REDISTRIBUCION DE LAS REDES DE TRANSPORTE PUBLICO DE PASAJEROS POR UN METODO DE INVESTIGACION OPERATIVA

ING. ROBERTO TOMASINI
ING. OSVALDO MOLINA

1. - INTRODUCCION

Hemos tomado la decisión de estudiar los problemas que presenta el transporte público de pasajeros en un conglomerado urbano, acicateados por el hecho de existir muy pocos trabajos a nivel global sobre el particular. Tampoco encontramos ninguna publicación que los trate como casos resolubles por la vía de la investigación operativa, existiendo sí, muchos que nos familiarizaron con aspectos parciales del problema.

Con esta publicación deseamos reabrir el debate sobre las ventajas que presenta la planificación centralizada de este servicio público, en un plano de estricto rigorismo técnico; ellas surgirán naturalmente de la resolución de las incógnitas planteadas en forma práctica y no de largos y estériles debates teóricos.

De los interrogantes que todo planificador de los transportes se plantea: ¿Cómo variará la demanda dentro de un período de años? ¿Qué previsiones en material rodante deben hacerse para satisfacerla? ¿Qué modificaciones es necesario realizar en la estructura básica urbana para absorber un mayor volumen de tránsito? ¿Cuáles son las prioridades a dar en ere período, a las inversiones de capital dentro del sector transporte?, etc., etc., hemos optado por analizar lo que creemos que es previo. Es decir, dadas las condiciones de hecho, cómo redistribuir una red de transporte público para maximizar su eficiencia.

Encararemos la solución del problema en dos pasos: primeramente redistribuiremos la flota disponible en las canalizaciones existentes (calles, avenidas) de acuerdo a la demanda actual y luego optimizaremos el servicio en cada canalización [1].

2 - REDISTRIBUCION DE LA FLOTA

Consideraremos todos los vehículos de transporte público, de los diversos tipos (colectivos, ómnibus, troleys, tranvías, subterráneos, trenes) como integrantes de una sola empresa y operando en conjunto en una unidad urbana sin las limitaciones que imponen las divisiones político-administrativas.

Primeramente será indispensable analizar y llegar a conocer perfectamente bien estos tres factores: a) demandas de viajes, b) perfil urbano y c) flota disponible para realizar el servicio.

a) Debemos cuantificar *la demanda* por medió de un censo de origen y destino, que nos permitirá fijar las líneas de flujo reales independientes de las distorsiones que tiene el sistema actual. Cabe destacar la diferencia entre los niveles de demanda y la distribución espacial de la misma, obtenidos a partir de un censo que fue el origen y el destino de cada viaje, y los datos extraídos de la información suministrada por la venta de boletos.

b) Mediante un análisis de las diversas calles y avenidas que constituyen el *perfil urbano*, estamos en condiciones de determinar las rutas que por sus características físicas, regularidad del trazado, ancho, estado del pavimento, cruces, etc., son aptas para recibir el tránsito que satisfaga la demanda diaria de viajes; vale decir, que tengan una capacidad de tránsito determinada. Estas rutas deberán en lo posible acercarse a las líneas de flujo evidenciadas por nuestro censo.

c) La flota disponible cuenta para realizar el servicio con un determinado número de *unidades de movimiento* que, de acuerdo al tipo de vehículo, coincidirá o no con el número de unidades de carga. Fijaremos algunos coeficientes que nos servirán para tipificarla.

Cada coche efectúa en una ruta una serie de viajes diarios, cuyo número depende de la distancia entre las terminales, la capacidad de

[1] El presente trabajo ha sido realizado analizando los problemas planteados en el transporte de pasajeros del Gran Buenos Aires. El primer enfoque no ha hecho variar su campo de aplicación. que sigue teniendo validez para cualquier conglomerado urbano. Por lo tanto, aquí no exponemos en forma totalmente general, prescindiendo de la referencia a dicho caso concreto.

tránsito de la arteria que determinará su velocidad de servicio, etc. Por lo tanto, como todos estos factores varían para cada calle, y en cada una de ellas para cada tipo de vehículo, variará también la cantidad de pasajeros que puedan transportar diariamente. Llamaremos entonces capacidad diaria de transporte al número de pasajeros que un vehículo de cierto tipo puede transportar en cada ruta por día. Esta información se puede obtener con un margen de seguridad determinada, extrayéndola de los diagramas de carga diaria de cada vehículo [2].

Otra variable importante que debemos conocer es el costo operativo de cada vehículo por ruta, que podemos definir como el gasto diario que le significa a la empresa un tipo de vehículo en cada ruta [3].

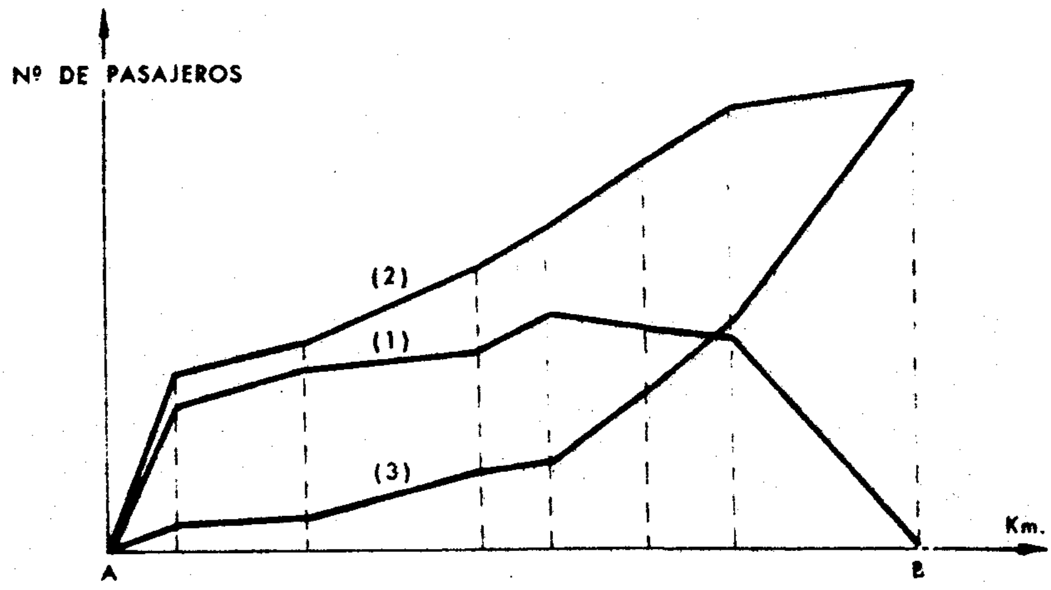
Con estas variables, ¿qué criterio debe seguirse para la distribución óptima o más racional de la flota disponible?

Desde el punto de vista de la empresa que cumple el servicio, interesa obtener un máximo beneficio, que en este caso se logra con el mayor número de boletos vendidos, frente a un cierto costo operativo de los vehículos.

[2] Diagrama de cargo diaria: Es un gráfico en coordenadas cartesianas, donde se llevan en ordenadas el número de pasajeros y en abcisas los kms. recorridos por cada vehículo. La forma práctica de obtenerlo es anotar en puntos definidos del recorrido el número de pasajeros que pasan de una sección a otra (ver curva 1). El dato de mis pasajeros que han ascendido al coche se obtiene del número de boletos vendidos (ver curva 2), la diferencia nos da el número de pasajeros que han descendido (ver curva 3).

[3] El costo operativo expresado en $/vehículo-día, tiene la siguiente composición:

1. - Elementos Directos:
   a) Personal en servicio de tránsito.
   b) Energía y materiales de consumo para la tracción.
   c) Conservación y reparación del material rodante.
   d) Trabajos propios de los sistemas.
2. - Elementos Indirectos:
   a) Gastos indirectos de explotación.
   b) Previsiones económico-financieras.



2.1. - Planteo del problema.

Introducimos a continuación la notación que utilizaremos a lo largo del desarrollo:

El subíndice i corresponde al tipo de vehículo, variando de 1 a n; el subíndice j, a las rutas, de 1 a m.

b_1 serán las disponibilidades de unidades en servicio del tipo *i*.

d_j será la demanda total diaria, en la ruta *j*, expresada en número de pasajeros.

a_{ij} es el número de pasajeros que un vehículo del tipo i puede transportar diariamente en la ruta *j*. Es decir, es la capacidad diaria de transporte del vehículo i en la ruta *j*.

c_{ij} es el costo operativo del vehículo i en la ruta *j*.

p_{ij} es la tarifa media [4] del viaje de los vehículos de tipo i en la ruta *j*.

[4] Tarifa media: Lo que aquí llamamos con esta denominación, no es estrictamente una "tarifa media", sino un valor promedió por pasajero transportado en cada tipo de vehículo.

Si llamamos E_{ij} a los ingresos totales diarios del tipo de vehículos i en la ruta j, y T_{ij} al total de pasajeros transportados diariamente por la totalidad de vehículos de tipo i en la ruta j, tenemos que:

$$\frac{E_{ij}}{T_{ij}} = p_{ij}$$

Como vemos, para nuestro modelo no interesa el cambio que introduciría la tarifa diferencial en cada ruta.

Incógnitas:

X_{ij} cantidad de vehículos de tipo i a operar en la ruta j, que denominaremos "actividad".

La cantidad de vehículos disponibles de cada tipo debe ser igual a la suma de todos los vehículos de ese tipo asignados a todas las rutas posibles, es decir:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = b_i \qquad \text{siendo } i=1, 2 \ldots.. n \qquad [1]$$

Esto da origen a n ecuaciones.

Por otra pane, la demanda diaria de viajes en cada rata, debe ser satisfecha por los distintos tipos de vehículos conforme a sus capacidades diarias de transporte, es decir:

Como vemos, para nuestro modelo no interesa el cambio que introduciría la tarifa diferencial en cada ruta.

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq d_j \qquad \text{donde } j=1, 2, \ldots.. m \qquad [2]$$

Que da origen a inecuaciones, ya que nuestra flota puede satisfacer o no totalmente a la demanda.

Además, las incóngnitas x_{ij} deben cumplir la condición de no negatividad:

$X_{ij} \geq 0$ para todo i_j

[3]

El beneficio que debemos maximizar puede ser escrito como la diferencia entre ingresos y costos, es decir:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad [4]$$

Donde el término $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} a_{ij} x_{ij}$ es el ingreso total obtenido

por la empresa, y el $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$ es el costo operativo total.

Suponemos que en una misma ruta j existe un solo tipo de tarifa p_{ij} para los distintos tipos de vehículos. De no ocurrir esto, tendríamos que definir, de una manera más o menos arbitraria, el valor p_j como promedió ponderado de los diversos p_{ij} para dicha ruta j.

En esta forma, el funcional [4] resulta:

$$z = \sum_{j=1}^{m} p_j \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad [4']$$

2.2. - *Método de resolución*.

Seguiremos para la resolución del problema planteado el método del transporte, que al igual que otros métodos de programación lineal presentán las siguientes ventajas operativas:

a) Sus métodos iterativos convergen rápidamente, con lo que se llega a la solución óptima en pocos intentos sucesivos.

b) Su procesamiento por medió de las modernas computadoras electrónicas que permiten reducir notablemente el tiempo total de cálculo, hecho éste definitorio en los problemas que involucran gran cantidad de ecuaciones y de incógnitas [5].

Para que nuestro problema sea resoluble por los métodos conocidos, debemos transformar las inecuaciones [1] en ecuaciones, para lo cual introducimos las "variables flojas" (slaks variables) $x_{n+1,j}$ tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} + x_{n+1,j} = d_j \qquad \text{donde } j = 1, 2, \ldots\ldots m \quad [5]$$

[5] Como ejemplo del tipo de cálculos que es posible realizar con una computadora electrónica citaremos el siguiente ejemplo de un programa realizado con una máquina IBM 650:

Restricciones: $m \angle 30$
$n \angle 59$

$m(n+1) < 1400$

donde: m = número de ecuaciones
n = número de variables
Tiempo: 0,09 . m . n (seg/iteración)

Estas variables flojas denotan la demanda no satisfecha por nuestra flota en cada ruta j, pero le daremos por conveniencia, el significado de vehículos imaginarios con capacidad de transporte unitario:

Nuestro funcional [4'] será, en consecuencia:

$$z = \sum_{j=1}^{m} p_j \left(d_j - x_{n+1,\,j} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad [6]$$

introduciremos ahora un nuevo conjunto de costos:

$C_{nt1,j} = p_j$ donde j=1, 2, .. m

lo que significa considerar el costo de los pasajeros sin transportar en cada ruta, como una pérdida para la empresa igual a la tarifa que habrían pagado de haber viajado en esa ruta. Por lo tanto e1 funcional [6] puede escribirse:

$$z = \sum_{j=1}^{m} p_j d_j - \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad [7]$$

Analizando esta ecuación notamos que el primer término es independiente de las incógnitas, con lo que nuestro problema de maximizar el funcional [4], se reduce por estas simples transformaciones, a minimizar el segundo término de la ecuación [7].

Vale decir que la expresión:

$$z' = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad [8]$$

es el nuevo funcional.

Explicaremos ahora el método que nos permitirá para pasar de una primera solución factible a la solución óptima, es decir, aquella cuyo costo total es mínimo.

a) Para ello, suponemos que para todos los costos de las celdas ocupadas en la matriz solución, c_{ij}, se verifica:

$$c_{ij} = u_i + a_{ij}\, v_j \qquad [9]$$

Es decir que estamos dividiendo el costo c_{ij} en dos conjuntos de costos, que llamaremos *costos marginales*:

1) $u_{i,}$ que representa el costo operativo del tipo de vehículo i, independientemente de la ruta a que está asignado.

2) $v_{j,}$ que representa al costo de transportar un pasajero en la ruta j, independientemente del tipo de vehículo utilizado (por ello se multiplica cads v_j por la capacidad transportativa a_{ij}).

Resolviendo estas ecuaciones [9], para lo cual se hace al $u_{n+1} = 0$, tendremos los valores u_i y v_j para todas las filas y columnas de la matriz original.

b) con dichos costos marginales, calcularemos para todas las celdas desocupadas de la matriz solución, los valores:

$$c'_{ij} = u_i + a_{ij}\, v_j \qquad [10]$$

que denominaremos *costos ficticios*.

c) Por comparación de estos costos ficticios con los costos reales de las mismas celdas, determinaremos si es posible disminuir el costo total del sistema mediante la introducción de una nueva "actividad" en una celda desocupada.

En efecto, en todas aquellas celdas donde se verifique la condición:

$$u_i + v_j > c_{ij}$$

es decir:

$$c'_{ij} > c_{ij} \qquad [11]$$

La introducción de una "actividad" en dicha celda hará disminuir el costo total. Si existe más de una celda que cumpla la condición [11], elegiremos, naturalmente, aquella para la cual la diferencia $c'_{ij} - c_{ij}$ tenga el mayor valor.

Ajustado el cuadro de soluciones mediante esta introducción, volvemos nuevamente a plantear las ecuaciones [9] para las celdas ocupadas de la nueva matriz solución y las ecuaciones [10] para las celdas desocupados.

Se intentará una nueva solución mientras haya una celda para la que se verifica la condición [11] .

Se habrá llegado a la solución óptima cuando se cumpla para cualquier celda desocupada que

$$c'_{ij} \leqq c_{ij} \quad [6] \qquad [12]$$

2.3. *Ejemplo numérico*.

Para observar con más detalles el mecanismo de cálculo utilizado, resolveremos un ejemplo numérico.

Se trata de una flota de transporte urbano de pasajeros constituida por cuatro tipos de vehículos distintos; ómnibus, trolebús, tranvías y micro-ómnibus, con ciertas disponibilidades de cada uno de ellos, que desarrollan sus actividades en cinco rutas distintas, con algunas restricciones [7].

De cada ruta se conoce la demanda diaria de pasajeros, y se tienen los costos operaticos c_{ij} (en $). Todo ello se orden en el cuadro 1:

CUADRO 1

Vehículos	RUTAS					Disponibilid. de vehículos
	1	2	3	4	5	
1. (Omnibus) ..	936	1.053	948	819	585	97
2. (Trolebús) ..	—	972	874	756	540	120
3. (Tranvías) ..	—	1.035	—	805	575	141
4. (Micro-ómn.)	736	828	745	644	460	120
Tarifa	3,00	3,00	2,50	2,50	2,00	—
Demanda de viaj.	217.800	67.800	78.000	26.200	230.000	—

Por otra parte, se conocen las capacidades transportativas a_{ij}, según se muestra en el cuadro 2:

[6] En las celdas donde se verifica la condición $c'_{ij} = c_{ij}$, ello indica que la introducción de una "actividad" a dicha celda deja invariable el costo total del sistema.

[7] En el presente caso, las restricciones son que la ruta 1 carece de tendido de vías para tranvías y de cables para trolebús, y que la ruta 3 carece de vías para tranvías.

CUADRO 2

Vehículos	RUTAS 1	2	3	4	5
1. (Omnibus) ..	1.400	1.300	1.800	1.000	2.500
2. (Trolebús) ..	—	900	1.100	1.300	2.000
3. (Tranvías) ..	—	600	—	1.200	1.600
4. (Micro-ómn.)	1.000	600	1.300	1.400	1.800
Déficit de pasaj.	1	1	1	1	1

Obtendremos una primera solución al problema, según se muestra en el cuadro siguiente:

Vehículos	RUTAS 1	2	3	4	5	Disponibilid. de vehículos
1. (Omnibus) ..	97	—	—	—	—	97
2. (Trolebús) ..	—	50	70	—	—	120
3. (Tranvías) ..	—	—	—	21	120	141
4. (Micro-ómn.)	82	38	—	—	—	120
5. (Déficit) ...	0	0	1.000	1.000	38.000	—
Demanda pasajes	217.800	67.800	78.000	26.200	230.000	—

Esta solución se ha obtenido suponiendo la asignación de todos los vehículos de tipo 1 (97) a la ruta 1, lo que significa transportar 97 vehículos x 1.400 $\frac{\text{pasaj}}{\text{vehíc}}$ = 135.800 pasajeros.

El resto de pasajeros en la ruta 1: 217.800 - 135.800 = 82.000 pasaj., los cubrimos con vehículos del tipo 4: 82.000 pasaj/1000 $\frac{\text{pasaj}}{\text{vehíc}}$ = 82 vehículos. Sobre la ruta 1 no hay déficit de pasajeros.

El resto de vehículos del tipo 4: 120 - 82 = 38, lo asignamos a la ruta 2, con un transporte de 38 vehíc. X 600 $\frac{\text{pasaj}}{\text{vehíc}}$=22.800 pasaj.

Los pasajeros restantes en la ruta 2: 67.800 - 22.800 = 45.000

son transportados por vehículos del tipo 2: 45.000 pasaj/900 pasaj/vehíc = 50 vehíc., sin déficit de pasajeros en dicha ruta.
Se sigue así con el proceso hasta asignar la totalidad de los vehículos disponibles.

Esta solución representa un costo total de $ 468.148.

a) Determinaremos ahora los valores de u_i y v_j de esta solución:
b)

Se hace $u_5 = 0$; y de $u_5 + a_{54}\ v_{54} = c_{54} \therefore v_4 = 2{,}5$

de $u_3 + a_{34}v_4 = c_{34} : u_3 = -2195$

„ $u_3 + a_{35}v_5 = c_{35} : v_5 = 1{,}73$

„ $u_5 + a_{53}v_3 = c_{53} : v_3 = 2{,}5$

„ $u_2 + a_{23}v_3 = c_{23} : u_2 = -1876$

„ $u_2 + a_{22}\ v_2 = c_{22} : v_2 = 3{,}16$

„ $u_4 + a_{42}v_2 = c_{42} : u_4 = -1068$

„ $u_4 + a_{41}v_1 = c_{41} : v_1 = 1{,}80$

„ $u_1 + a_{11}v_1 = c_{11} : u_1 = -1584$

b) Se calculan luego los costos ficticios c'_{ij} para las celdas des-ocupadas:

$$
\begin{aligned}
c'_{12} &= -1584 + 1300 \times 3{,}16 = 2434 \\
c'_{13} &= -1584 + 1800 \times 2{,}5 = 2916 \\
c'_{14} &= -1584 + 1000 \times 2{,}5 = 916 \\
c'_{15} &= -1584 + 2500 \times 1{,}73 = 2741 \\
c'_{24} &= -1876 + 1300 \times 2{,}5 = 1374 \\
c'_{25} &= -1876 + 2000 \times 1{,}73 = 1584 \\
c'_{32} &= -2195 + 600 \times 3{,}16 = 299 \\
c'_{43} &= -1068 + 1300 \times 2{,}5 = 2182 \\
c'_{44} &= -1068 + 1400 \times 2{,}5 = 2432 \\
c'_{45} &= -1068 + 1800 \times 1{,}73 = 2046
\end{aligned}
$$

c) Se determinan los valores $c'_{ij} - c_{ij}$ para dichas celdas:

$$c'_{12} - c_{12} = 1381;\ c'_{13} - c_{13} = 1968;\ c'_{14} - c_{14} = 97$$
$$c'_{15} - c_{15} = 2156;\ c'_{24} - c_{24} = 618;\ c'_{25} - c_{25} = 1044$$
$$c'_{32} - c_{32} = 736;\ c'_{43} - c_{43} = 323;\ c'_{44} - c_{44} = 1788;$$
$$c'_{45} - c_{45} = 1586$$

Del análisis de los valores $c'_{ij} - c_{ij}$ surge que el mayor de ellos corresponde a la celda 1,5; es decir, que si introducimos una actividad en esta celda, lograremos una disminución del costo total.

Si denominamos θ a la entrada en la celda 1,5; observamos que dicho valor está limitado: 1) por la demanda disponible en la ruts 5 y 2) por los vehículos de tipo 1, vale decir:

$$1)\ \theta_1 = \frac{38.000 \text{ pasaj.}}{2.500 \dfrac{\text{pasaj.}}{\text{vehíc.}}} = 15 \text{ vehíc.}$$

con un déficit de 500 pasaj.

2) θ_2 = 97 vehículos.

De estos 2 valores de θ debemos elegir el menor de ellos, es decir θ =15 vehículos.

Esta nueva entrada modificará las demás entradas de la primera solución en la siguiente forma:

$$\text{Celda } 1{,}1 : 97 - \theta = 97 - 15 = 82 \text{ vehículos}$$
$$\text{,, } 4{,}1 : 82 + \frac{1400}{1000}\theta = 82 + 21 = 103 \text{ vehículos}$$
$$\text{,, } 4{,}2 : 38 - \frac{1400}{1000}\theta = 38 - 21 = 17 \text{ vehículos}$$
$$\text{,, } 2.2 : 50 + \frac{1400}{1000} \times \frac{600}{900}\theta = 50 + 14 = 64 \text{ pasajeros}$$
$$\text{,, } 2.3 : 70 - \frac{1400}{1000} \times \frac{600}{900}\theta = 70 - 14 = 56 \text{ pasajeros}$$
$$\text{,, } 5{,}3 : 1000 + \frac{1400}{1000} \times \frac{600}{900} \times 1100\ \theta = 1000 + 15400 = 16.400 \text{ pasj.}$$

Hemos llegado así a la segunda solución factible según el cuadro siguiente:

Vehículos	RUTAS					Disponibilid. de vehículos
	1	2	3	4	5	
1. (Omnibus) ..	82	—	—	—	15	97
2. (Trolebús) ..	—	64	56	—	—	120
3. (Tranvías) ..	—	—	—	21	120	141
4. (Micro-ómn.)	103	17	—	—	—	120
5. (Déficit) ...	0	0	16.400	1.000	500	—
Demanda pasajes	217.800	67.800	78.000	26.200	230.000	—

Esta nueva solución da un costo total de \$ 425.823, lo que significa respecto a la primera solución un ahorro del 9 % sobre el costo inicial. Si calculamos los nuevos valores u_i y v_j y los nuevos costos ficticios, veríamos que no hemos llegado aún a la distribución óptima y que se debe intentar una nueva solución.

Se sigue con el procedimiento iterativo intentando otras iteraciones hasta que se verifique en todas las celdas vacías, la condición $c_{ij} < c_{ij}$, que caracteriza a la solución óptima. En el ejemplo, esta condición se alcanza en la 7° iteración, con la siguiente solución:

Vehículos	RUTAS					Disponibilid. de vehículos
	1	2	3	4	5	
1. (Omnibus) ..	92	2	2	—	1	97
2. (Trolebús) ..	—	72	32	—	16	120
3. (Tranvías) ..	—	—	—	19	122	141
4. (Micro-ómn.)	89	—	30	2	—	120
5. (Déficit) ...	0	400	200	600	300	—
Demanda pasajes	217.000	67.800	78.000	26.200	230.000	—

El costo. total de esta distribución es de \$ 375.674, es decir, un 20% de ahorro respecto a la primera solución.

En la práctica, es necesario en diversas oportunidades modificar durante algún tiempo la distribución de vehículos, por causas tales como arreglo de calles, de vías, inutilización de tramos de la red aérea, etcétera. Es interesante en cada caso, evaluar la eficiencia de dicha distribución.

Esta eficiencia se obtiene como relación entre la diferencia de costos de la distribución más cara (Cc) menos la distribución en cuestión (Cx), y la diferencia entre la solución más cara (Cc) y la más barata, expresado en por ciento:

$$E = \frac{Cc - Cx}{Cc - Cb} \times 100$$

Si suponemos en el ejemplo numérico, que la 1° solución sea la más cara, la 2° solución tendrá una eficiencia de:

$$\frac{468.148 - 425.823}{468.148 - 375.674} = 46\ \%$$

Con esta fórmula se obtendrá, por supuesto: eficiencia 100 para la solución óptima y eficiencia 0 para la solución más antieconómica.

3. - Aclaración final.

En esta forma, cumpliríamos la primera fase del problema planteado: redistribuir la flota disponible en las canalizaciones existentes.

Deberíamos ahora encarar la segunda fase del problema: optimizar el servicio en cada canalización. Si bien el análisis detallado de esta etapa será objeto de un estudió posterior, aclaramos a continuación, en forma breve el concepto básico que tendremos en cuenta para su desarrollo.

Se trata de obtener la frecuencia de vehículos que mejor satisfaga a la demanda variable a lo largo de la ruta y, principalmente, variable a través del tiempo.

Además, se tratará que los vehículos no circulen con cargas superiores a las establecidas para las horas de pico y para las horas normales, y que además, tampoco circulen con cargas por debajo del límite económico.

Al tener en cuenta estas condiciones se prepararán programas de tránsito óptimo, con la ayuda de máquinas computadoras electrónicas, obteniéndose así el uso más económico de los recursos disponibles.

BIBLIOGRAFIA

1.-Andrew Vazsanyi: Scientific Programming in Business and Industry. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1958.

2. - S. Vajda: Readings in Linear Programming. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1958.

3.-Allen R. Ferguson and George B. Dantzig: The Problem of Routing Aircraft. "Aeronautical Engineering Review", April 1955.

RESUMEN

Se aplica el modelo de programación lineal al problema de distribución de vehículos en una red determinada de transporte.

El sistema de ecuaciones e inecuaciones correspondientes es:

$$\sum_{j=i}^{m} x_{ij} = b_i \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots n$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq d_{ij} \qquad j = 1, 2, \ldots\ldots m$$

$$x_{ij} \geq 0$$

La función a maximizar, en este caso el beneficio, es:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

El significado de los símbolos es:

b_i: serán las disponibilidades de unidades en servicio del tipo i.

d_j: será la demanda total diaria, en la ruta j expresada en numero de pasajeros.

a_{ij}: es el número de pasajeros que un vehículo del tipo i puede transportar diariamente en la ruta j. Es decir, es la capacidad diaria de transporte del vehículo i en la ruta j.

c_{ij} : es el costo operativo del vehículo i en la ruta j.

p_{ij}: es la tarifa media del viaje de los vehículos de tipo i en la ruta j.

x_{ij}: cantidad de vehículos de tipo i a operar en la ruta j. que denominaremos "actividad".

Se indica su solución por el denominado método de transporte y se calcula un ejemplo numérico.

SUMMARY

A linear programming model is applied to a vehicle distribution problem in a determined transportation network. The corresponding system of equelities and inequialities is:

$$\sum_{j=i}^{m} x_{ij} = b_j \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots n$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}\, x_{ij} \leq d_{ij} \qquad j = 1, 2, \ldots\ldots m$$

$$x_{ij} \geq 0$$

The symbols used are the following:

b_i: number of units of service of type i.

d_j: total daily demand on rule j, expressed in number of passengers.

a_{ij}:number of passengers that a vehicle of type i can transport daily on rute j.

c_{ij} : operational cost of vehicle i on rute j.

p_{ij}: average voyage charge of vehicle of type i on rute j.

x_{ij}: quentity of vehicles of type i operating on rute j which we shall call "activity".

The model is solved using the so-called transportation method and a numerical example is calculated.

The function to be maximized, in this case the profit, is:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} a_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$