Práctico N° 4: Funciones y Ecuaciones cuadráticas

1 Funciones y ecuaciones cuadráticas

1) Para las siguientes funciones cuadráticas, determinen: las coordenadas del vértice, la ordenada al origen y su simétrico, las raíces y la ecuación del eje de simetría. Luego realicen la gráfica aproximada de cada función utilizando los elementos obtenidos.

a) $f(x) = -2(x-3)(x+3)$

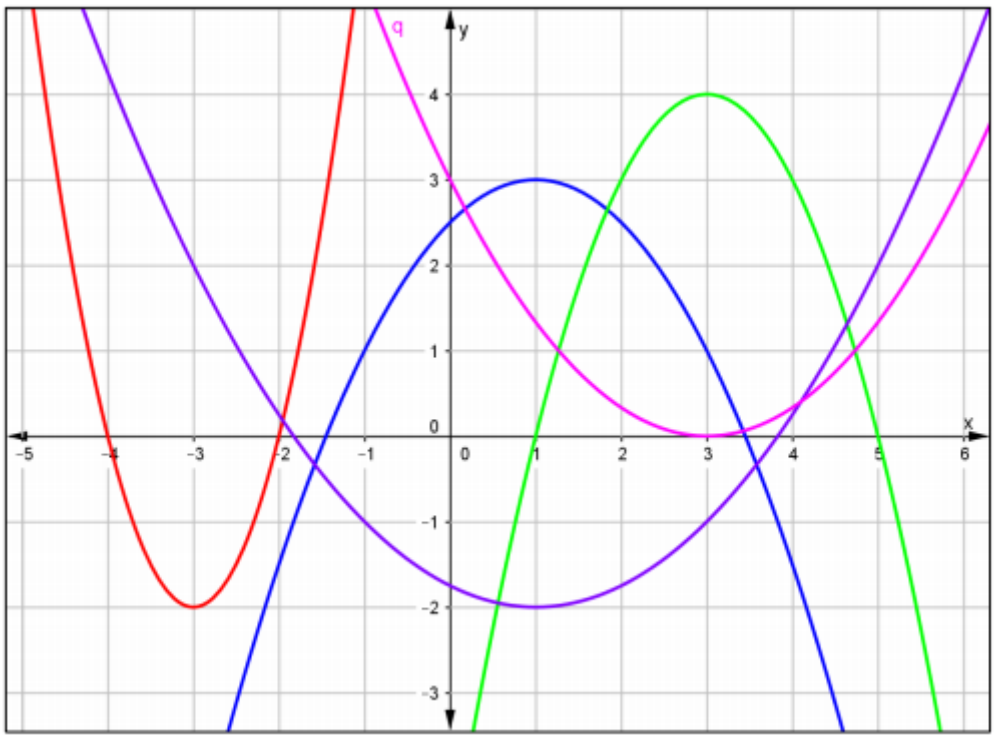
b) $h(x) = -4(x+2)^2 + 16$

c) $i(x) = 4x^2 - x + 3$

d) $k(x) = (x+5)(x-1)$

2) a) Escriban una expresión de la función cuadrática para cada una de las siguientes gráficas.

b) Usando esas expresiones calculen puntos de cada curva y muestren que coinciden con el gráfico



3) Un joven empleado, interrogado acerca de su edad, respondió:

“el doble del cuadrado de la edad que tendré dentro de cuatro años menos el cuádruple del cuadrado de la edad que tenía hace cuatro años, es el cuádruple de la edad que tendré dentro de doce años”.

¿Qué edad tiene el empleado?

4) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es igual a 265. ¿Cuáles son esos números?

5) En una región el número de hormigas con alas $H(x)$ (en millones de hormigas) depende de la lluvia caída x (en milímetros). Si la función que modeliza la situación es:

$$H(x) = 5x(14 - x)$$

a) ¿Cuántas hormigas habría si caen 10 mm de agua?

b) ¿Cuál es la cantidad de lluvia que hace máxima la población de hormigas con alas? ¿y de qué cantidad de hormigas se trata?

c) ¿Cuánto debería llover para que haya 120 millones de hormigas?

d) ¿Qué cantidad de lluvia haría que desaparezcan las hormigas?

e) ¿Para qué cantidades de lluvia la población de hormigas crece y para cuál decrece?

f) ¿Cuáles serían el dominio y la imagen de esta función en el contexto del problema?

6) En una ciudad, la temperatura máxima registrada en un día de verano fue de 33.8° C a las 12 hs. Luego se registra que a las 19 hs. la temperatura fue de 24° C. Si se considera que un modelo cuadrático se adapta a la variación de la temperatura en un día de esa ciudad:

a) ¿Cuál es la expresión que permite calcular la temperatura (en °C) en función del tiempo (en hs)?

b) ¿Qué valores podrían tomar las variables temperatura y tiempo?

c) ¿Cuál sería la temperatura a las 22 hs según este modelo?

d) ¿En algún momento del día se registra una temperatura de 0° C? De ser así, ¿cuándo?

e) ¿En qué momento la temperatura superaría los 14° C? ¿Y cuándo sería de 32°C?

7) Un automóvil parte del reposo y avanza con una aceleración constante a de $12m/s^2$. La distancia recorrida x (en metros, m) en función del tiempo t (en segundos, s) se puede modelizar con la siguiente ecuación:

$$x(t) = 6t^2$$

a) ¿Cuánto se desplazó el automóvil en 1 s? ¿Y en 5 s?

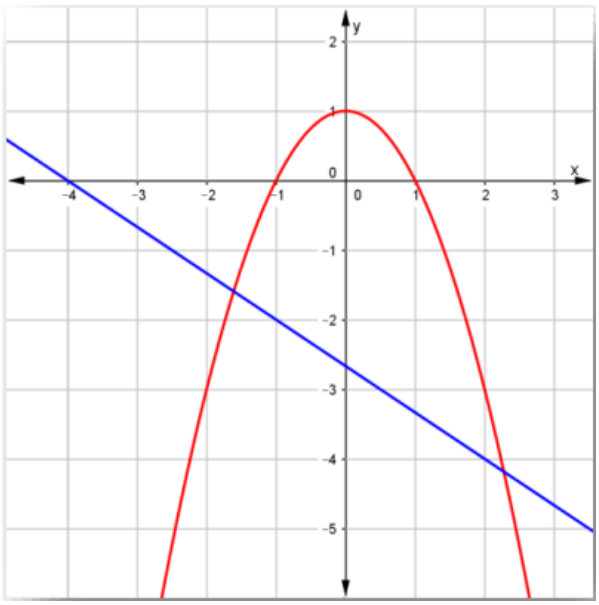
b) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer 450 m?

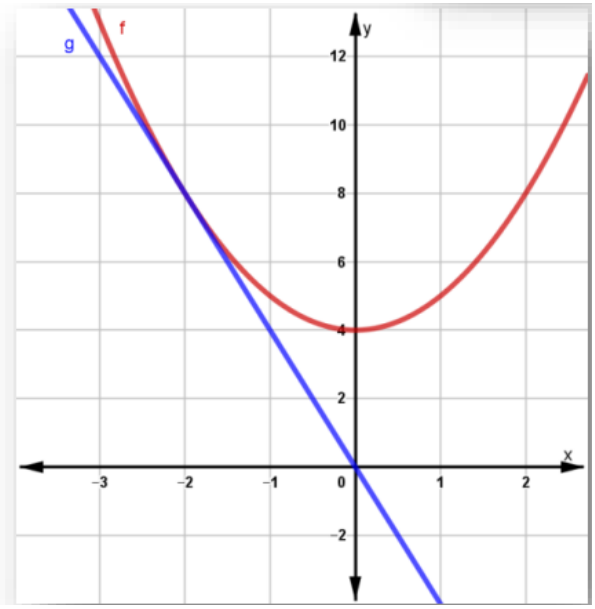
c) Representen esta función entre la distancia y el tiempo en un gráfico de coordenadas cartesianas. ¿Qué hay que tener en cuenta, en el contexto del problema, a la hora de graficar?

8) Dados los siguientes sistemas determinen, si es posible, cuántas soluciones tendrán. Luego resuelvan los siguientes sistemas de manera gráfica y analítica. Muestren que las soluciones obtenidas por ambos métodos coinciden.

a) $\begin{cases} 2x^2 + 2x - 4 = y \\ -(x+1)^2 + 3 = y \end{cases}$ b) $\begin{cases} 1 - y = x^2 \\ 2x = y - 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 2(x-2)^2 + 4 \\ y + 4x = 2x^2 - 6 \end{cases}$

9) Dados los siguientes gráficos, determinen en cada caso las ecuaciones de las curvas y los puntos de corte entre ambas. Muestren en los gráficos que los resultados coinciden.





Práctico N° 4: Funciones y Ecuaciones cuadráticas

2 Para practicar

1) Determinen de las siguientes funciones las coordenadas del vértice, la ordenada al origen y su simétrico, las raíces y la ecuación del eje de simetría. Luego realicen la gráfica aproximada de cada función utilizando los elementos obtenidos.

a) $h(x) = 2x^2 - 2x - \frac{3}{2}$

b) $m(x) = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2}$

c) $g(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6$

d) $j(x) = \frac{2}{3}(x - 3)^2 - 6$

2) Los catetos de un triángulo rectángulo difieren en $6\ m$. Si la superficie es de $67,5\ m^2$ ¿Qué longitud tienen los catetos?

3) De todos los rectángulos de perímetros $24\ m$, hallen aquel cuya superficie sea máxima.

4) A lo largo de los primeros 10 años, las ganancias de una empresa (en miles de pesos) se pueden representar mediante la siguiente función: $G(x) = (x - 2)^2 + 4$, donde x es la cantidad de años transcurridos.

a) ¿Cuál fue el capital inicial?

b) ¿Cuál fue el peor año de los 10 ?¿ Por qué?

c) ¿Cuál fue el mejor año de los ?¿Por qué?

d) ¿En algún momento la empresa tuvo pérdidas?

5) En un partido de fútbol, Gaspar pateó un tiro al arco. La pelota describió una parábola alcanzando una altura máxima de $2\ m$ y su primer pique fua a una distancia de $10\ m$ desde donde se ejecutó el tiro.

a) ¿ Cuál es la expresión correspondiente a la parábola del tiro si consideramos la altura H de la pelota en función de la distancia horizontal x desde donde Gaspar la pateó?

b) ¿Qué altura tenía la pelota a $7\ m$ de distancia desde donde se ejecutó el tiro?

c) ¿A qué distancia estará la pelota cuando alcanza una altura de $1,2\ m$?

6) Un coche que se desplazaba con una rapidez de $20\ m/s$ frena hasta detenerse. La distancia de frenado puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$x(t) = 20 \cdot t - \frac{5}{4}t^2$$

Donde x es la distancia de frenado recorrida (en metros) y t es el tiempo (en segundos):

a)¿Qué distancia recorre si tarda $8\ s$ en frenar?

b) ¿Realicen un gráfico de la situación en coordenadas cartesianas y expliquen en palabras el significado de la curva para este problema?

c) Definan el dominio y la imagen de esta función para que la fórmula de frenado tenga sentido en el contexto del problema.

7) Una piedra cae desde el techo de una torre. Si la trayectoria x que recorre la piedra (en metros) en función del tiempo transcurrido t (en segundos) se modela según la siguiente ecuación:

$$x(t) = 200 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

a) ¿A qué altura se encuentra la piedra a los $3\ s$?

b) ¿En qué momento llega al suelo?

c) ¿Cuál es la altura de la torre?

d) Realicen un gráfico de la situación en coordenadas cartesianas.

8) Se dispara un perdigón desde lo alto de una colina. La altura y alcanzada por el proyectil (en metros) en función del tiempo t se modela según la siguiente ecuación:

$$y(t) = 10 + 30t - \frac{49}{10}t^2$$

a)¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el proyectil? ¿En qué momento?

b) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?

c) ¿Cuál es la altura de la colina?

d) Grafiquen en coordenadas cartesianas. Muestren en dicha gráfica los valores calculados en los ítems anteriores. ¿A qué parámetros de la función cuadrática refieren?

9) Se arroja una pelota hacia arriba y se quiere medir cuánto tarda en caer. La altura H alcanzada (en metros) por la pelota depende del tiempo t transcurrido (en segundos):

$$H(t) = 20t - 4,9t^2$$

a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó la pelota? ¿En cuánto tiempo la alcanzó?

b) ¿En qué momento llega al suelo?

c) ¿Cuánto tarda en alcanzar una altura de 15 metros sobre el suelo?

d) Grafiquen la función en coordenadas cartesianas.

10) Dados los siguientes sistemas determinen, si es posible, cuántas soluciones tendrán. Luego resuelvan los siguientes sistemas de manera gráfica y analítica. Muestren que las soluciones obtenidas por ambos métodos coinciden.

a) $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 4 \\ 3x - 2y = -16 \end{cases}$

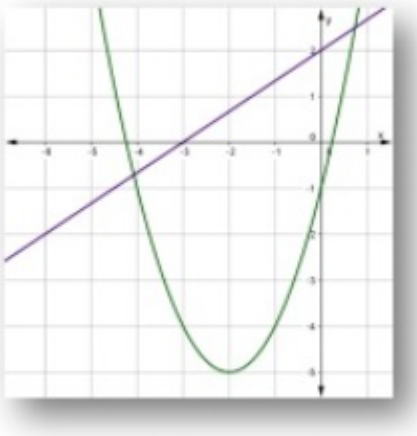
b) $\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ 4x + y = -8 \end{cases}$

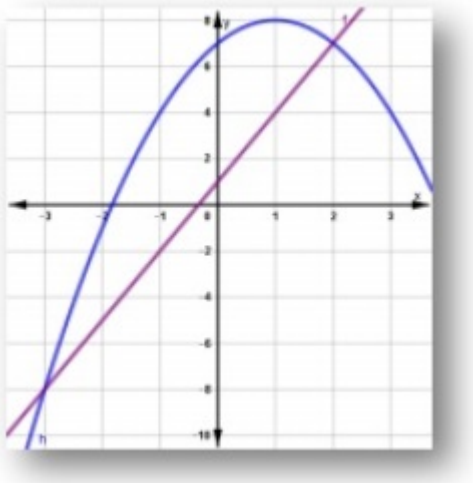
c) $\begin{cases} y - 12 = 2x^2 - 8x \\ y = -3x + 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = 3x^2 + 2x + 1 \\ -x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

11) Dados los siguientes gráficos, determinen en cada caso las ecuaciones de las curvas y los puntos de corte entre ambas. Muestren en los gráficos que los resultados coinciden.





12) Un automólvil se dirige hacia Neuquén por una ruta que tiene su origen en Buenos Aires. La distancia de dicho automóvil a la ciudad de Buenos aires puede calcularse por la ecuación:

$$D = 150 + 80t$$

Donde D es la distancia medida en kilómetros y t es el tiempo medido en horas.

Un camión transita por la misma ruta que el automóvil. Si sale a la misma hora que el automóvil, la distancia de dicho camión a la ciudad de Buenos Aires puede calcularse por la ecuación:

$$D = 95 + 30t + 5t^2$$

Donde D es la distancia medida en kilómetros y t es el tiempo medido en horas.

a) ¿Salen los dos vehículos del mismo lugar?¿ Por qué?

b) ¿Se encuentran los dos vehículos? Y en ese caso, ¿a qué distancia de Buenos Aires y en cuánto tiempo?

c) Representen la situación en un gráfico de coordenadas cartesianas

13) La velocidad de cambio V (en números de individuos sobre unidad de tiempo) de una población puede modelizarse como una función que depende de la cantidad inicial de individuos I de la población. Para una población dada se encontraron dos modelos que representan la velocidad de cambio:

MODELO 1: $V = 0,15 \cdot I$

MODELO 2: $V = 0,4 \cdot I \cdot (1 - 0,001 \cdot I)$

a) ¿En qué caso/s la velocidad de cambio es igual en ambos modelos?

b) Representen ambos modelos en el mimo sistema de ejes cartesianos. muestren que las soluciones del inciso anterior coinciden con las encontradas en el gráfico.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.