

Práctico N° 5: Funciones y ecuaciones racionales

1 Funciones y Ecuaciones Racionales

1) Respondan las siguientes preguntas, basándose en la función

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

a) ¿Qué sucede si le asignan valores positivos a x cada vez más grandes? ¿y valores de x negativos cada vez más pequeños?

b) ¿Qué sucede si le asignan valores a x cada vez más cercanos a 0 “por la derecha” (por ejemplo 0,001) y “por la izquierda” (por ejemplo -0,001)?

2) Grafiquen las siguientes funciones, de la forma $f(x) = \frac{k}{x-c} + d$ (donde k, c y $d \in \mathbb{R}$ y $k \neq 0$). Pueden ayudarse con la app de GeoGebra que se encuentra en esta página:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{-1}{x} + 1$

d) $f(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

3) Realicen un análisis completo de cada una de las siguientes funciones homográficas: dominio e imagen, asíntotas vertical y horizontal, raíz, ordenada la origen, conjuntos de positividad y negatividad, intervalo de crecimiento y decrecimiento. Luego grafiquen utilizando los elementos encontrados:

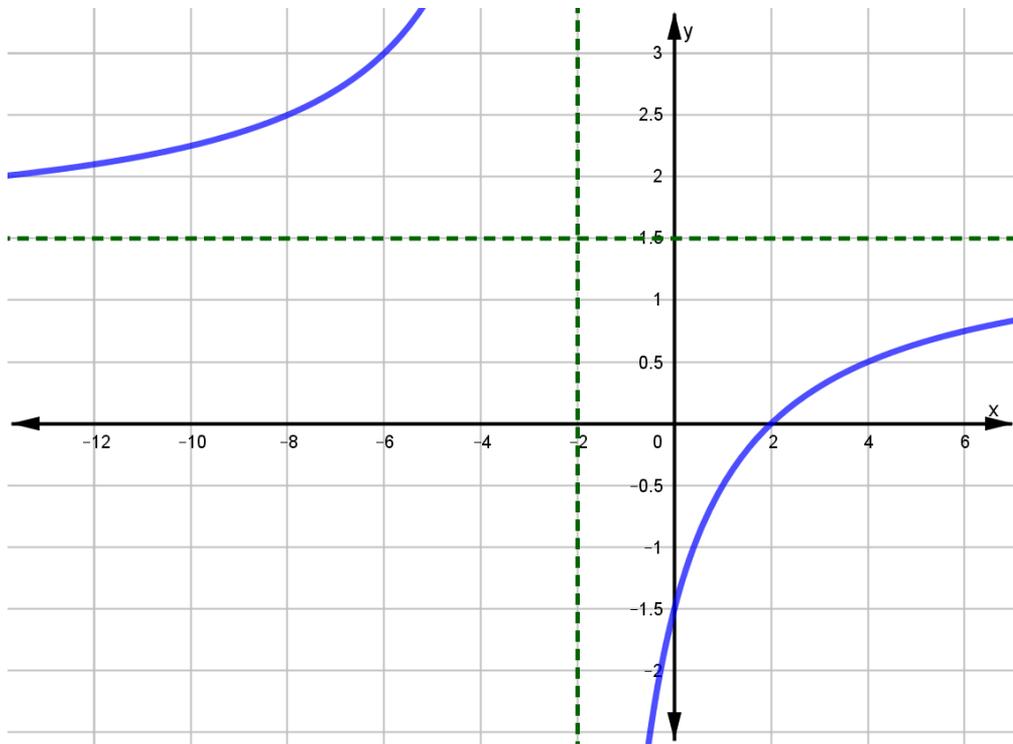
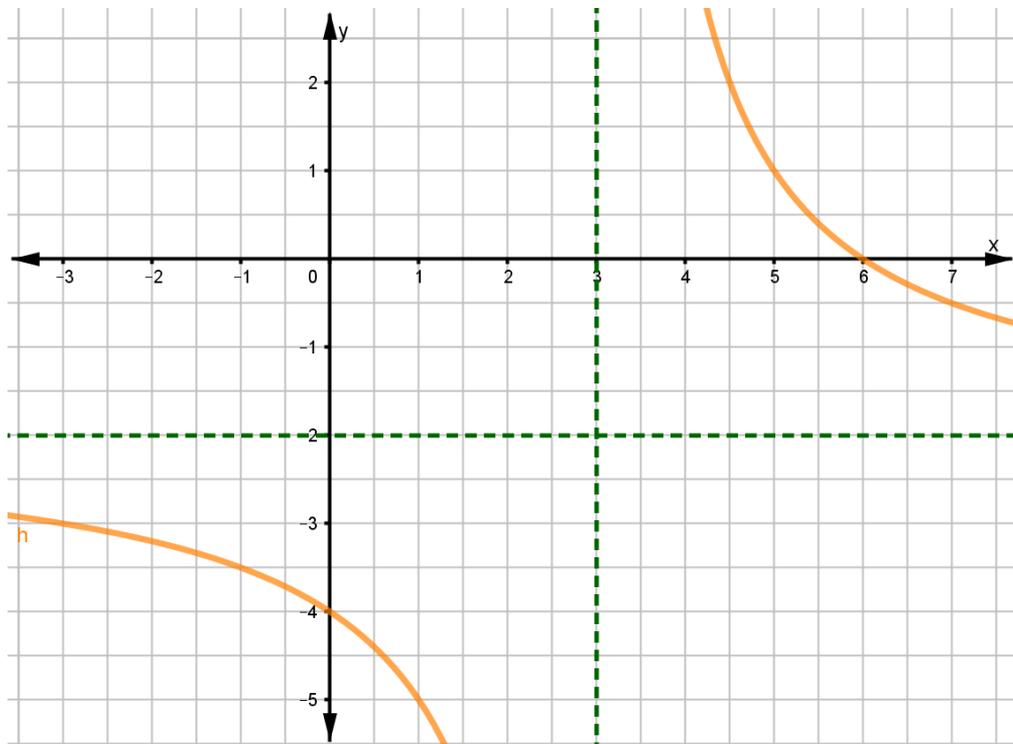
a) $h(x) = \frac{2x+4}{x-3}$

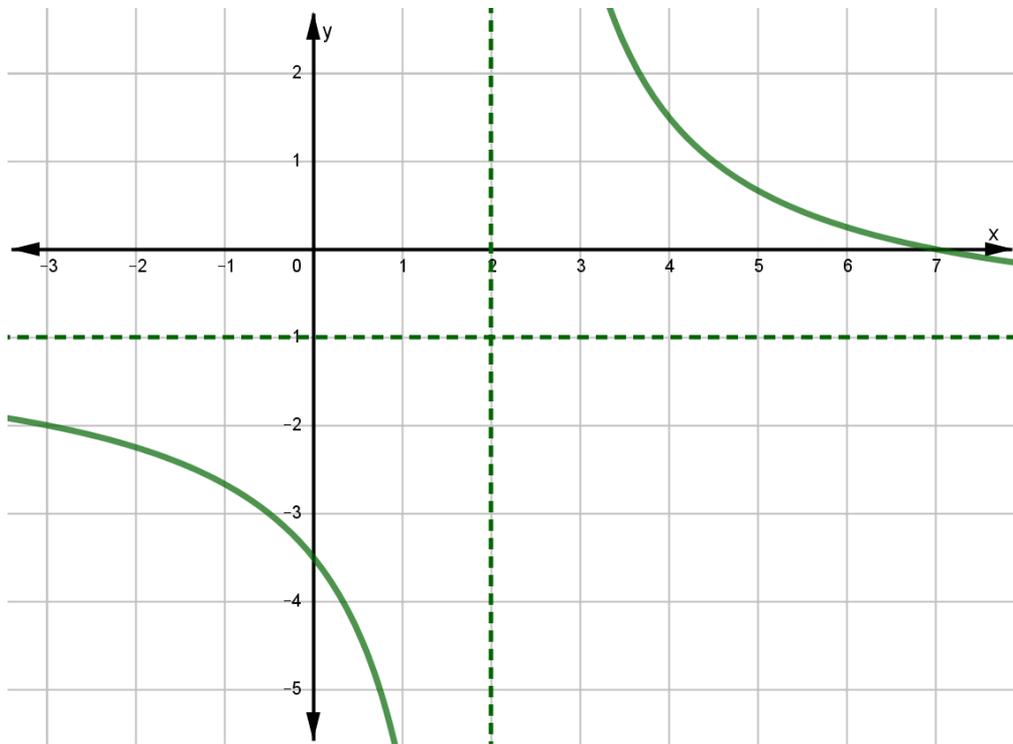
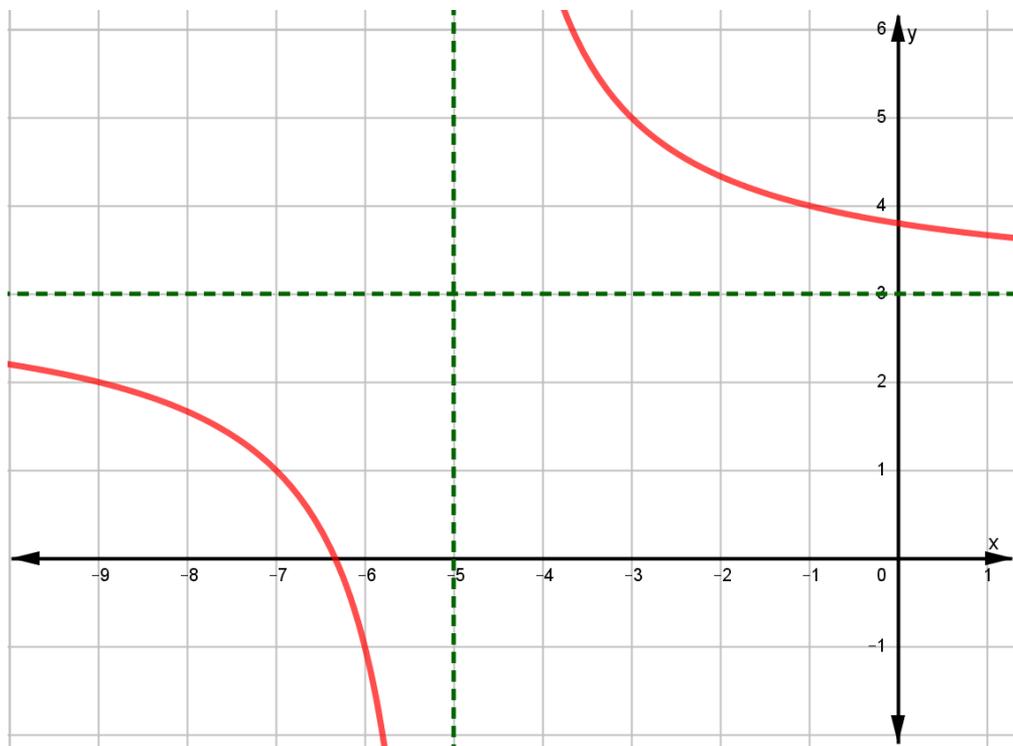
b) $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$

c) $g(x) = \frac{4-2x}{x+1}$

d) $h(x) = \frac{x+2}{4x}$

4) Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones racionales homográficas:





- a) Establecer la función racional de la forma $f(x) = \frac{k}{x+c} + d$ (donde, k, c y $d \in \mathbb{R}$ y $k \neq 0$) que se corresponde con cada gráfico. Luego, mostrar con un punto que la fórmula hallada es correcta.
- b) Establecer dominio, imagen, crecimiento o decrecimiento, conjunto de positividad y negatividad, ecuaciones de las asíntotas.
- c) Determinar en forma analítica ordenada al origen y raíz.

5) Se le agrega agua salada a un tanque que contiene agua pura, de modo que la concentración de sal c (en unidades de molaridad) a medida que pasa el tiempo t (en minutos), va cambiando aproximadamente según este modelo:

$$c(t) = \frac{t}{10t+100}$$

- a) ¿Qué sucede con la concentración de sal en el transcurso del tiempo?
- b) ¿Qué valores puede tomar t en relación con esta experiencia?
- c) Hallen la raíz de la función. ¿Qué sentido tiene para este problema?
- d) Realicen un gráfico aproximado de la función que contemple el dominio de validez definido en el inciso b)

6) Se estudian muestras de 10 gramos de suelo y se trata de determinar el contenido de humedad w (en porcentaje) en función de la masa seca s (en gramos) del suelo a partir de la función:

$$w(s) = 100 \cdot \frac{10-s}{s}$$

- a) Calculen el contenido de humedad del suelo cuando $s = 7,9gr$, $s = 9,5gr$ y $s = 10gr$.
- b) ¿Cuál será la masa seca cuando $w = 100$, $w = 50$ y $w = 0,5$?
- c) Determinen cuál es el dominio y la imagen de esta función en el contexto del problema.
- d) Realicen una gráfica aproximada en el contexto del problema.

7) Uno de los parámetros que afecta a la tasa de evaporación del agua en la superficie terrestre es la humedad específica del aire ambiente. En ciertas condiciones, la humedad específica puede calcularse con la siguiente expresión:

$$q(p) = 62,2 \cdot \frac{23,4}{p}$$

Donde q es la humedad específica (en porcentaje %) y p es la presión del aire ambiente (en hectopascales hPa). Tengan en cuenta que las presiones negativas no tienen sentido en este contexto.

- a) ¿Cuál es la humedad específica que hay en el aire ambiente cuando la presión es de 1002.3 hPa (día típico en Tandil)?
- b) ¿Qué presión medirá el servicio meteorológico si la humedad específica alcanza un valor de 32.1%?
- c) Grafiquen esta función en el contexto del problema.

Práctico N° 5: Funciones y ecuaciones racionales

2 Para Practicar

1) Dadas las siguientes funciones $f(x) = \frac{2}{x}$ y $g(x) = \frac{-3}{x}$

- ¿Qué tipo de funciones racionales son?
- Realicen un análisis completo de cada función, es decir, indiquen: Dominio, imagen, raíces, ordenada al origen, asíntota vertical y asíntota horizontal.
- Grafiquen las funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos.
- Indiquen intervalos de crecimiento y decrecimiento, conjuntos de positividad y negatividad.
- ¿Qué diferencia observan en los gráficos? ¿Qué relación tiene con el parámetro k de cada expresión? Escriban conclusiones.

2) Realicen un análisis completo de cada una de las siguientes funciones racionales, indiquen: dominio e imagen, asíntotas vertical y horizontal, raíz, ordenada la origen, conjuntos de positividad y negatividad, intervalo de crecimiento y decrecimiento. Luego grafiquen utilizando los elementos encontrados:

a) $f(x) = \frac{3}{x}$

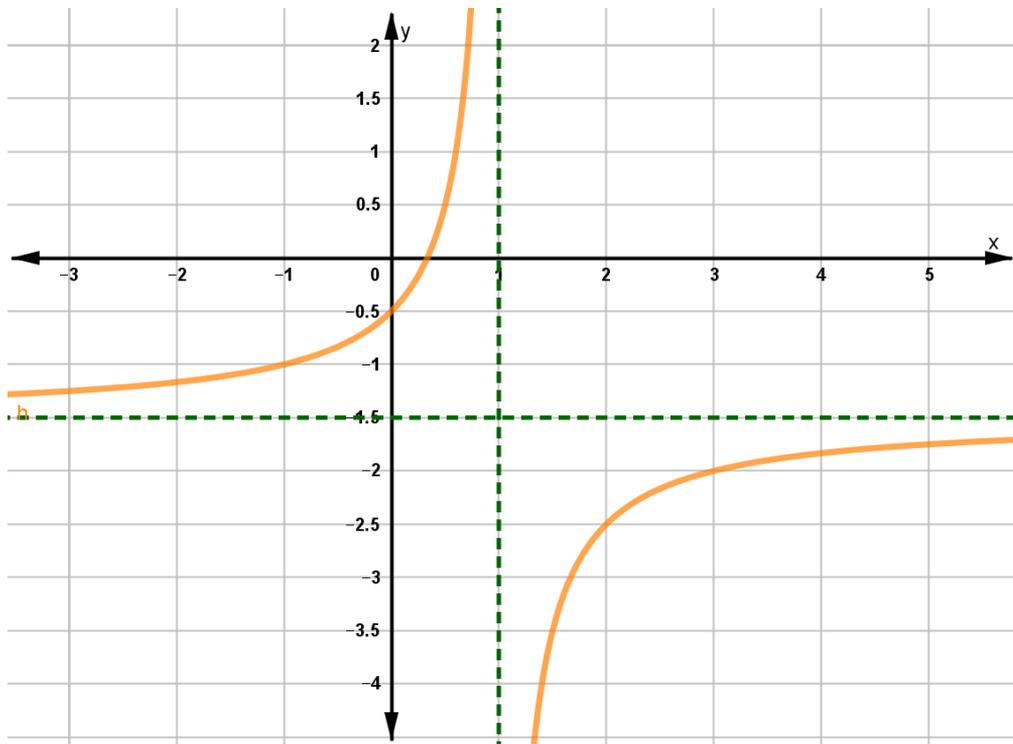
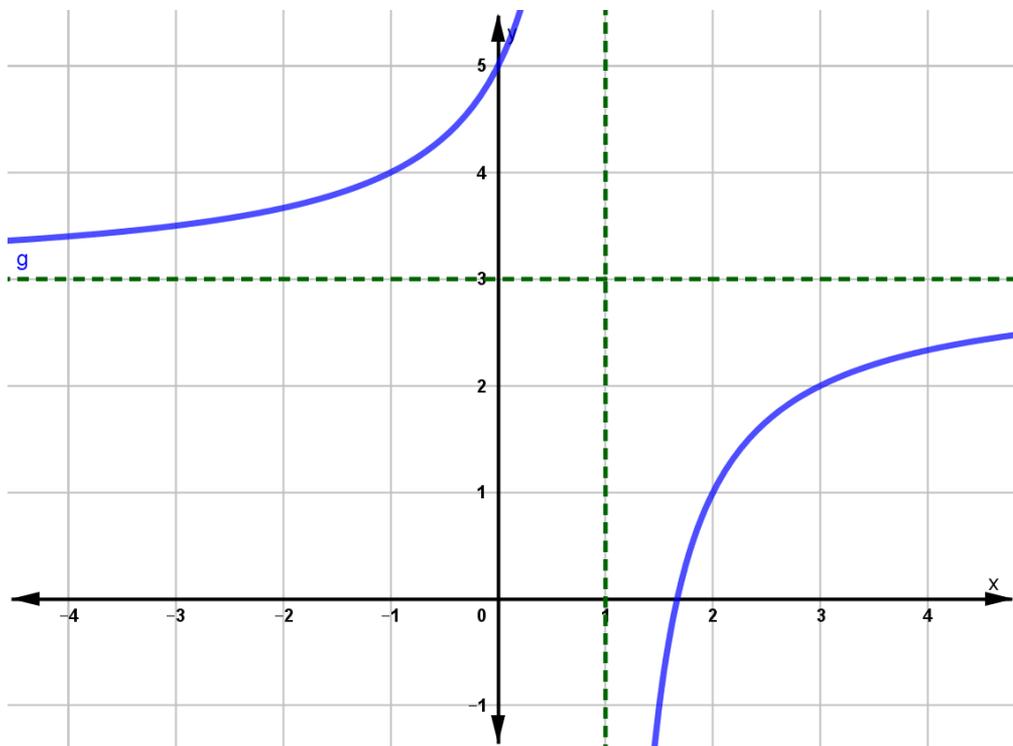
b) $g(x) = \frac{3}{x+1} - 2$

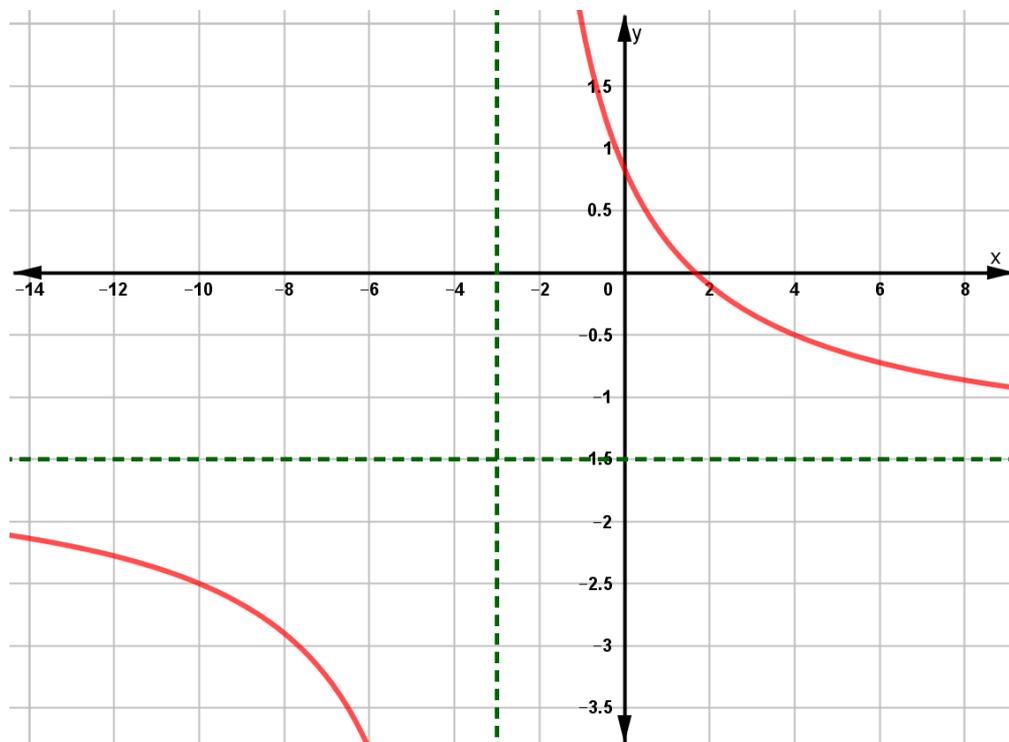
c) $b(x) = \frac{4-x}{x+1}$

d) $h(x) = \frac{3x+3}{4x-2}$

e) $c(x) = \frac{3x-6}{x+2}$

3) Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones racionales homográficas:





- a) Establecer la función racional de la forma $f(x) = \frac{k}{x+c} + d$ (donde, k, c y $d \in \mathbb{R}$ y $k \neq 0$) que se corresponde con cada gráfico. Luego, mostrar con un punto que la fórmula hallada es correcta.
- b) Establecer dominio, imagen, crecimiento o decrecimiento, conjunto de positividad y negatividad, ecuaciones de las asíntotas.
- c) Determinar en forma analítica ordenada al origen y raíz.

4) El aire seco en la tropósfera no tiene la misma temperatura en toda su altura. El aire cerca de la superficie puede tener mayor o menor temperatura que el aire en la parte superior de la misma. Si una parcela de aire seco en la tropósfera cambia su temperatura, esta experimenta una fuerza de flotación que la "empuja" hacia arriba o abajo hasta alcanzar una zona que tenga su misma temperatura. Si una parcela de aire alcanza una temperatura de $10^\circ C$, experimenta una fuerza de flotación F (en Newtons N) que depende de la temperatura T (en $^\circ C$) del entorno según la siguiente expresión:

$$F(t) = 9,8 \cdot \frac{10-T}{T}$$

- a) ¿Cuál será la fuerza de flotación que experimenta la parcela si se encuentra en un entorno con aire a $20^\circ C$? ¿A qué temperatura la parcela experimenta una fuerza de flotación del $25N$?
- b) ¿En qué situación la parcela no experimenta ninguna fuerza?
- c) Realicen una gráfica aproximada de esta situación.
- d) ¿Entre qué temperaturas la parcela experimenta una fuerza positiva? ¿Y negativa? ¿Qué significa?



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.