimos ambos miembros por 2,5.
$x = -\ 6{,}6$	

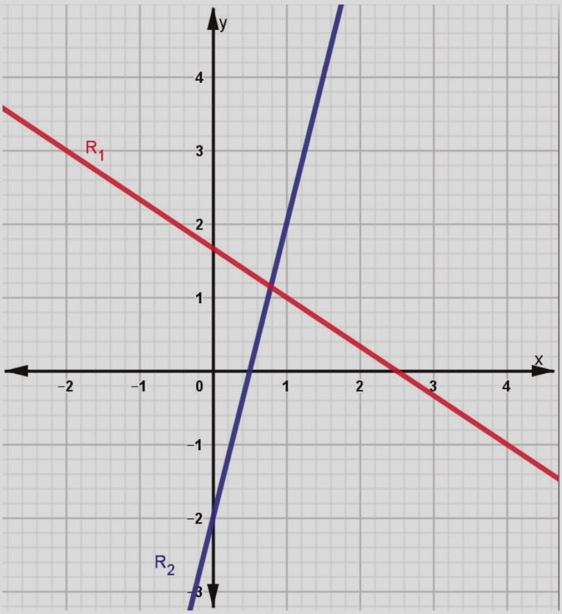
El conjunto solución de esta ecuación es $CS = \{-6{,}6\}$. Es decir que $C(x)$ tiene raíz en $x = -6{,}6$. Este valor no tiene sentido en el contexto del problema, ¿por qué?

Les proponemos resolver las siguientes ecuaciones lineales:

$$\frac{1}{5}x - \frac{3}{2} = 0 \qquad 7x + 2x = 9x - 5 \qquad \frac{1}{4}x - 3 + 0{,}25x = \frac{1}{2}x - \frac{6}{2}$$

Luego indicar el conjunto solución de cada una de ellas.

¿Cómo harían para determinar una expresión que represente a cada una de las siguientes rectas?



¿CÓMO DETERMINAMOS LA ECUACIÓN DE UNA RECTA A PARTIR DE ALGUNOS DE SUS ELEMENTOS?

• SI CONOCEMOS LA PENDIENTE Y UN PUNTO QUE PERTENECE A LA RECTA

EJEMPLO

Hallemos la ecuación de la recta que tiene pendiente $\mathbf{2}$ y pasa por el punto $(\mathbf{5; 1})$.
Sabemos que la forma general de una ecuación es: $y = a \cdot x + b$ y conocemos la pendiente $a = 2$. Entonces, $y = 2x + b$.
Si la recta pasa por el punto $(\mathbf{5; 1})$, entonces la ecuación que buscamos debe responder a ese punto, es decir, si reemplazamos el $\mathbf{5}$ en la x, debe dar como resultado $\mathbf{1}$ en la y. Este reemplazo nos permite hallar la ordenada al origen b:

$$y = 2x + b$$

$$1 = 2 \cdot 5 + b$$

$$1 - 10 = b$$

$$\boxed{\mathbf{-9 = b}}$$

Finalmente, la ecuación queda determinada de la siguiente manera: $\boxed{\boldsymbol{y = 2x - 9}}$

• SI CONOCEMOS DOS PUNTOS QUE PERTENECEN A LA RECTA

EJEMPLO

Hallemos la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(\underbrace{\mathbf{2}}_{x_1}\,;\ \underbrace{\mathbf{1}}_{y_1})$ y $(\underbrace{\mathbf{1}}_{x_2}\,;\ \underbrace{\mathbf{5}}_{y_2})$.

x	y
2 $\underbrace{1}_{2-1=1}$	1 $\underbrace{5}_{1-5=-4}$

Realizamos el cociente entre la variación en y y la variación en x para hallar la pendiente de la recta.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{1-2} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$\frac{variación\ en\ y}{variación\ en\ x} = -\frac{4}{1} = -4$$

Ahora, conociendo la pendiente de la recta, este caso se reduce al anterior, es decir, que reemplazando en la ecuación cualquiera de los dos puntos que pertenecen a la recta ya podemos determinarla por completo. Entonces, ¿cuánto vale la ordenada al origen? ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por esos dos puntos?

Les proponemos escribir una ecuacion de la recta, para cada uno de los casos, que cumpla con las condiciones dadas

- Su ordenada al origen es 6 y pasa por el punto $(–1;3)$.
- Pasa por los puntos $(–1;3)$ y $(4;1)$.

¿Podrían decidir cómo son entre sí las siguientes rectas?

$$R: y = 7x + 1 \qquad S: y = -\frac{1}{7}x - 8 \qquad T: y = 7x - \frac{5}{6}$$

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

- Dos o más rectas son **paralelas** (II) *si y sólo si sus pendientes son iguales.* ¿Qué ocurre si las ordenadas también coinciden?
- Dos rectas son **perpendiculares** ($\perp$) *si y sólo si sus pendientes son inversas y opuestas.* ¿Qué ocurre si las ordenadas también coinciden?

Los invitamos a responder las siguientes preguntas:

¿Cuál será la pendiente de una recta M perpendicular a la recta $S: y = -\frac{1}{3}x + 1$?

¿Cuál será la ecuación de una recta N paralela a S y que pase por el punto $(0;–3)$?

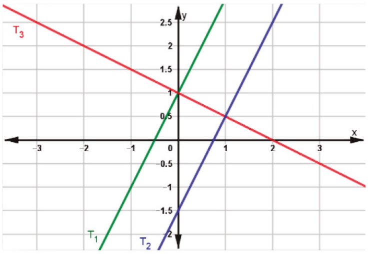
EJEMPLO

Consideremos las gráficas de las siguientes rectas en un mismo sistema de ejes coordenados:

$T_1: y = 2x + 1$

$T_2: y = 2x - \frac{3}{2}$

$T_3: y = -\frac{1}{2}x + 1$



Consideremos las gráficas de las siguientes rectas en un mismo sistema de ejes coordenados:
Observando sus pendientes, podemos afirmar que $T_1 \parallel T_2$ y que $T_1 \perp T_3$ y también que $T_2 \perp T_3$.

Y gráficamente podemos asociar paralelismo con dos rectas que nunca van a intersecar, y perpendicularidad con dos rectas que intersecan formando entre sí un ángulo recto.

¿Cómo podrían determinar las coordenadas del punto de corte entre las rectas de la actividad de la página 69?

¿QUÉ ES UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES? ¿QUÉ BUSCAMOS AL RESOLVERLO?

Una situación que podría presentarse cuando conocemos la ecuación de dos rectas en el plano es determinar si se cortan o intersecan, y en qué punto o puntos lo hacen.
Resolver esta situación deriva en plantear un **sistema de ecuaciones lineales.** Esto es, un sistema formado por dos ecuaciones (pueden ser más) de primer grado con dos incógnitas cada una (¿cuáles son esas incógnitas?). En símbolos:

$$\begin{cases} a \cdot x + b \cdot y = e \\ c \cdot x + d \cdot y = f \end{cases}$$

donde a, b, c, d, e y f son números reales.
Resolverlo es hallar el o los puntos $P=(x_0;\ y_0)$, si existen, que satisfacen simultáneamente a ambas ecuaciones. Estos puntos conforman el **conjunto solución del sistema.**

¿CÓMO PODEMOS RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES?

Existen varios métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales; ¿recuerdan cuáles son?

MÉTODO GRÁFICO

Para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones, debemos representar ambas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos y hallar, si existe, la intersección de ambas. Este método nos permite observar una solución aproximada, ¿por qué?

MÉTODOS ANALÍTICOS

Para resolver analíticamente un sistema de ecuaciones existen varios métodos. Todos nos permiten obtener el mismo resultado; la conveniencia de uno u otro dependerá de cómo está planteado el sistema original. En este curso nos interesa recordar los siguientes:

- **Método de Sustitución:** despejamos una de las variables en una de las ecuaciones, y luego reemplazamos esta expresión en la otra ecuación para obtener, si existe, el valor de una de las incógnitas, es decir, una de las coordenadas del punto de intersección. Finalmente, reemplazamos el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra coordenada del punto.
- **Método de Igualación:** despejamos en ambas ecuaciones la misma incógnita y luego igualamos las ecuaciones obtenidas para hallar el valor de una de las incógnitas, si es que este existe. Finalmente, al igual que en el método anterior, reemplazamos este valor en cualquiera de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra incógnita.

Si tuviésemos que resolver un sistema y luego graficarlo. ¿Qué variable nos conviene despejar? ¿Por qué?

EJEMPLO

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones por un método analítico y luego graficarlo:

$$\begin{cases} 2y - 7x = 1 & (1) \\ y - \dfrac{5}{2} = -\dfrac{1}{2}x & (2) \end{cases}$$

Vamos a resolverlo analíticamente por ambos métodos.

- Por *método de sustitución*

Despejamos de la ecuación (1) la incógnita y.

$$2y - 7x = 1$$

$$2y = 1 + 7x$$

$$y = (1 + 7x) \div 2$$

$$\boxed{\boldsymbol{y = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}x}}$$

Reemplazamos la expresión obtenida de *y* en la ecuación (2) para obtener el valor de x.

$$y - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}x$$

$$\overbrace{\boldsymbol{\frac{1}{2} + \frac{7}{2}x}}^{\boldsymbol{y}} - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}x$$

$$\frac{7}{2}x + \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}}$$

Reemplazamos el valor obtenido de x en cualquiera de las ecuaciones que conforman el sistema para hallar el valor correspondiente a y.

$$2y - 7x = 1$$

$$2y - 7 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$2y = 1 + \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{9}{2} \div 2 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{y = \frac{9}{4}}}$$

$\boxed{\boldsymbol{S = \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{4}\right)}}$ Las rectas se cortan (intersecan) en este punto.

¿Podríamos haber despejado la variable x en lugar de la y al principio? ¿Por qué? ¿Cómo podemos verificar la solución del sistema?

- Por *método de igualación*

Despejamos de ambas ecuaciones la variable $\boldsymbol{y}$. El despeje de la ecuación (1) ya lo hemos realizado en el método anterior:

$$\boxed{\boldsymbol{y = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}x}}$$

Despejamos y de la ecuación (2).

$$y - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}x$$

$$\boxed{\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}}$$

Igualamos ambas expresiones obtenidas para $\boldsymbol{y}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$\frac{7}{2}x + \frac{1}{2}x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}}$$

¿Cómo determinamos el valor de $\boldsymbol{y}$?

Claramente, el punto de intersección hallado por ambos métodos es el mismo.

¿Podrían graficar el sistema anterior y mostrar que la solución coincide con la hallada analíticamente? ¿Qué tipo de sistema es? ¿Por qué?

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Los sistemas lineales pueden clasificarse en:

- **Compatibles** (SC), si tienen solución. Estos, a su vez, pueden ser:
  - Determinados (SCD), si tienen una única solución. Como en el ejemplo desarrollado anteriormente.
  - Indeterminados (SCI), si tienen infinitas soluciones. ¿Cómo son las rectas en este caso?

- **Incompatibles** (SI), si no tienen solución. ¿Qué quiere decir que no tenga solución? ¿Cómo son las rectas en este caso?

Hallar el conjunto solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = -16 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -2x + 3 \\ 3y = 5 - 6x \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y + x = 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Realizar una gráfica de cada uno mostrando que la solución hallada coincide y clasificarlos.