luis javier plata rosas

un científico en el museo de arte moderno

encuentros cercanos entre el arte y la ciencia

siglo veintiuno editores

colección
ciencia que ladra...

Sala 2. El arremolinante cuadro –artístico, físico, clínico– de un impresionista

Mi querido Théo: Es todo un reto pintar la atmósfera, pero he descubierto que cuando uno realmente quiere hacer algo, lo logra.

Vincent van Gogh

La noche estrellada (1889), Vincent van Gogh

El secreto está en la mezcla

La noche estrellada es quizás el cuadro más conocido de Vincent van Gogh y una de las obras más representativas del movimiento impresionista. No se requiere visitar demasiados cafés para hallar alguno que, al lado de una de sus pequeñas mesas destinadas a parejas que practican el laborioso arte del cortejo, ostente en sus paredes una reproducción de la pintura. Dominan la escena los remolinos de la noche inmortalizada por Van Gogh y, para el grupo de investigadores encabezado por José Luis Aragón, del Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada de la UNAM, las pinceladas del artista han conseguido plasmar de manera exacta un proceso turbulento: Aragón y su equipo han demostrado que la distribución de la luminosidad en esta y otras pinturas de Van Gogh es igual a la descrita matemáticamente por la teoría de la turbulencia.[5]

¿A qué nos referimos aquí con *turbulencia*? Si estamos tomando un café mientras leemos este artículo, podemos realizar el siguiente experimento para comprenderlo: añadimos un poco de crema y esperamos a que esta se mezcle con nuestra bebida, sin ninguna ayuda externa, mientras tomamos el tiempo que esto demore con nuestro reloj. Una vez que crema y café se han mezclado uniformemente, procedemos a ingerir toda nuestra poción; luego servimos más café, añadimos otro poco de crema y, en esta ocasión, utilizamos una cucharita para revolver, sin olvidarnos de tomar el tiempo que requiere obtener una mezcla homogénea. En el primer caso, el proceso de mezcla se llevó a cabo gracias a la difusión molecular; en el segundo, mediante la difusión turbulenta gracias a la agitación a nivel macroscó-

5 Aragón, J. L., G. G. Naumis, M. Bai, M. Torres y P. K. Maini, "Kolmogorov Scaling in Impassioned Van Gogh Paintings", *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, nº 30, p. 275, 2006.

pico o, en otras palabras, al movimiento de la cucharita dentro de la taza.

Matemáticamente, el proceso de difusión molecular es muy sencillo de describir mediante una ecuación que se enseña en cualquier curso de ecuaciones diferenciales. Además, existen diversos métodos para simularla en computadora, sin necesidad de resolver de manera exacta la ecuación de difusión con ciertas condiciones iniciales (por ejemplo, en el caso del café: si colocamos gota por gota toda la crema durante cierto intervalo de tiempo o toda la crema en un único punto de una sola vez) y de frontera (en nuestro experimento, que la crema no puede fluir fuera de la taza de cierto radio R y profundidad H, una vez que alcanza estos límites sólidos), distintas en cada caso.

Cuando tratamos con difusión turbulenta, la situación se complica bastante ya que, entre otras cosas, es necesario determinar el valor de constantes conocidas como *coeficientes de difusión turbulenta* en todos los ejes en los que tiene lugar este proceso; siguiendo con nuestro ejemplo de la taza de café (hasta el momento, al parecer, eterna): coeficientes en las componentes horizontal y vertical. Por la geometría de la taza, en este caso sería conveniente usar coordenadas polares (algo así como circulares) para describir la posición de las partículas que se dispersan mediante el radio y el ángulo en el que se encuentran, tomando el centro de la taza como el origen del sistema; pero eso es harina de otro costal o, si se prefiere, crema de otro café. Desafortunadamente, no conocemos de antemano la magnitud de estos coeficientes; se requiere determinarlos mediante experimentos en laboratorio en cada caso, ya que los coeficientes de difusión turbulenta son diferentes si se trata de crema en café o petróleo en agua, además de que en esta última situación –alarmante desde el punto de vista ambiental– sería necesario considerar la pérdida de masa por evaporación.

La luminosidad de un Van Gogh

Regresando a *La noche estrellada*, los remolinos que observamos en ella son generados por turbulencia en la atmósfera, agitación congelada por la brocha de Van Gogh que, sin embargo, consigue transmitir esa sensación de movimiento. Cualquiera de nosotros puede intentar crear una obra similar y pintar remolinos de todos los tamaños, así como también podemos tomar un pincel y arrojar pintura en un lienzo de forma aparentemente aleatoria para obtener un Jackson Pollock; pero, como veremos durante nuestra visita a la siguiente sala, las pinturas serán mucho menos complejas, hablando estrictamente en términos matemáticos –no digamos ya artísticos–.

En el caso de nuestras imitaciones de Van Gogh, lo más seguro es que nuestros remolinos no reflejen un proceso turbulento con la exactitud del artista. ¿Cómo sabemos que *La noche estrellada* sí consigue lo que nosotros no? La respuesta nos la da José Luis Aragón.

Él y su equipo digitalizaron imágenes de *La noche estrellada*, además de *Camino con ciprés y estrella* y *Campo de trigo con cuervos*, y analizaron los cambios en la luminosidad de estas obras. La elección de la luminosidad en lugar de otras características, como el color, se debió a que el ojo es más sensible a los cambios de la primera que a los del segundo y, además, porque la mayoría de la información de una escena está contenida en términos de luminosidad.

En cada imagen digital, la luminosidad de un píxel fue obtenida a partir de sus componentes RGB (sigla en inglés que remite a los colores rojo, verde y azul) mediante una fórmula que le daba un peso a cada uno de ellos, considerando que el ojo humano es más sensible al verde, luego al rojo y, en tercer lugar, al azul. Posteriormente obtuvieron la función de distribución de probabilidad que describía las fluctuaciones de los píxeles separados por una cierta distancia R.

El impresionante resultado fue que en los tres cuadros señalados –que corresponden a la etapa más prolongada de episodios esquizofrénicos de Van Gogh– la función de distribución de probabilidad es la misma que corresponde a la escala de Kolmogorov, que a su vez describe un flujo turbulento. Para establecer una comparación, Aragón analizó también el *Autorretrato con oreja vendada*, pintado durante un período de calma absoluta del artista. En este caso, el cuadro se aleja del modelo teórico de turbulencia de Kolmogorov.

El vuelo del abejorro

Captar la esencia matemática de la turbulencia no es, por supuesto, el único ni el más grande logro de Van Gogh, ni siquiera desde el punto de vista de la física. En el mismo año que Aragón y compañía (2006), el ecólogo Lars Chittka y el artista Julian Walker realizaron un experimento en el que mostraron otra de las obras maestras de Van Gogh –*Girasoles*–, junto con diferentes pinturas de flores, a un grupo de abejorros de la especie *Bombus terrestris*.[6] Los insectos se interesaron mucho más por *Girasoles* que por cualquier otro de los cuadros.

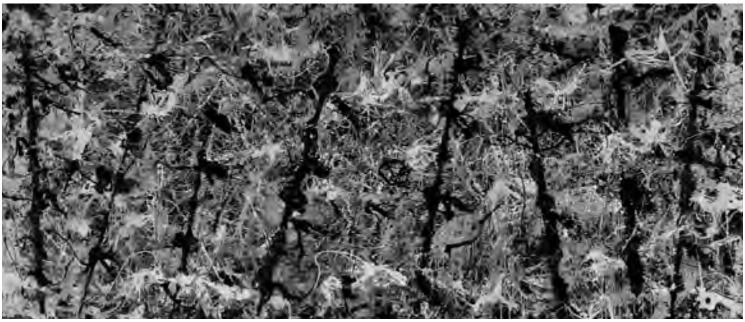
Un alto porcentaje de los sobrevuelos de los abejorros terminaron en aterrizajes sobre los girasoles de Van Gogh, a pesar de que también otras pinturas mostraban flores o una combinación de colores similar a las del maestro impresionista –entre los cuadros de esta galería experimental estaba *Jarrón de flores*, de Paul Gauguin–, lo que significa que no fue únicamente el color lo que atrajo a estos insectos y que, desde el punto de vista de los abejorros, Van Gogh capturó intuitivamente la esencia de las características de una flor en su pintura. Es eso, o acep-

6 Chittka, L. y J. Walker, "Do Bees like Van Gogh's Sunflowers?", *Optics & Laser Technology*, nº 38, pp. 323-328, 2006.

tar que los abejorros poseen una gran sensibilidad artística y un gusto innato, que muchos envidiaríamos, por el turbulento mundo del impresionismo.

Sala 5. Jackson Pollock, fractales y expresionismo caótico

Cuando estoy pintando tengo una noción general de lo que quiero. Yo puedo controlar el flujo de pintura: no hay accidente.
Paul Jackson Pollock



Postes azules: número 11 (1952), Jackson Pollock

El misterio azaroso de las pinturas caóticas

En mayo de 2005, coleccionistas y galerías de arte se enteraron de un hallazgo que podría significar la transferencia de decenas de millones de dólares de sus bolsillos a las manos del poseedor de treinta y cinco pinturas hasta entonces desconocidas de Jackson Pollock, uno de los artistas más representativos del expresionismo abstracto. El único e insoslayable inconveniente para tan exitosa y esperada transacción es que es necesario determinar, sin lugar a dudas, que en efecto el autor de los cuadros sea Pollock. Los especialistas en autentificación de arte no han llegado a un consenso al respecto.

¿A quién llamar para resolver el misterio? Un detective con la capacidad analítica de Auguste Dupin, Sherlock Holmes, Hércules Poirot o el comisario Jules Maigret no estaría nada mal. Quizás ellos habrían establecido en un tiempo mucho menor –en el caso de Holmes o de Dupin, sin siquiera tener que levantarse de su asiento o, para no exagerar, sin salir de su departamento– que ninguno de los hechos y pistas relacionados con el caso permiten resolverlo por sí solos. Alex Matter, hijo del fotógrafo Herbert Matter y de la pintora Mercedes Matter, amigos ambos de Pollock, encontró las pinturas entre varias otras pertenencias heredadas de sus padres y etiquetadas como "regalo + compra" por su padre en la década de los cuarenta.

Algunos expertos argumentaron que la procedencia de las pinturas bastaba para legitimarlas; otros se mostraron más escépticos debido a que los supuestos Pollock fueron creados en lienzos que no se corresponden con los típicamente utilizados por este pintor, sino con los de Mercedes Matter. Hasta para personas con capacidades detectivescas mucho menores que las de Holmes, como el oficial Lestrade, resultaba claro que, para cerrar el caso con éxito, era necesario basarse en la evidencia número uno: las pinturas.

Para nuestra desgracia, ninguno de los grandes detectives de ficción aquí citados pudo ver en su vida –ni aun mediante los ojos prestados de Poe, Doyle, Christie y Simenon– una obra de Pollock y, de haberlo hecho, quizá habría sentido –como muchos de nosotros la primera vez que las vimos– que estaba ante indistinguibles, simples y desordenados derrames de pintura creados al azar por un niño o por un pintor no muy limpio mientras cambiaba el color de un techo. Y si bien el azar y el caos tienen mucho que ver con la técnica y la obra terminada en cada Pollock, su trabajo está muy lejos de ser simple –de hecho, como veremos más adelante, su complejidad es grande y, si bien es incuantificable en términos artísticos, es matemáticamente medible–.

Para nuestra fortuna, veinticinco años han pasado desde que Jackson Pollock decidió utilizar todo su cuerpo como un péndulo viviente para esparcir gotas de pintura sobre enormes lienzos colocados de manera horizontal en el piso de su estudio; un cuarto de siglo en el que Benoit Mandelbrot y otros matemáticos pudieron introducir y desarrollar la matemática que describe los cuadros de Pollock: la geometría fractal. El investigador adecuado para este caso, por lo tanto, tenía que ser un físico: Richard Taylor.

Taylor y los "Pollock" naturales

> Tal como el arte puede beneficiarse de la investigación científica, así también la ciencia puede aprender de los grandes artistas.
> **Richard Taylor**

En un artículo de la revista *Scientific American* de diciembre de 2002,[18] Taylor recuerda cómo lo sedujeron las dimensiones y formas de las pinturas de Pollock: además de físico, Taylor también pintaba obras de arte abstracto –si bien no tan bien valuadas como las del pintor que aquí nos interesa–. En 1994, mientras se tomaba una especie de año sabático por su cuenta para hacer una maestría en teoría del arte, y al observar la afortunada y serendípica imagen –muy similar a una pintura de Pollock– formada por pinturas derramadas y esparcidas sobre un lienzo por el viento durante una noche tormentosa, Taylor se preguntó si la semejanza entre las pinturas del Pollock genuino y el Pollock accidental, creado por la naturaleza, sería mucho más que fortuita.

18 Taylor, R. P., "Order in Pollock's Chaos", *Scientific American*, vol. 287, nº 6, pp.116-121, 2002.

Gracias a esta pista, pudo concluir que, en ambos casos, ante nuestros ojos se presentaba el resultado de un proceso caótico: el tiempo meteorológico, por un lado, y un péndulo humano, por el otro.

A diferencia de la manera ortodoxa de pintar, en la que el artista limita sus movimientos corporales a los correspondientes a manos y brazos, Richard Taylor, Adam Micolich y David Jonas mencionan[19] que Jackson Pollock utilizaba todo su cuerpo y, gracias a ello, introducía en sus obras un rango muy amplio de escalas de longitud mientras la pintura goteaba o era derramada –el flujo variaba según la voluntad del artista– con el pincel sobre el lienzo. Como consecuencia de esta metodología sui géneris, la trayectoria de la pintura en las obras terminadas se describe según lo que se conoce como *vuelos de Lévy*.

Antes de proseguir, quizá convenga saber que, en 1936, Paul Lévy utilizó los vuelos que ahora llevan su nombre para describir la estadística de sistemas caóticos. Su nombre es muy apropiado si se los compara con la "caminata aleatoria" resultante de procesos de difusión, como es el caso de una mancha de algún contaminante vertido sobre la superficie del océano. Pero en la difusión, cada partícula dispersiva da pasos aleatorios, cada uno de ellos de longitud muy similar, mientras que en el caso de un vuelo de Lévy, la partícula da largos saltos o "vuelos" intercalados con pasos pequeños, de manera aleatoria en ambos casos.

Tanto el movimiento browniano como los vuelos de Lévy son descritos por la geometría fractal.[20] Las figuras fractales, al contrario de las figuras representadas por geometrías como la euclidiana –cuyo aprendizaje iniciamos en preescolar–, tienen dimensiones que no son números enteros (1,23 o 2,58, por ejem-

19 Taylor, R. P., A. Micolich y D. Jonas, "Fractal Expressionism", *Physics World*, vol. 12, nº 10, p. 76, 1999.

20 Tal como indica el nombre con el que fue bautizada por Benoit Mandelbrot en la década de 1960 –del latín *fractus*, que significa "roto"–.

plo), lo que en principio nos parece un poco extraño a quienes estamos acostumbrados a trabajar con una, dos o tres dimensiones. Un cuarto de siglo antes de que comenzara a estudiarse la matemática fractal, Jackson Pollock pintaba obras de arte que se describirían gracias a esta geometría tan particular.

Acerquémonos un poco más, de la mano de Richard Taylor, al proceso que le permitía a Pollock crear obras como *Postes azules: número 11* –si el lector es amante del cine y lo prefiere, puede saltarse este párrafo luego de alquilar en su videoclub favorito, y de disfrutar como se merece, la película *Pollock*, con Ed Harris en el papel del caótico pintor–: el lienzo, de cinco metros de largo, tiene pedazos de vidrio provenientes de botellas rotas insertados en su superficie, manchas de sangre y ocho "postes" creados por el artista al golpear violentamente el lienzo con una tabla de madera.

Hasta aquí, nada que ninguno de nosotros, diletantes del arte, no podamos crear una mañana cualquiera. Pero no por nada un Pollock como el que nos atañe está valuado en cuarenta millones de dólares, así que todavía no nos entusiasmemos demasiado con elegir una carrera como falsificadores de expresionismo abstracto, ya que lo que sigue es menos sencillo: emulando la manera en que la naturaleza crea sus propios fractales (por ejemplo, la geometría de la línea costera causada por la erosión acumulada de procesos en diferentes escalas de tamaño y tiempo: oleaje, marea, corrientes, entre otros), Pollock empleaba su método para esparcir caóticamente la pintura en el lienzo, a lo largo de seis meses durante los cuales trabajaba repetidamente de esta manera en su obra. El resultado final, ahora sí, tenía una dimensión fractal.

La solución física del enigma

Una de las principales características de los fractales es la autosimilitud; en otras palabras, tienen una apariencia similar a cualquier escala en la que se los examine, como en el caso de una nube (un pedazo de nube luce exactamente igual a la nube entera), un árbol o la línea de costa. Apelando al científico y al artista que todos tenemos dentro, para experimentar con la geometría fractal podemos, por ejemplo, dibujar a escala en una hoja de papel primero la línea de costa de todo un país (México o la Argentina, ¿por qué no?); luego, dibujar en otra hoja de papel la línea de costa de una pequeña parte de ese país (Jalisco o Buenos Aires): ambos contornos lucirán extremadamente parecidos. Si repetimos el experimento, dibujando ahora en otra hoja la línea de costa de una pequeña localidad de nuestro país elegido (Puerto Vallarta o Quilmes), el nuevo contorno también será muy similar a los otros dos. Quienes prefieran la comodidad que ofrece la tecnología de este siglo, con ayuda de una computadora y del programa Google Earth, podrán hacer esta misma prueba con mayor facilidad y rapidez.

Richard Taylor y sus colaboradores utilizaron una malla rectangular creada por computadora para examinar la geometría fractal en las pinturas de Pollock a diferentes escalas, amplificando o disminuyendo la longitud de la malla.[21]

La autosimilitud está presente en el caso de Pollock auténticos –no así en imitaciones creadas por niños o por derrames accidentales de pintura sobre un lienzo–, y su dimensión tiene valores en un rango mayor que uno y menor que dos;[22] la dimensión de las primeras obras de Pollock se aproxima más a uno, en tanto que las últimas están más cerca de dos. Como la dimensión fractal es indicadora de mayor complejidad a medida que aumenta su valor, esto significa que la complejidad de las pinturas

21 Taylor, R. P., R. Guzman, T. P. Martin, G. D. R. Hall, A. P. Micolich y C. A. Marlow, "Authenticating Pollock Paintings Using Fractal Geometry", *Pattern Recognition in Cultural Heritage and Medical Applications*, vol. 28, nº 6, pp. 695-702, 2007.

22 La dimensión es un número que en cierta forma mide la complejidad del diseño fractal.

aumentó a medida que el artista refinaba su técnica. Así, Richard Taylor demostró también que, a partir de los valores calculados con ayuda de una computadora al analizar obras correspondientes a diferentes etapas artísticas de Pollock, podía concluir con bastante exactitud a qué período pertenecían.

En las páginas de *Nature* del 9 de febrero de 2006, Alison Abbott mencionaba que, de acuerdo con el análisis fractal de Richard Taylor, ninguna de las pinturas sospechosas podía ser atribuida a Jackson Pollock.[23] Así, gracias a los fractales, y por lo menos para la ciencia en general y para Taylor en particular, el caso estaba cerrado.

23 Abbott, A., "Fractals and Art: In the Hands of a Master", *Nature*, nº 439, pp. 648-650, 2006.

Sala 13. Dibujando lo imposible con M. C. Escher y Wayne Roberts

En verdad creo que existe un cierto contraste entre, digamos, las personas de profesiones científicas y las personas que trabajan en las artes. A menudo existe incluso sospecha e irritación mutuas, y en algunos casos un grupo subestima notablemente al otro. Por fortuna no hay nadie que realmente tenga sólo sentimientos o sólo propiedades racionales. Estas se entremezclan como los colores del arcoíris y no pueden ser divididas con claridad.
M. C. Escher

***Límite circular IV (cielo e infierno)* (1960), M. C. Escher**

¡Al infinito, y más allá! *Dutch Story*

Una mano dibuja otra mano que a su vez dibuja a la primera mano; un grupo de monjes sube y baja por una escalera cuyos escalones, a ratos, parece que van hacia arriba y, a ratos, que conducen hacia abajo; un pequeño reptil plano y rígido abandona la superficie que lo encierra, adquiere volumen y comienza a caminar, mientras disfruta de su recién conquistada libertad; unos peces se transforman en aves que se convierten en barcos que se vuelven nuevamente peces…

¿A qué corresponden las descripciones anteriores? ¿Sueños de un matemático? ¿Ideas para un cuadro surrealista? ¿Pasajes de un cuento fantástico? ¿Un especial de Halloween de *Los Simpson*? Aunque no tendríamos problema en clasificarlas en alguna de las categorías anteriores, en realidad todas ellas son creaciones del popular artista gráfico Maurits Cornelis Escher, cuya inspiración matemática hace casi imposible soslayarlo cuando se habla de ciencia y arte.

Nacido en Holanda en 1898, sus primeras obras fueron paisajes que, si bien ya mostraban el talento de su autor, no sobresalían con respecto a las bucólicas escenas pintadas por otros artistas contemporáneos. Todo cambió a partir de un viaje que Escher realizó a Granada (España), durante el cual tuvo la oportunidad de conocer el palacio de la Alhambra –agradezcamos a los árabes–, cuyas paredes y pisos están tapizados de mosaicos con una configuración que podría continuar infinitamente –suponiendo que no hubiera límites en cuanto a mosaicos disponibles y extensión de paredes y pisos–. Escher quedó fascinado por este arreglo geométrico y, años después, escribió:

> ¡Qué lástima que el Islam les prohibiera a estos artistas reproducir figuras! Los diseños que utilizan en sus azulejos siempre estuvieron limitados a figuras geométricas. Que yo sepa, ningún artista árabe se atrevió nunca […] a utilizar las formas concretas y fácilmente identificables que existen en la

naturaleza –peces, aves, reptiles, humanos– para dividir una superficie. Esta limitación me parece tanto más comprensible cuanto que la posibilidad de identificar las figuras de mis propios dibujos es la razón de mi vida…

A partir de su visita a la Alhambra, Escher decidió dejar a otros los paisajes y desde entonces se dedicó a buscar cómo representar visualmente diversas ideas matemáticas y a lo que constituiría el tema principal de sus grabados y dibujos: las innumerables formas de *teselar* un plano; en otras palabras: a resolver artísticamente el problema de dividir una superficie en figuras iguales sin dejar espacios vacíos.[39]

Un artista con límites

De entrada, Escher ya tenía una gran ventaja sobre los artistas árabes, dado que nada le impedía emplear lo que se le ocurriera –ángeles, demonios, peces, aves y un largo etcétera– para hacer sus teselados. Así lo atestiguan grabados como la serie *Límite circular*, cuyas figuras comparten un universo circular en el que, a medida que se acercan a la frontera, disminuyen en tamaño cada vez más. A todos aquellos que alguna vez estudiaron cálculo matemático, quizás esas imágenes les recuerden el concepto de *límite*, ya que en este caso el tamaño de las figuras se aproxima a cero a medida que su distancia con respecto a la frontera del círculo se hace menor. Escher representó un número infinitamente pequeño mediante la reducción gradual del tamaño de las figuras, para sugerir así que, aun cuando hayamos alcanzado

39 Sobre el teselado se sugiere consultar otro libro de esta misma colección: *Simetría. Izquierda y derecha, antes y después, chico y grande en el mundo*, de Elsa Rosenvasser Feher (Buenos Aires, Siglo XXI, 2009).

nuestro límite visual, las figuras siguen reduciendo su tamaño por toda la eternidad.

Como en el caso de *Límite circular*, la gran mayoría de sus obras se han convertido en fuente segura de asociaciones matemáticas y ejemplos inmejorables de libros de texto. Aunque nunca tuvo una instrucción formal en ciencias, Escher reconocía que se sentía más próximo a los matemáticos que a sus colegas de profesión.

Así como para todo el mundo pensar en más de cuatro dimensiones es tan sólo una curiosidad o un tema de ciencia ficción –con excepción de los físicos y los matemáticos, la mayoría de nosotros no somos especialistas en la teoría supersimétrica de cuerdas–, tampoco es común hablar de geometrías distintas a la geometría plana o euclidiana que estudiamos desde pequeños –lo cual es algo extraño, dado que no somos criaturas bidimensionales viviendo en Planilandia, sino seres de tres dimensiones–. Sin embargo, existen, en efecto, otras geometrías en las que, por ejemplo, la suma de los ángulos internos de un triángulo no es igual a 180º: son las geometrías representadas por Escher en algunos de sus grabados.

Consideremos el caso de *Límite circular IV* (véase página 109), donde se representa en un plano un espacio con una geometría conocida como *hiperbólica* o de *Lobachevski*, en la que la suma de los ángulos de todo triángulo es menor a 180º. De vivir en un espacio lobachevskiano, los ángeles y demonios situados en el borde circular nos parecerían exactamente iguales en tamaño y forma a los ángeles y demonios del centro del círculo.

Reflexiones sobre la reflexión de la luz

Si pudiésemos imitar a personajes de dibujos animados como Bugs Bunny y el pato Lucas cuando se introducen en un cuadro del Louvre y pasásemos a formar parte de la escena que se nos muestra en *Tres mundos*, dentro de ella veríamos directamente tres fenómenos relacionados con la luz:

Tres mundos (1955), M. C. Escher

- las hojas de los árboles que flotan en un lago, por reflexión directa de la luz que incide sobre ellas;
- los árboles, mediante reflexión indirecta de los troncos y ramas en el agua del estanque;
- la imagen deformada del pez que nada en ese estanque, por la refracción de la luz.[40]

40 La refracción es la desviación de la luz en un cierto ángulo cuando pasa de un medio de menor a otro de mayor densidad; en este caso, del aire al agua.

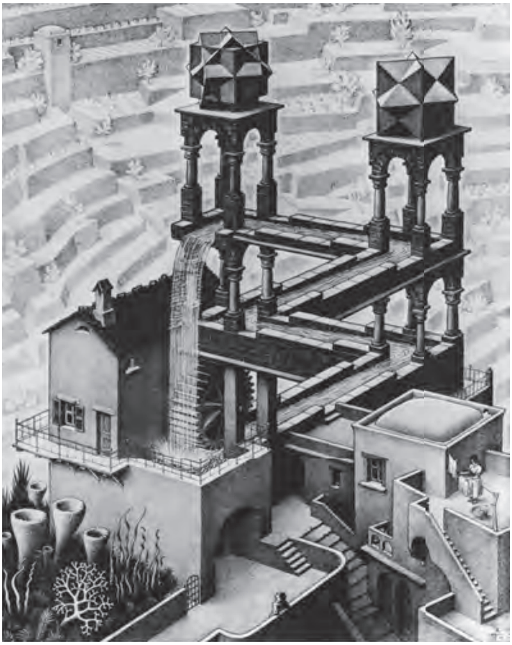
Son estos tres "mundos" de la física de la luz los que Escher representa artísticamente.

Bucles sin fin

El tema escheriano por excelencia es el de los bucles o ciclos eternos, fijación que comparten numerosos matemáticos, físicos, escritores y psicólogos. El análisis de este tipo de bucles, de su uso y sus implicaciones en pintura, música, literatura y ciencia, ha constituido el principal objeto de estudio de especialistas como Douglas Hofstadter, experto en inteligencia artificial y autor de una obra clásica de la divulgación científica: *Gödel, Escher, Bach: un eterno y grácil bucle*, donde nos señala que un bucle es una forma de representar de manera finita un proceso interminable.

Escher se basó en un artículo del matemático Roger Penrose para conseguir uno de estos bucles y "construir" su *Cascada*, en la que una caída de agua pone en movimiento una rueda de molino para después correr hacia abajo en zigzag por un canal que llega de nuevo al punto en que… ¿Un milagro laico? No, una ilusión óptica, nada simple por cierto: la cascada comienza de nuevo a caer en un movimiento perpetuo que constituye una auténtica paradoja visual. El gran problema con los grabados de Escher es que no sólo nos llevan a reflexionar sobre la manera en que percibimos la realidad, sino que amenazan con atraparnos en uno de esos bucles, sin posibilidad alguna de abandonar su mundo una vez que hemos ingresado en él.

Pero mejor aprovechemos nuestro paseo por estas (ir)realidades tan queridas por artistas matemáticos para hablar de uno de ellos al que quizá podríamos llamar "el Escher de las acuarelas": Wayne Roberts. Sigamos en esta misma sala, entonces.



Cascada (1961), M. C. Escher

El discreto encanto de lo continuo… y el continuo encanto de lo discreto

> Mi sueño es el de un futuro lenguaje artístico-visual que es musical en principio […]. Una extensión visual de los lenguajes de la música, la matemática y las palabras, y a los que quizás un día pueda abrazarlos a todos.
> **Wayne Roberts**

Uno de los problemas a los que nos enfrentamos al aprender matemática o física es que algunas palabras de uso común en nuestra vida cotidiana tienen un significado muy específico y algo –en ocasiones, *bastante*– diferente en un contexto científico. Palabras como “discreto” y “continuo” son ejemplos de ello, pues nuestro sentido común nos alerta de que algo anda mal si alguien nos dice que en el curso de Matemática Discreta estudiará los teoremas más reservados y prudentes del álgebra.

Discreto y *continuo* son algo así como el yin y el yang de la matemática, y determinar la naturaleza discreta o continua de fenómenos naturales como la luz y de variables como el tiempo ha dado lugar a teorías y discusiones entre científicos de la talla de Isaac Newton y Christiaan Huygens. En el terreno del arte, varios artistas, entre ellos el australiano Wayne Roberts, han tomado estos conceptos como base para construir una obra pictórica de naturaleza armónica –usando este adjetivo en todos los sentidos posibles, incluido el físico– que nos permite comprender intuitivamente la a veces sutil distinción entre lo continuo y lo discreto.

En matemática y física, que algo sea discreto no significa, por supuesto, que sea digno de confianza, capaz de comportarse de acuerdo con las circunstancias y de guardar nuestros secretos más íntimos. Los elementos que forman un conjunto discreto son numerables cada uno de ellos y por separado: pueden etiquetarse –a la manera de un niño pequeño o del Conde Contar, el famoso vampiro de *Plaza Sésamo*– como *un* dedo, *dos* dedos, *tres* dedos… No importa si el total de elementos es finito (como en el ejemplo) o infinito (como los números enteros). Las caras de una moneda, los libros de una biblioteca o las páginas de este libro son cantidades discretas.

Para entender qué es algo continuo en términos científicos, imaginemos que una persona extremadamente preocupada por su dieta solicita al mesero un cuarto del mejor corte de carne disponible en un restaurante –que, si de carnes hablamos y perdonando los estereotipos, podemos imaginar argentino–. El cocinero pesa en su balanza granataria 250 gramos de carne, pero el cliente se le ha metido en la cocina y le objeta: “Esos no son 250 gramos, son 249 gramos”. El cocinero saca una báscula digital y contesta: “Si nos vamos a poner así, vea entonces que en realidad son 249,8 gramos”. El cliente, que trabaja en un laboratorio, decide usar la sofisticada y muy precisa báscula que emplea para pesar compuestos; coloca la carne ahí y refuta: "No, no y no: son 249,768 gramos".

¿Quién tiene la razón? El problema aquí es que tratamos con una cantidad continua, cuyo valor depende de la precisión del instrumento con el que se la mida. Matemáticamente, el número de cifras sigue hasta el infinito, aunque para fortuna de cocineros y amantes de las dietas, siempre decidimos truncar la serie en cierto decimal y despreciar el resto.

En nuestra época de alta tecnología, un ejemplo más nos puede ayudar a separar lo discreto de lo continuo: quizá de pequeño, el lector, o el padre del lector, o el abuelo del lector –si cuento con la improbable suerte de que tres generaciones lean estas líneas–, para poder escuchar a The Beatles, necesitaban colocar un disco de vinilo en una bandeja tocadiscos y esperar a que la aguja tradujera la información del lenguaje mecánico constituido por los surcos del disco a un lenguaje electrónico y, finalmente, a los parlantes, en términos de ondas de compresión o, en otras palabras: música. Este tipo de grabación propia del siglo pasado, analógica e ininterrumpida –aunque, obviamente, limitada por el diámetro del disco y el número de vueltas que este daba–, es continua.

Cambiando de disco y de siglo, en la actualidad, la grabación de los discos compactos implica el almacenamiento de información en un lenguaje binario, de unos y ceros, que es leído por un láser en lugar de una aguja. Esta grabación es de tipo digital y discreta.

Pasar de instrumentos de medición analógicos a digitales –y de mediciones continuas a discretas–, gracias a los avances tecnológicos, ha traído algunos problemas en las ciencias de la Tierra (como la oceanografía) debido a que los procesos naturales que los investigadores estudian (marea, oleaje, corrientes, entre otros) son continuos, pero los datos registrados con aparatos digitales programados para medir cada cierto intervalo de tiempo son discretos. Puede ocurrir, por ejemplo, que el intervalo de tiempo de cada medición sea demasiado grande –o, por el contrario, muy pequeño– para la escala en que ocurre lo que uno quiere explicar. Por ejemplo, para observar la variación en el nivel del mar de un lugar, generada por la marea, de nada nos sirve tener un año de mediciones diarias, pero sí un mes de mediciones tomadas cada hora.

En cálculo matemático, el concepto de continuidad es indispensable para establecer las tres ideas fundamentales de esta rama de la matemática desarrollada por Newton y Leibniz en el siglo XVII: límite, derivada e integral. Un siglo después, Euler establecería la relación entre discreto y continuo a través de una ecuación, una simple fórmula en la que, por un lado, hay una suma de $1/k^2$ que va desde $k = 1$ hasta $k =$ infinito ($1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + \ldots$) y, por el otro, el número irracional π en la fórmula $\pi^2/6$. De este lado del espejo, una sucesión infinita de elementos discretos: fracciones cada vez más pequeñas pero que siguen aportando su parte a la suma total; del otro lado del espejo, el goteo continuo e ininterrumpido de los decimales de π: 3,141592…, número trascendente si los hay.

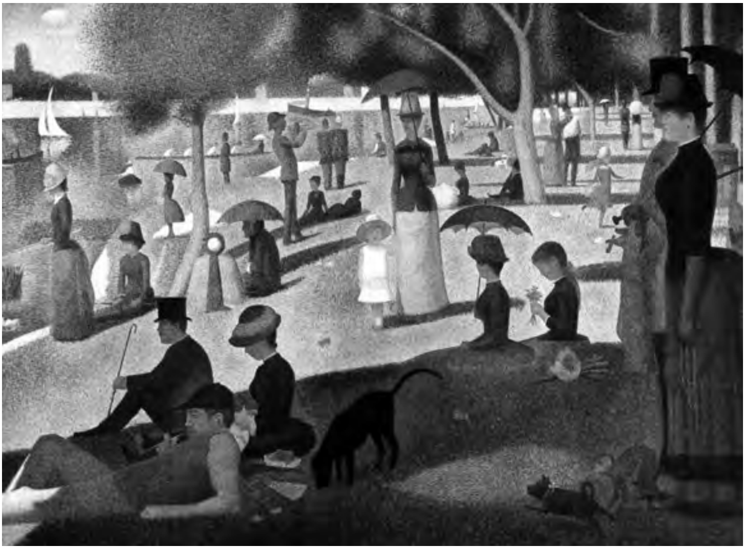
La discreción del infinito (1999), Wayne Roberts

Y es así como, por fin y saltándonos tres siglos, llega el momento de regresar a Wayne Roberts, pues es gracias a él que, sin tener un posgrado en matemática, podemos disfrutar de la belleza del contraste entre continuo y discreto y de tan elegante ecuación euleriana, escrita por el artista en el centro de su obra *La discreción del infinito*. En esta pintura, Roberts nos muestra las montañas estáticas con sus picos discretos y el océano dinámico con sus olas continuas. No se le escapa al artista la geometría fractal –de la que ya hablamos en la Sala Pollock– de unos y otras.

La luz a la luz de impresionistas y puntillistas

Y ya que tocamos de nuevo los territorios del arte, tal vez sea pertinente dedicarnos a un asunto de importancia mayor en pintura: ¿es discreta o continua la luz? Si hacemos caso a Isaac Newton, la luz se comporta de manera discreta y está constituida por un haz de partículas. Si adherimos a Christiaan Huygens, contemporáneo de Newton, la luz tiene un carácter ondulatorio y es de naturaleza continua. Y a la luz de la mecánica cuántica, ambas teorías son correctas: en algunas ocasiones, la luz se comporta como una onda y, en otras, como una partícula. Para saber un poco más, acerquémonos a un recoveco de esta sala del museo, reservado a los amantes de la luz.

Aquí, los pintores Claude Monet y Georges Seurat nos permiten intuir este aspecto dual de la luz a través de sus trabajos: el primero de ellos, impresionista, mediante las pinceladas y los gradientes de color que nuestros ojos perciben como continuos; el segundo, puntillista, a través de miríadas de puntos de color, discretos, que nuestro cerebro aglutina e interpreta como un paisaje completo. La hipótesis del agua como un contínuum –bastante utilizada en mecánica de fluidos y que nos permite estudiar el agua considerándola no molécula por molécula, sino como un continuo formado por millones de ellas– puede que sea más entendible después de admirar *Tarde de domingo en la isla de la Grande Jatte*, de Seurat.

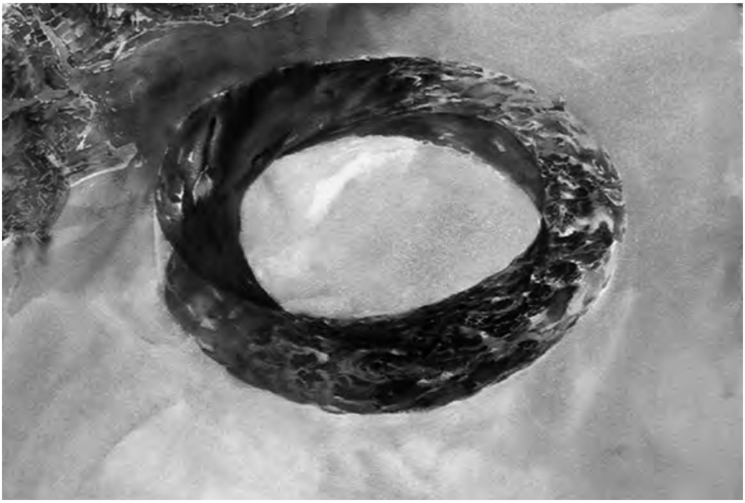


***Tarde de domingo en la isla de la Grande Jatte* (1884), Georges Seurat**

Regresemos ahora a Wayne Roberts, quien ha propuesto una tercera forma de representar la luz en varias de sus acuarelas, partiendo del hecho de que materia y energía pueden ser transformadas una en otra de acuerdo con una de las más famosas ecuaciones de la física, obra del no menos famoso Albert Einstein: energía igual al producto de la masa por el cuadrado de la velocidad de la luz. En su libro *Principles of Nature. Towards a New Visual Language* (2004), la propuesta de Roberts es, con sus propias palabras, la siguiente (tomen nota, futuros artistas científicos y científicos artistas):

> […] uno de los aspectos de la luz (brillantez) es representado por otro aspecto de ella (color). Los colores son elegidos

de acuerdo con sus energías relativas dentro del espectro electromagnético, y esto unifica la escena como un registro de luz mediada a través del color. Aquí, el color es usado como una metáfora de la interacción de la luz con las formas materiales.



Magallanes **(1999), Wayne Roberts**

Sería injusto abandonar el mundo según Wayne (Roberts) sin hablar de un cuadro que guarda similitud con algunos de los grabados de Escher: *Magallanes*, en el que un barco recorre un océano flotante con forma de rosquilla o "dona". Si uno corta transversalmente esta dona, se observa un prisma triangular equilátero, con una superficie oceánica en cada uno de sus lados. El prisma ha sido retorcido para formar la dona, de manera que el diminuto barco recorre el lado A, luego el B, después el C y de nuevo el A sin jamás cambiar de lado, pues la dona del cuadro en realidad tiene una sola arista, aunque, por supuesto, el prisma triangular –por definición– tiene tres. Y es que la dona es, en rigor, lo que en matemática se conoce como una *cinta de Moebius*. Para explorar por entero el artístico océano inspirado por la matemática, el *Magallanes* tiene que dar tres vueltas completas y regresar al punto de partida: un eterno retorno que, por supuesto y al contrario de lo que a veces se piensa, no ha estado nunca confinado exclusivamente a la literatura y al arte.

Índice