

Práctico N°6: Funciones y Ecuaciones Exponencial y Logarítmica

1 Práctico N°6: Funciones y Ecuaciones Exponencial y Logarítmica

1) Para cada una de las siguientes funciones de la forma $f(x) = k \cdot a^x + b$

$$f(x) = 3^x - 1$$

$$g(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x + 2$$

$$h(x) = -\frac{1}{4} \cdot 2^x + 8$$

- Reconozcan los parámetros k , a y b .
- Determinen el dominio, la imagen, la ecuación de la asíntota, la raíz, la ordenada al origen, y si se trata de una función creciente o decreciente.
- Realicen un gráfico aproximado utilizando los datos obtenidos anteriormente.
- Hallen el conjunto de positividad ($C +$) y negatividad ($C -$).

2) Una cierta cantidad de ciervos se introducen en un coto de caza. El número de los que aún quedan vivos $N(t)$, después de t años se predice que es:

$$N(t) = 325 \cdot (0,89)^t$$

- Estimen el número de animales vivos después de: 2 años, 5 años y 10 años.
- ¿Cuál es la cantidad de ciervos que se introducen en el coto de caza?
- ¿Al cabo de cuántos años quedarán vivos 80 ciervos?

3) Resuelvan las siguientes ecuaciones exponenciales, aplicando propiedades de la potencia y verifiquen las soluciones:

a) $3^{2x+5} = 3^7$

b) $5^{x+1} - 5^x = 20$

c) $2^{x+2} + 2^{x+3} = 6$

d) $\frac{3}{2} \cdot 4^{x+2} - \frac{1}{8} \cdot 4^{x+1} = 1$

4) Para cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \log_3(x - 5)$$

$$g(x) = \log_2(x - 4)$$

$$h(x) = \log_{0,5}(x - 3)$$

- Establezcan para cada una de las siguientes funciones: dominio e imagen, ecuación de la asíntota, raíz, ordenada al origen, conjunto de positividad y negatividad e intervalo de crecimiento o decrecimiento.
- Realicen una gráfica aproximada de cada una de ellas en un mismo sistema de ejes cartesianos.

5) La escala sismológica de Richter, también conocida como escala de magnitud local (R), es una escala logarítmica arbitraria que asigna un número para cuantificar el efecto de un terremoto. La fórmula que se utiliza es la siguiente:

$$R = \log I,$$

donde I representa la intensidad relativa del mismo.

El devastador terremoto de San Francisco en 1906 midió 8,9 en la escala de Richter y el terremoto de Papúa, Nueva Guinea, en 1988, que midió 6,7 en la escala de Richter.

¿Cuántas veces más intenso fue el terremoto de San Francisco con respecto al terremoto de Papúa?

6) Resuelvan las siguientes ecuaciones, aplicando propiedades del logaritmo y verifiquen las soluciones:

a) $\log_8[2 \cdot (x^3 + 5)] = 2$

b) $\log(x^2 - 15x) = 3$

c) $4\log_2 x - 7\log_2 x - 8 = 0$

d) $\log(x - 4) + \log(x + 5) = 1$

e) $(2 \cdot \log_2 x - 3) : 3 = 1$

f) $\log x^2 - \log(x - 16) = 2$

Práctico N°6: Funciones y Ecuaciones Exponencial y Logarítmica

2 Para Practicar

1) Se proyecta que la población P de un país dentro de t años será de $P(t) = 40e^{0,03t}$ millones.

a) ¿Cuál es la población actual?

b) ¿Cuál será la población dentro de 10 años? ¿Y dentro de 20 años?

2) Se realiza una investigación de una colonia de bacterias y se establece que ésta crece de manera exponencial. La expresión que permite calcular la cantidad de bacterias C (en miles) en función del tiempo d (en días) es:

$$C(d) = 8 + 4 \cdot 2^d$$

a) ¿Con cuántas bacterias se inicia la investigación?

b) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de un día? ¿De 5 días? ¿Y al cabo de una semana?

c) Realicen una gráfica de la función de manera aproximada que nos permita visualizar cómo crece la cantidad de bacterias con el paso de los días.

3) Sabiendo que la fórmula de interés compuesto es:

$$M = C_i \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

donde M es el monto; C_i es el capital inicial; p es la tasa de interés y t el tiempo transcurrido.

a) Si se depositó \$ 85.000 con una tasa del 9 % anual ¿Cuánto dinero se tendrá en el banco al cabo de 5 años? ¿Y en 10 años?

b) Averigüen el monto M que produce un capital inicial de \$ 1.200.000 al cabo de 5 años con una tasa de interés anual del 6,3 %.

4) Se realizó un depósito a plazo fijo y dos meses después el capital fue de \$7000. Cinco meses después de colocado el capital, el monto ascendió a \$13000. ¿Cuáles fueron el capital inicial y la tasa de interés mensual?

5) Según su valor del PH , las soluciones de diferentes compuestos pueden clasificarse en ácidas, básicas o neutras. El PH de una sustancia se calcula mediante la expresión:

$$PH = -\log(H^+)$$

donde H^+ es la concentración de protones. Así:

- Si $PH < 7$, la solución es ácida.
- Si $PH > 7$, la solución es básica.
- Si $PH = 7$, la solución es neutra.

Determinen el PH de las siguientes sustancias:

a) Jugos gastricos: $H^+ = 0,01$

b) Sangre Humana: $H^+ = 3,98 \cdot 10^{-8}$

c) Pasta dental: $H^+ = 1,26 \cdot 10^{-10}$

6) Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando propiedades y verifiquen las soluciones.

a) $5^{\frac{1}{2}x+8} = 5^{2x-7}$

b) $2^{1+2x} = 4^{2-x}$

c) $5^{x-1} + 5^{x-2} + 5^x = 20$

d) $7^{x+3} - 2 = -1$

e) $2 \cdot 2^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$

f) $4^{2x-1} \cdot 8^{2-x} = 16 : 2^{2-2x}$

g) $\log x = 3\log 2$

h) $\log_5(5x) + \log_5 x = 3$

i) $\log(2x - 1) - \log x - \log(2x + 2) = 0$

j) $\log(5x) + \log\left(\frac{x}{2}\right) = 1$



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.