

Geometría y Medida

Geometría y Medida

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios en la escuela, tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de los mismos. Se trata de que los conocimientos matemáticos se introduzcan en el aula asociados con los distintos problemas que permiten resolverlos, para luego identificarlos y sistematizarlos. Esto es:

- Ubicar objetos en el espacio y/o sus representaciones en el plano en función de distintas referencias.
- Interpretar y elaborar croquis teniendo en cuenta las relaciones espaciales entre los elementos representados.
- Describir, reconocer y comparar triángulos, cuadriláteros y otras figuras teniendo en cuenta la longitud y posición relativa de sus lados y/o diagonales, la amplitud de sus ángulos.
- Describir, reconocer, comparar y representar cuerpos identificando la forma y el número de caras.
- Clasificar figuras de diferentes formas explicitando los criterios utilizados.
- Copiar y construir figuras (triángulos, cuadriláteros, círculos, figuras combinadas) a partir de distintas informaciones (instructivo, conjunto de condiciones, dibujo) mediante el uso de regla, escuadra, compás y transportador y evaluando la adecuación de la figura obtenida a la información dada.
- Componer y descomponer figuras utilizando propiedades conocidas de las figuras iniciales para argumentar sobre las de las figuras obtenidas.
- Analizar afirmaciones¹ acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez.

¹ La complejidad de la tarea estará dada por el repertorio de figuras y propiedades involucradas, promoviendo el avance desde comprobaciones empíricas (plegados, superposiciones, comparación de dibujos o usando regla o compás, mediciones) hacia argumentaciones más generales, utilizando propiedades conocidas.

- Estimar y medir efectivamente cantidades eligiendo el instrumento y la unidad² en función de la situación.
- Comparar distintas formas de escribir una misma cantidad utilizando distintas expresiones (descomposiciones aditivas, distintas unidades).
- Calcular cantidades evaluando la razonabilidad del resultado y la pertinencia de la unidad elegida para expresarlo.
- Elaborar y comparar procedimientos³ para calcular áreas y perímetros de figuras.
- Comparar figuras analizando cómo varían sus formas, perímetros y áreas cuando se mantiene alguna o algunas de estas características y se modifica/n otra/s.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje “Geometría y Medida”. Para ello, proponemos algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños. Además, presentamos secuencias de actividades que muestran el tipo de trabajo matemático propuesto desde el enfoque explicitado en el inicio de este *Cuaderno*.⁴

Para establecer y representar relaciones espaciales

En esta etapa, los niños ya han elaborado ciertas concepciones ligadas al conocimiento del espacio. Por ejemplo, pueden interpretar y describir trayectos o posiciones de objetos en el espacio y en el plano usando referencias, y están en condiciones de identificar códigos de señalización en distintos mapas e interpretar algunos planos sencillos.

Ahora bien, las características particulares de los ámbitos que frecuentan los niños inciden en el tipo de relaciones y referencias que construyen respecto de las nociones espaciales. Así, los conocimientos que pudieran haber construido los alumnos provenientes de sectores rurales, seguramente serán diferentes de

² Para el caso de la longitud, la capacidad y el peso se incluirán unidades convencionales de uso corriente. Para la amplitud de un ángulo, se introducirán grados. Para áreas, se incluirán unidades no convencionales, el cm^2 y el m^2 .

³ Se presenta la comparación de procedimientos elaborados por los alumnos y de estos con otros como iteración de una unidad y descomposición en figuras conocidas.

⁴ **Recomendación de lectura:** en reiteradas ocasiones, se propondrán actividades a partir de lo que se ha realizado en el año/grado anterior. En los casos en que los chicos no hayan realizado dicho trabajo u otro similar, es conveniente consultar *Cuadernos para el aula: Matemática 4* para que, en función de los conocimientos del grupo, el docente decida cómo adaptar la propuesta que allí se incluye.

los que habitan en ciudades y estos, a su vez, tendrán características diferenciadas entre sí, según las experiencias y el tipo de reflexión sobre las mismas que hayan tenido en la escuela.

A partir de esta diversidad, que será importante capitalizar, nuestra intención es que los alumnos dispongan de los conocimientos necesarios para desempeñarse en distintos contextos. Apuntamos a enriquecer las concepciones iniciales de los niños, proponiendo actividades en las que sea necesario comunicar información sobre el espacio cotidiano y sobre otros espacios conocidos a través de sus representaciones, para poner de relieve que los conocimientos espaciales posibilitan anticipar y controlar los efectos de las acciones sobre el espacio. Así, los distintos planos y sus diferentes referencias, los croquis, las hojas de ruta, etc., son instrumentos fundamentales sobre los cuales pensar las actividades.

La propuesta para 5° año/grado es continuar con actividades que impliquen la interpretación y la descripción de posiciones y recorridos en el espacio y en el plano, incluyendo ahora la producción de representaciones por los chicos. En este sentido, retomamos el trabajo sobre la identificación e interpretación de códigos de señalización en mapas viales y hojas de ruta, incorporando el establecimiento de nuevas relaciones a partir de la combinación de información obtenida de estas fuentes de datos. En el caso de los planos de ciudades que no pertenecen al entorno cercano a los niños, se incluye el estudio de referencias relacionadas con la numeración y sentidos de las calles, a partir de un trabajo fuerte de producción.

Plantear situaciones para producir e interpretar representaciones del espacio bi y tridimensional

En los *Cuadernos para el aula* de años anteriores se proponen diferentes situaciones con el objetivo de que los alumnos se involucren en un trabajo que les permita ir ampliando progresivamente los conocimientos que, según las características de su entorno, han construido por la sola interacción con el medio que los rodea.

En este sentido, se intentó propiciar básicamente que los alumnos establezcan relaciones entre el espacio real y sus diferentes representaciones bidimensionales.

La interpretación y producción de croquis, mapas y planos requiere desarrollar procedimientos específicos de análisis y selección de información distintos de los que se utilizan para otros portadores. Esto puede advertirse al comparar las actividades que siguen con las que se desarrollan en el apartado “Para trabajar con la información” en el Eje “Número y Operaciones” de este *Cuaderno*.

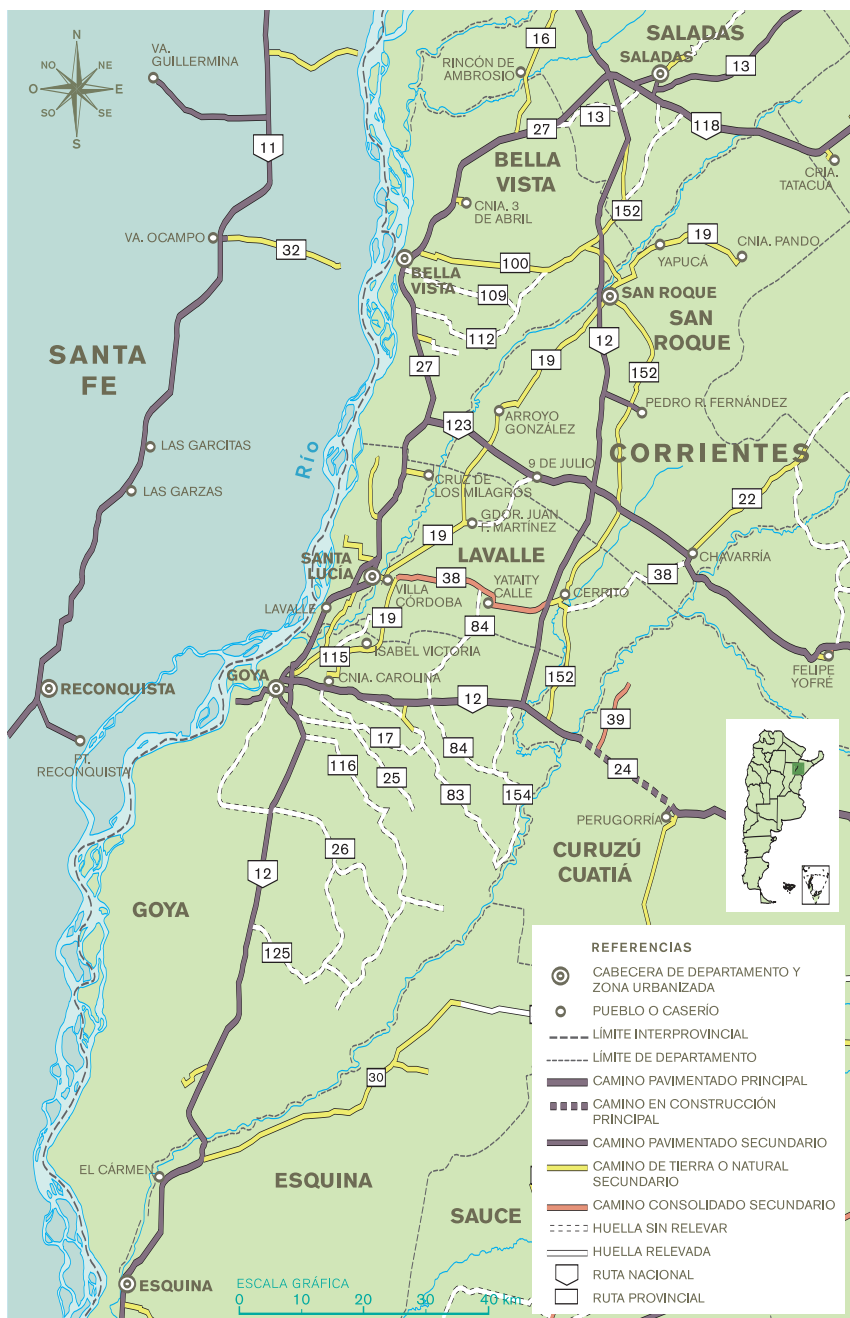
La propuesta para 5º año/grado consiste en continuar el estudio de distintas **representaciones del espacio**⁵, incorporando problemas que requieran diferenciar y precisar la información que brindan los mapas, los croquis o los planos y establecer relaciones entre datos en la resolución de problemas de distinto tipo.

Para ello, comenzaremos por plantear el trabajo simultáneo con una hoja de ruta y un mapa rutero de una misma zona. Podemos organizar la clase en parejas y entregar a cada una de ellas una copia de la hoja de ruta y del mapa rutero⁶, como los de las páginas siguientes, con esta consigna.

- Respondan a las preguntas e indiquen de dónde obtuvieron los datos para responder.
 - a) ¿Cuántos kilómetros del trayecto se recorren sobre la ruta N° 27?
 - b) ¿Qué parte del trayecto Esquina-Saladas podría ser realizado en una hora? ¿Y en media hora?
 - c) ¿Se podría saber, a partir de la hoja de ruta, dónde hay un cruce de rutas? ¿Por qué?
 - d) ¿Cuánto tiempo podría tardarse en recorrer el trayecto desde la ciudad de Goya hasta el cruce de la Ruta 19 con la 123? Realicen una aproximación.

⁵ **Recomendación de la lectura:** en el apartado “Las representaciones” de este *Cuaderno*, se analiza la relación entre las representaciones producidas por quien resuelve, las realizadas por otros compañeros y las convencionales.

⁶ En el sitio de Internet www.ruta0.com/rutas_argentinas.asp, se encuentran mapas similares.



Mapa rutero.



Hoja de ruta.

Trayecto Esquina-Saladas:

238 km.

Para este trayecto se calculan 2 hs 10 min, aproximadamente, tomando como velocidad promedio 110 km, que es la velocidad permitida en ruta.

Consumos calculados para vehículos nafteros:

Rendimiento: 10 km por cada litro de nafta.

Valores de referencia: \$ 1,99 cada litro de nafta.

Costo del recorrido: \$ 47 (\$ 47 en combustible y \$ 0 en peajes).

Las primeras tres preguntas ponen en juego la interpretación de una sola de las representaciones, la hoja de ruta. Al respecto, es posible propiciar la discusión acerca de qué información aporta y de qué manera. Por ejemplo, un cruce de rutas está indicado como punto redondeado sobre la línea de trayectoria, tal como en las localidades.

También se incluye la velocidad promedio permitida y las distancias entre localidades, lo que posibilita la estimación del tiempo para recorrer cada fracción del trayecto. Las discusiones que generan las preguntas contribuyen a que los alumnos puedan reconocer, entre los datos que proporcionan un mapa y una hoja de ruta, algunos rasgos comunes, como el nombre de las localidades y algunas diferencias. Por ejemplo, la hoja de ruta es una representación lineal que no permite visualizar la localización de las ciudades en el espacio geográfico ni otras conexiones ya que, por ejemplo, en la localidad de Goya hay un cruce entre la ruta N° 12 y la N° 27 que no se indica y puede verse en el mapa. La pregunta d) demanda relacionar información, ya que estimar la distancia que representa un trayecto del que se desconoce la longitud requiere comparar en el mapa el trayecto solicitado con algún otro del que se conozca la longitud a partir de la hoja de ruta. Aquí el pedido es de una aproximación, puesto que se pretende que los alumnos hagan estimaciones comparando longitudes de trayectos parecidos. En este caso, el trayecto desde Goya hasta el cruce de la ruta 27 con la 123 puede servir, pues tiene una forma y una longitud similar, y como está cerca del cruce anterior facilita la comparación.

Luego de este análisis, es posible proponer la siguiente consigna, también para realizar en parejas, que involucra la construcción de otra hoja de ruta obteniendo los datos del mismo mapa rutero.

- Elaboren una hoja de ruta del trayecto Goya-9 de Julio, utilizando la información que puedan obtener del mapa y de la hoja de ruta. Identifiquen en ella cuál es la información exacta y cuál la aproximada.

Aquí será necesario discutir con los alumnos si pudieron obtener toda la información que es necesario dar en una hoja de ruta y el carácter de la misma (si es aproximada o exacta) y precisar qué tomaron como referencia para realizar las aproximaciones de distancias entre diferentes puntos.

Una propuesta que permite enriquecer las referencias del espacio que proporcionan los mapas comunes son las imágenes satelitales. El programa de computación llamado *Google Earth*⁷ permite visualizar imágenes de cualquier

⁷ Se recomienda colocar el nombre *Google Earth* en un buscador y bajar el programa en forma gratuita de alguna de las páginas que allí aparecerán. En principio, para que este programa pueda bajar bien, es necesario contar con una conexión *on line*, de lo contrario la búsqueda demora mucho tiempo.

punto del planeta. Ingresando el nombre de la localidad que se desea explorar, los alumnos podrían identificar puntos que les resulten conocidos y buscar nuevos lugares a partir de los mismos, identificando las referencias del espacio que a ellos les resulten conocidas.

Un avance respecto del trabajo con planos de ciudades podría plantearse a partir de la siguiente actividad.

- Este mapa muestra el centro de la ciudad de Corrientes. Sabiendo que la numeración de la calle Quintana, entre España y Santa Fe, está entre el 1600 y el 1700, y que la numeración de la calle Catamarca, entre 25 de Mayo y C. Pellegrini, está entre el 600 y el 700, resolvé las consignas siguientes.



- Indicá la cuadra que corresponde a Salta al 1100.
- Indicá la cuadra que corresponde a Junín al 400.
- ¿Cuál es la numeración de las calles a orillas del río?

Los croquis⁸ son un tipo de representación que interesa estudiar en la escuela, pues como proporcionan un esquema estimativo de la realidad que se quiere representar, abren la posibilidad de que sean los alumnos quienes deban realizar las representaciones, avanzando en la precisión de las referencias necesarias.

Una particularidad de las zonas rurales es que hay pocas referencias convencionales a las cuales apelar y los alumnos suelen considerar únicamente referencias muy ligadas a sus experiencias personales. En consecuencia, plantear a los chicos qué referencias serían las más pertinentes para dar a quien no conoce el lugar podría promover la descentración requerida.

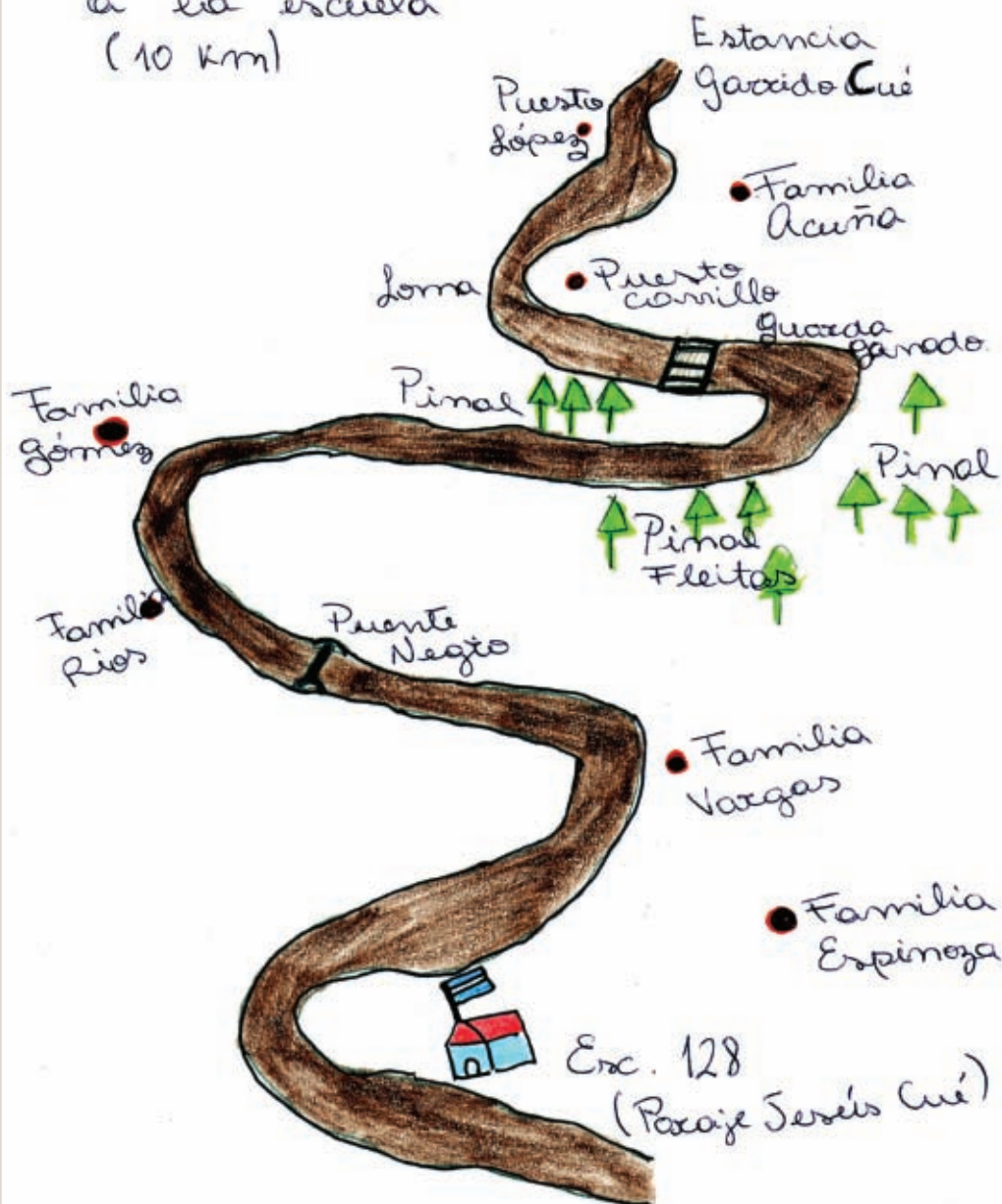
Es interesante subrayar que los niños deben disponer de los conocimientos necesarios para desempeñarse en distintos espacios, más allá de los propios conocimientos de origen. Podríamos suponer que la producción de un croquis de un paraje rural que no se conoce es una tarea difícil para algunos niños de la ciudad y del mismo modo podría ocurrir con los alumnos de un determinado paraje rural al hacer un croquis de un itinerario de la ciudad. Sin embargo, todos pueden realizar tareas de interpretación de dichas representaciones, aunque describan espacios desconocidos. Es más, es necesario que se familiaricen con ellos. Este trabajo permitirá analizar con los alumnos las diferencias que estos bocetos ponen en juego. Por ejemplo, ¿cuáles serían las referencias significativas del campo para alguien que no pertenece a este contexto? ¿Y cuáles son las referencias pertinentes para orientar a alguien en una ciudad?

A continuación, analizamos un registro de clase de una actividad desarrollada a partir del croquis “El camino de nuestras casas a la escuela”⁹.

⁸ **Recomendación de lectura:** véase *Cuadernos para el aula: Matemática 4*, donde se presenta una experiencia de elaboración de croquis muy interesante denominada “De la meseta al valle”, realizada en una escuela de la provincia de Río Negro.

⁹ Actividad desarrollada en el marco del Proyecto “Sembrando Horizonte”, para escuelas de pluri-grado, elaborado y puesto en práctica por el Equipo Técnico de la Asesoría Pedagógica del Consejo General de Educación de la provincia de Corrientes. El croquis fue elaborado por alumnos de la Escuela Rural N° 128 (paraje Jesús Cué) de la localidad de Gobernador Virasoro, provincia de Corrientes.

El camino de nuestras casas
a la escuela
(10 km)



Registro de clase

Maestro: *–Chicos, dijimos que tenían que armar un croquis para que alguien que no conoce Jesús Cué sepa dónde están sus casas y dónde está la escuela. Les voy a entregar la copia de un trabajo de uno de los grupos y analicen si cualquiera lo va a entender. Si les parece que hay algo que no está bien, piensen cómo habría que cambiarlo.*

(Los alumnos trabajan en grupo, marcan errores y sugieren algunos cambios.)

Maestro: *–Bueno, ¿vamos a ver qué vieron en el trabajo? ¿Encontraron algo que no está claro?*

Alumno 1: *–Sí, maestro, ahí ponen pinal¹⁰ de Fleitas, y hay muchos pinales acá, ¿cómo va a saber un señor cualquiera cuál es el de los Fleitas?*

Maestro: *–¿Los demás también marcaron esto como un error? ¿Les parece que está mal?*

Alumno 2: *–Pero si no ponemos el pinal, no se va a ubicar el señor. El pinal es regrande, se ve rebien.*

Alumno 1: *–Sí, maestro, pero yo digo que no se sabe cuál es el pinal de Fleitas, porque no hay cartel que diga “FLEITAS”.*

Maestro: *–¿Qué piensan los demás?*

Alumno 3: *–El pinal hay que poner.*

Maestro: *–Sí, pero ¿y eso que dice Fede, que nadie sabe cuál es de Fleitas y cuál no? ¿Cómo lo solucionamos?*

Alumno 4: *–Tenemos que poner el pinal pero no que es de Fleitas.*

Alumno 1: *–Nosotros decíamos que se puede poner también la casita que está al lado del pinal de Fleitas para que se sepa cuál es.*

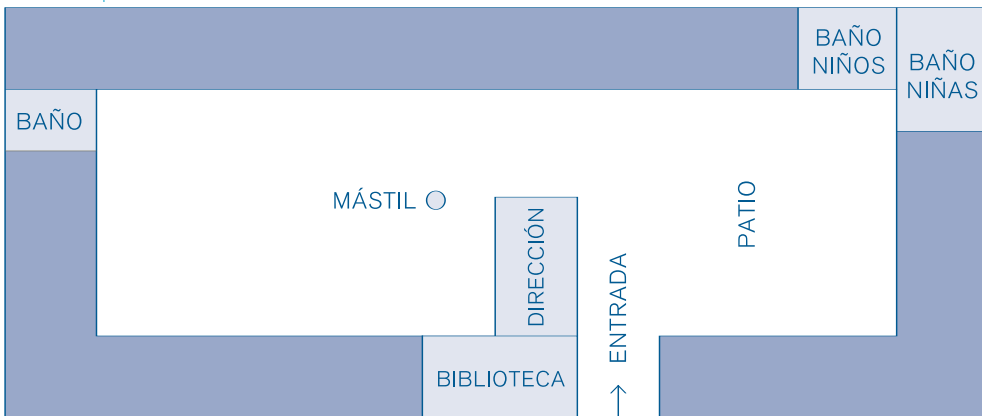
(La discusión sigue.)

De este fragmento vale destacar la importancia de retomar las producciones de los alumnos para poder corregirlas y mejorarlas incorporando nuevas referencias. Además, la muy buena decisión del maestro de centrar la discusión en uno de los trabajos de los alumnos, con el fin de posibilitar la discusión de todo el grupo sobre problemas particulares y comunes, y así buscar soluciones concretas que sirven a los alumnos para corregir luego sus trabajos.

¹⁰ En este registro se respetó la forma de expresión de los alumnos al referirse a un *pinar* con *l* al final, en lugar de *r*.

Para avanzar sobre la interpretación y la producción de representaciones, es necesario imponer ciertas condiciones sobre el espacio representado o a representar, por ejemplo, trabajando en forma grupal sobre un croquis.

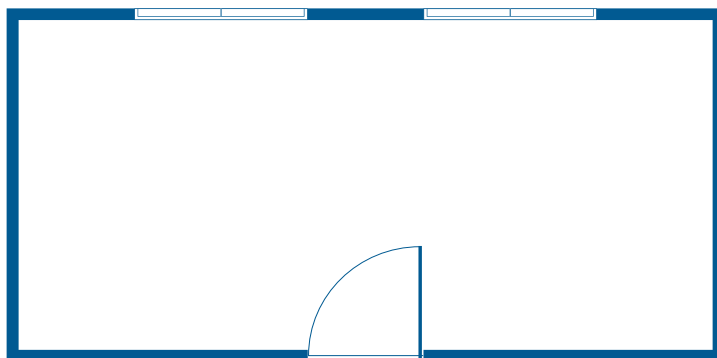
- La Cooperadora de una escuela de EGB 1 y EGB 2, junto con el Ministerio de Educación, acaba de terminar la construcción de una parte de la escuela. Quieren ubicar en el ala derecha a los alumnos del Primer Ciclo. Se sabe que hay 2 secciones de cada año y que quieren que los de un mismo año estén cerca, pero que los de 1^{er} año sean los que estén más cerca del baño. Ubiquen, en el siguiente croquis, los cursos correspondientes a los dos ciclos colocando las paredes que separan las aulas.



Una variación de este mismo tipo de situación podría introducirse modificando las condiciones, como por ejemplo: *Marquen en este croquis aulas para 7 grados, una sala de música y un salón de usos múltiples ubicado cerca de la sala de música y con una puerta hacia el patio.*

Se podría aprovechar el mismo contexto de construcción de una nueva escuela para plantear la localización de representaciones de objetos en el mismo. Por ejemplo, cada alumno puede realizar la siguiente actividad de manera individual, para luego comparar si hubo diferencias entre las producciones. Se podrían distribuir fotocopias con el esquema de una sala de computación y videos y dar la consigna en forma oral.

- La directora y la vicedirectora quieren ordenar los equipos y muebles que van en este lugar de la siguiente manera: 5 computadoras a la derecha de la puerta de entrada y bien pegadas a la pared. A la izquierda de la puerta de entrada, y también pegada a la pared, una mesa rectangular. En la esquina que está al terminar esta pared quieren ubicar la TV y, debajo de esta, la reproductora de videos. Entre las dos ventanas quieren ubicar otras 2 computadoras. En el centro de la sala, desean ubicar una mesa redonda. Hagan, en forma individual, un croquis donde se observe cómo quedaría la sala.



También es posible incluir la descripción de un recorrido, por ejemplo a partir de una situación de comunicación en la que preguntemos: *¿Cual podría ser una manera fácil de explicarles a los padres, que entran por la puerta de entrada de la escuela para asistir a la reunión de padres, cómo llegar hasta el aula de 5°?*

Es interesante vincular las actividades en las que se trabaja con representaciones del espacio real con propuestas del área de Ciencias Sociales, en el Eje "Las sociedades y los espacios geográficos". Se podrían presentar planos de rutas y mapas nacionales para localizar circuitos productivos, analizar las redes de transporte terrestre, ferroviario, etc. También es posible presentar planos de distintas localidades para analizar el uso del suelo urbano.

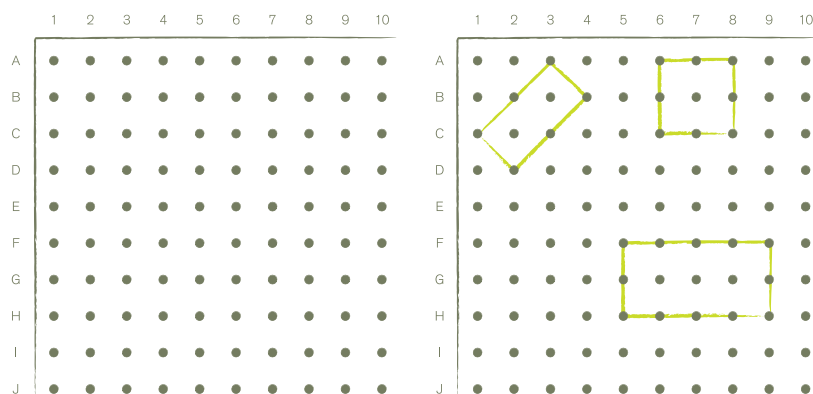
Plantear situaciones para ubicar posiciones en función de distintas referencias

Para 5° año/grado, la propuesta es profundizar el estudio de referencias para la **ubicación de puntos en el plano**. Para aproximar a los chicos a las condiciones del sistema de ejes cartesianos es posible, por ejemplo, plantear el siguiente juego de la “Batalla geométrica”¹¹.

“Batalla geométrica”: ubicar puntos en el plano.

Organización de la clase: se divide en grupos de 4 alumnos, los que a su vez se subdividen en parejas.

Materiales: dos tableros por cada pareja de alumnos. Uno, entregado por el docente, con las figuras que la otra pareja tiene que adivinar, y otro tablero vacío, para que puedan tener un registro de lo que dictan a la pareja rival para adivinar la posición de sus figuras. Cada una de las figuras debe tener entre uno y cinco puntos interiores y no pueden tocarse ni superponerse.



Desarrollo: el objetivo del juego es descubrir dónde están ubicadas cada una de las tres figuras que dibujó el otro jugador. Para esto, por turno, los jugadores deben ir diciendo posiciones (A1, B3, etc.) para ubicar la figura y anotar en el tablero vacío, según lo que los contrincantes respondan. Gana el que primero descubre la posición exacta de las tres figuras.

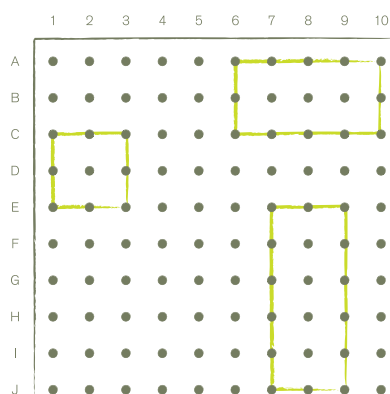
¹¹ **Recomendación de lectura:** véase *Cuadernos para el aula: Matemática 4*, donde se presenta, para el estudio de la ubicación de posiciones, la “Batalla naval” y su variante, la “Batalla geométrica”.

Es conveniente que, para que todos comprendan en qué consiste la actividad, juguemos algunas partidas frente a los alumnos. Cabe destacar que saber que lo que se tiene que adivinar es un cuadrado o un rectángulo constituye una información valiosa a la hora de decidir qué referencias dar y que, por lo tanto, no hace falta identificar todos los vértices. Según las decisiones que tomemos en relación con el tipo y la cantidad de figuras, la cantidad de puntos interiores, las posiciones en el plano, la distancia de los lados a la primera fila y/o columna, la tarea podría ofrecer distintos niveles de complejidad. Otro aspecto a considerar es el vocabulario que se va utilizar. En el caso de la “Batalla naval”, se habla de *averiado/tocado*, *hundido* o *agua*; aquí podría decirse: *vértice*, *lado*, *adentro* o *afuera*, según el punto nombrado pertenezca a un vértice, a un lado o sea interior o exterior a la figura.

Luego del juego en parejas, podríamos organizar un trabajo individual, con el objetivo de enfrentar a todos los alumnos con alguna situación especialmente pensada para discutir determinadas cuestiones que no están garantizadas por el solo hecho de jugar, y también para asegurarnos de que todos los alumnos participen. Por ejemplo, podríamos entregar un tablero con figuras en posiciones que no se hayan presentado antes, proponiendo a los chicos que registren en sus cuadernos las referencias necesarias para ubicar cada una de las figuras dadas.

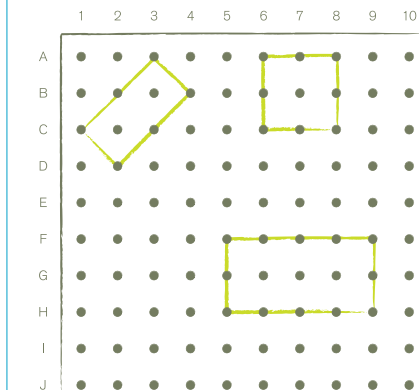
Otra actividad individual es controlar lo que alguien dijo para adivinar las figuras. Para esto, deberíamos entregar tableros con figuras y ciertas conclusiones a partir de determinadas referencias, y luego solicitar a los alumnos que determinen si son correctas o no. Por ejemplo, con la siguiente actividad.

1. Analizó las conclusiones de Marisa a partir del siguiente tablero y determinará si son o no correctas. Fundamentará tu respuesta.



Marisa dijo que adivinó la figura cuando supo que C6, A6 y C10 son vértices, porque el único que cumple con esas condiciones es el rectángulo que deja 3 puntos interiores. Además, dijo que se dio cuenta de otra de las figuras cuando Juan respondió vértice en C1 y C3 y lado en D1 y D3, ya que no podía ser otro más que un cuadrado.

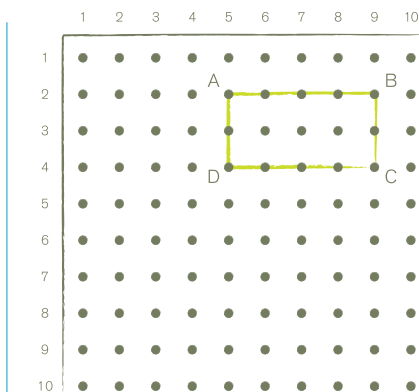
2. Juana recibió el siguiente tablero:



a) Cuando Martín dijo *B6*, Juana le contestó *lado* y cuando dijo *A6* y *C8*, Juana le respondió *vértice*. Indicá qué pudo haber dicho Martín para encontrar los otros vértices de la figura.

b) Martín dijo *C1* y *D2* y Juana le contestó *vértice*. Si ahora Martín dice *C3*, porque cree que es un vértice, ¿qué figura considera que encontró?

Para avanzar hacia las convenciones propias del sistema cartesiano es posible discutir con los alumnos cómo ubicar los puntos en el tablero si en lugar de referencias con letras y números se usan solo números.



3. ¿Da lo mismo decir primero 2 y después 5 que hacerlo en el orden inverso para ubicar el punto A? ¿Cómo se pueden anotar las posiciones de los vértices del rectángulo?

Sistematizar los acuerdos alcanzados permitirá una primera aproximación al uso de coordenadas del tipo (2;5).

Para avanzar en el conocimiento de las figuras y de los cuerpos

Las primeras aproximaciones a las figuras y a los cuerpos tienen lugar en el Primer Ciclo, a partir de un trabajo apoyado fundamentalmente en la percepción. Así, los niños están en condiciones de diferenciar una figura de otra, pero no son capaces, por ejemplo, de comprender la inclusión del cuadrado entre los rectángulos. En este

sentido, debemos reconocer que ciertas propiedades no son “observables” a partir del dibujo, es necesaria cierta actividad intelectual para que se hagan evidentes, y dado que lo que cada alumno “ve” está en relación directa con los conocimientos que posee. Tener en cuenta que los dibujos no “muestran” las propiedades que queremos hacer aprender a los alumnos, representa un aspecto importante que debemos tener en cuenta en el momento de pensar las actividades del Segundo Ciclo.

Otro aspecto a tener en cuenta en este Ciclo es que, para establecer si son ciertas o no algunas afirmaciones sobre las figuras¹², por ejemplo si son o no iguales los triángulos que se forman en un cuadrado al trazar la diagonal, los chicos podrán apelar a constataciones empíricas: *Los dos triángulos me quedaron iguales porque doblé el cuadrado en dos partes*, o a propiedades de las figuras que van conociendo: *Los dos triángulos son iguales porque todos los lados del cuadrado son iguales*.

Para que al argumentar los alumnos avancen hacia el uso de propiedades, es necesario que enfrenten problemas en los que tengan que anticipar y dar razones sobre, por ejemplo, la figura que se obtiene al realizar una construcción.

En 5° año/grado trabajaremos para que los alumnos sistematicen las propiedades que seguramente han explorado en años anteriores, las de los lados y ángulos de triángulos y cuadriláteros, y se inicien en el estudio de las propiedades de las diagonales de los cuadriláteros. En el caso de los cuerpos, en 5° año/grado, profundizamos el estudio de prismas con propuestas que apunten a su caracterización a partir de las particularidades de sus bases.

Tal como se señaló en el apartado “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno*, el sentido de los conocimientos se construye a partir del conjunto de problemas que tales conocimientos resuelven. En el caso de las figuras, las construcciones permiten plantear problemas en los que se ponen en juego sus propiedades. Así, proponemos plantear, por ejemplo, la realización de construcciones a partir de la descripción elaborada por un grupo o a partir del copiado o a partir de ciertos datos.

Nótese que no se propone que el docente muestre cómo realizar los trazados para que el alumno los reproduzca, sino que sean los mismos alumnos los que, enfrentados al desafío de la construcción, anticipen cuáles son las informaciones necesarias para reproducir las figuras o establezcan relaciones entre los elementos del modelo a reproducir y resuelvan por sus medios el problema. En este sentido, el tipo de papel que se utilice, los instrumentos que se den, la cantidad de datos y la complejidad de la figura determinarán el uso de conocimientos diferentes para realizar la tarea.

¹² **Recomendación de lectura:** véase el apartado “La gestión de la clase”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno*, donde se analiza cómo podrían desarrollarse las argumentaciones de los chicos.

Plantear situaciones para comparar y describir figuras y cuerpos

Entre las actividades que permiten trabajar la comparación y la descripción de figuras y cuerpos, se encuentran las que denominamos *actividades de adivinanza*.¹³

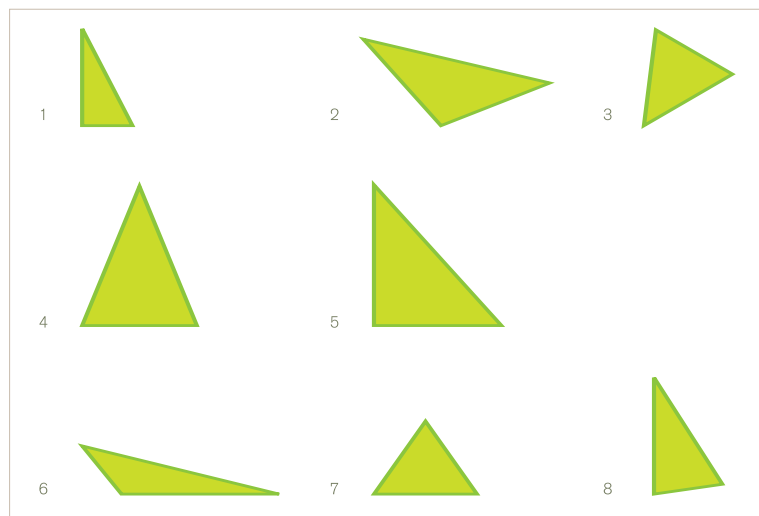
En ellas, se presenta un conjunto de figuras o cuerpos y hay que descubrir cuál es la que alguien eligió. El que adivina tiene que plantear preguntas que permitan ir descartando las figuras o los cuerpos que no corresponden a las respuestas recibidas.

Puede que los alumnos ya hayan realizado esta propuesta, puesto que ya se incluyó en *Cuadernos* anteriores. Sin embargo, pueden ser nuevas las propiedades de las figuras y de los cuerpos con los que se va a trabajar.

Para el caso de las **figuras**, la comparación entre los triángulos del siguiente conjunto puede desembocar en la sistematización de las propiedades de sus lados y sus ángulos.

“Adivinanza de figuras”¹⁴: propiedades de los triángulos.

Materiales: hojas con triángulos dibujados.



¹³ **Recomendación de lectura:** véase el documento de trabajo N° 5. *La enseñanza de la geometría en el Segundo Ciclo*. Subsecretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires, Dirección de Currícula.

¹⁴ Estas cartas, así como otras con diferentes figuras geométricas, están disponibles en Chemello, G. (coord.), Hanfling, M. y Machiunas, V. (2001), *Juegos en Matemática EGB 2. El juego, un recurso para aprender*. (Material recortable para alumnos). En la pág.17 del material para docentes, pueden encontrarse otras propuestas que permiten trabajar en el mismo sentido.

Organización de la clase: se divide en grupos de no más de 4 integrantes.

Desarrollo: se entrega a cada equipo una hoja con los triángulos. El juego consiste en adivinar cuál es la figura elegida por el docente, haciéndole preguntas que se respondan por sí o por no. Gana el equipo que primero encuentra la figura.

Las preguntas que los alumnos elaborarán, seguramente, serán de muy distinta índole. Por ejemplo, podrán preguntar: *¿Tiene lados iguales?* o *¿Tiene un ángulo recto?*, sin pensar en que algunas de esas propiedades son comunes a otras figuras del conjunto dado. O bien *¿Es el triángulo alargadito?* *¿Es el triángulo gordo?*, es decir, preguntas que no se refieren a características geométricas. Cabe señalar aquí que para decidir si una figura se descarta o no en función de la respuesta del maestro, los chicos podrán realizar algunas comprobaciones empíricas, como comparar ángulos con la esquina de una hoja de papel para saber si son rectos o no, o realizar mediciones, pues no es suficiente con decidir “a ojo”.

Un registro en el pizarrón de todas las preguntas que van formulando los alumnos puede ser un buen recurso para organizar la discusión posterior. Si bien la consigna indica que solo pueden formularse aquellas preguntas que se respondan por sí o por no, es muy probable que, inicialmente, algunas preguntas (*¿Cómo son sus lados?* *¿Cuántos lados iguales tiene?*) no sean adecuadas, lo que requerirá una discusión grupal que permita realizar acuerdos al respecto. Por ejemplo, se podría concluir que las preguntas por *cuánto*, *cómo* y *dónde* no admiten como respuesta un sí o un no.

También habrá que realizar acuerdos básicos acerca de cuáles son las preguntas más útiles para determinar cuál es la figura seleccionada por el docente, lo que permite comenzar a identificar figuras que poseen una misma propiedad, como tener (o no) un ángulo recto o un par de lados iguales.

En una segunda instancia, se puede volver a jugar incluyendo en la consigna la condición de *elaborar la menor cantidad de preguntas posibles*. Es de esperar que, luego de las discusiones realizadas y de los acuerdos a los que se arribó, los alumnos estén en mejores condiciones para realizar otras actividades, como la siguiente.

- María y Martín dicen que eligieron el mismo triángulo. María dice que eligió un triángulo obtusángulo, en el que uno de sus lados mide 2,6 cm, y Martín dice que eligió un isósceles, en el que uno de sus lados mide 2,6 cm. ¿Es posible que sea cierto lo que afirman?

Es importante destacar aquí que para los niños no es evidente que un mismo triángulo pueda ser, a la vez, isósceles y obtusángulo.

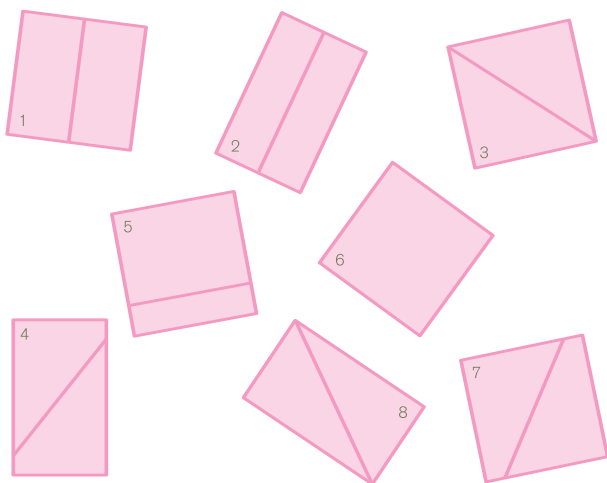
En el apartado “Plantear situaciones para sistematizar propiedades de los cuerpos y las figuras” de este *Cuaderno*, se proponen actividades para ahondar en el análisis de dichas caracterizaciones.

Las actividades de adivinanza se pueden plantear con diferentes conjuntos de figuras o cuerpos, según las propiedades de los mismos que se quieran trabajar y sistematizar posteriormente.

Por ejemplo, se podría trabajar con un conjunto de cuadriláteros de distintos tipos para retomar las propiedades ya exploradas: lados congruentes y ángulos rectos o no. Luego, para avanzar sobre otra propiedad, como el paralelismo de los lados, que diferencia a los paralelogramos de otros cuadriláteros, se podría indicar que no se puede preguntar por la congruencia de los lados. De este modo, la atención se dirige a los ángulos y las relaciones de perpendicularidad o no entre los lados. La noción de paralelismo entre dos lados podría surgir así ligada a la perpendicularidad de los mismos a un tercero.

A continuación se podrá proponer, por ejemplo, una actividad que permita discutir sobre la idea de diagonal de un cuadrilátero como la siguiente:

1. Dado el siguiente conjunto de figuras, elegí una y elaborá un listado de pistas que posibiliten adivinar la que seleccionaste.



2. Analizó las siguientes pistas y determinará si son suficientes para afirmar que la figura seleccionada es la 4.
- Es un rectángulo.
 - Tiene una línea que lo atraviesa en su interior.
 - La línea del interior no es paralela a los lados.

A través del planteo de esta actividad, pretendemos poner en discusión la definición de diagonal de un cuadrilátero, cuestionando ciertas formulaciones de los alumnos, tales como *Es un segmento que cruza por el medio de la figura* o *Es una raya torcida adentro del rectángulo*, depurando, de este modo, tanto el vocabulario empleado (*torcido, raya*) como el sentido mismo de los términos (a qué nos referimos cuando decimos *medio*). De esta manera, buscamos que se llegue a afirmar que la diagonal es un segmento que une dos vértices opuestos (o no consecutivos) de la figura. Es importante señalar que, si no se ha realizado antes una actividad como la de adivinanza de cuadriláteros, habrá que incluir alguna otra asociada, por ejemplo, a una construcción a partir de ciertos datos que suponga la exploración de la idea de paralelismo¹⁵.

Para el caso de los **cuerpos**, si se trabaja con un conjunto de 6 prismas de la misma altura con las bases de distintas formas (rectángulo, cuadrado, hexágono, pentágono, triángulo, octógono), las discusiones posteriores al juego de adivinanza permitirán descubrir la relación entre la forma de la base y el número de caras laterales. Es decir, por ejemplo, si tiene bases hexagonales, el cuerpo tiene 8 caras, dos de ellas corresponden a las bases y las otras seis a los rectángulos de las caras laterales. Con el mismo conjunto de cuerpos, es posible también realizar otras actividades como la que se presenta a continuación.

1. Las siguientes preguntas fueron elaboradas por un grupo que dice que con esta lista pueden adivinar un prisma que eligió el maestro. Analizó con tu grupo las preguntas y respondé si es verdad que son buenas para adivinar y por qué.
- ¿Tiene 6 caras rectangulares?
 - ¿Tiene 6 caras?
 - ¿Tiene 5 caras?
 - ¿Tiene caras triangulares?
 - ¿Tiene 8 caras?
 - ¿Tiene caras cuadrangulares?

¹⁵ **Recomendación de lectura:** otras actividades sobre propiedades de las figuras geométricas se pueden consultar en Chemello, G. (coord.), Hanfling, M. y Machiunas, V. (2001), *Juegos en Matemática EGB 2. El juego, un recurso para aprender*. Material para docentes.

2. Rocío dijo que el cuerpo que ella eligió tiene 5 caras. ¿Es suficiente información para definir el cuerpo elegido por Rocío?
3. ¿Para cuál de los cuerpos sería suficiente saber la cantidad de caras para identificarlo? ¿Por qué?

Analizar la información que aporta cada pregunta pone en evidencia que si bien algunas son muy similares, dan informaciones diferentes, ya que un prisma puede tener 6 caras, pero no necesariamente todas rectangulares. En cambio, hay otras preguntas que, al parecer, son muy diferentes y, sin embargo, revelan los mismos datos. Por ejemplo, preguntar por la cantidad de caras que tiene el prisma (*¿Tiene 5 caras?*) o hacer preguntas referidas a la cantidad de lados que tienen las bases (*¿Tiene caras triangulares?*) es equivalente, porque ambos modos de formulación descartan los mismos cuerpos. En este caso, una respuesta negativa a cualquiera de las dos preguntas descartaría el prisma de base triangular.

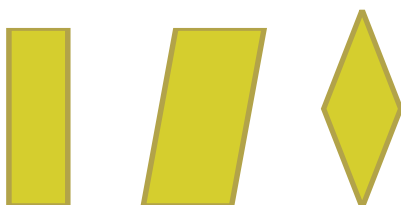
También es interesante debatir con los alumnos de qué manera la organización de las preguntas contribuye a asegurar un buen trabajo. Por ejemplo, si se formulan preguntas sobre la forma de las bases, para asegurarse un análisis exhaustivo se debería preguntar por todas las formas posibles para la base, y no como en el listado propuesto, ya que en este caso no se pregunta por el pentágono ni por el octógono.

Otras actividades relacionadas con la descripción y el análisis de las características de los prismas son las siguientes.

1. ¿Es posible construir un prisma utilizando las siguientes figuras como caras del mismo?



2. a) ¿Qué forma deberían tener las caras laterales de un prisma si su base fuera cada una de las siguientes figuras?



b) ¿Cómo podrían ser las caras laterales de un prisma si las bases son trapecios?

c) ¿Es posible construir prismas con cada una de las siguientes figuras como caras laterales?



Otras actividades que dan lugar a la descripción de figuras y cuerpos son aquellas en las que, dado uno de ellos, hay que elaborar un mensaje para que otro pueda reproducir una figura o un cuerpo exactamente igual. Se trata de una actividad muy interesante, ya que los niños deben poner en juego los conocimientos que tienen en relación con la figura o el cuerpo que están trabajando y explicarlos. Aquí la exigencia de más o menos detalles, de más o menos precisión en la descripción, está regida por la necesidad de que, finalmente, las dos figuras puedan superponerse o los cuerpos sean iguales.

En particular, como la propuesta para este año es continuar el estudio de los cuadriláteros incluyendo las propiedades de sus diagonales, podremos presentar una secuencia de actividades de elaboración de mensajes, como la siguiente.

Secuencia para avanzar en el conocimiento de las figuras: "Las diagonales de los cuadriláteros"

Actividad 1

El docente plantea oralmente la siguiente consigna: *Cada grupo tiene que escribir un mensaje que contenga la información que sea necesaria sobre la figura que le tocó, formada por un rectángulo y un triángulo isósceles, como para que el otro grupo con el que forman equipo pueda construir la*

misma figura sin verla. Si al recibir el mensaje no entienden algo, pueden pedir aclaraciones por escrito. Cuando ambos grupos de cada equipo terminen, se van a reunir y van a comprobar si las figuras que realizaron pueden superponerse exactamente con las que recibieron. Si las figuras no coinciden, entre todos van a tratar de analizar dónde estuvo la falla.

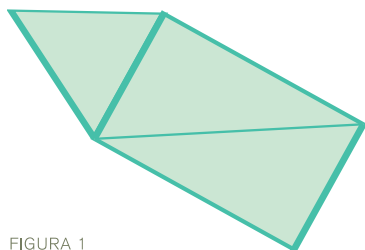


FIGURA 1

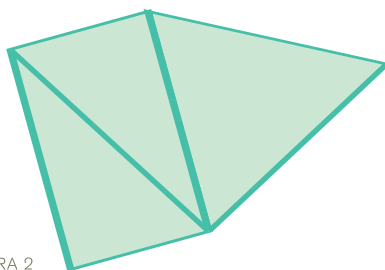


FIGURA 2

La clase se organiza en una cantidad par de grupos, la mitad de los grupos tendrán la figura 1 (un rectángulo con una diagonal trazada y un triángulo isósceles cuyo lado desigual es igual al lado menor del rectángulo) y la otra mitad de los grupos tendrá la figura 2 (el mismo rectángulo que en la figura 1 y un triángulo isósceles cuyo lado desigual es igual al lado mayor del rectángulo). Cada grupo con la figura 1 trabaja en equipo con otro grupo que recibe la figura 2.

Consideramos que las figuras presentadas deberían resultar relativamente sencillas de ser descritas para los alumnos de 5° año/grado, dado que están formadas por otras dos muy conocidas para ellos: el rectángulo y el triángulo. Esto les posibilitará tener ciertos elementos para decidir qué información es importante proporcionar sobre cada una de ellas.

En la comparación de los diferentes mensajes, además de debatir la mejor manera de comunicar las posiciones relativas de las dos figuras entres sí (*El triángulo está "pegado" al rectángulo, está a la derecha del rectángulo, el lado menor coincide con el lado desigual del triángulo isósceles*), se incorpora un elemento nuevo para los alumnos en relación con lo que se venía estudiando en años anteriores: las diagonales. Será conveniente, antes de proponer esta actividad, plantear alguna que permita precisar la idea de diagonal, como por ejemplo la presentada en la página 139.

En la confrontación, se podrá discutir cuál de las dos diagonales del rectángulo hay que construir en este caso, indicando la posición relativa de esta respecto de la configuración. Se verá en esta instancia la conveniencia de nombrar los vértices con letras para identificar cada una de las diagonales. Así la notación aparece de modo significativo en relación con la solución de un problema.

Actividad 2

En forma oral, el docente plantea la consigna siguiente: *Como ya hicieron antes, cada grupo va a escribir un mensaje que contenga la información necesaria sobre la figura que le tocó, como para que el otro grupo pueda construir la misma figura sin verla.*

FIGURA 1

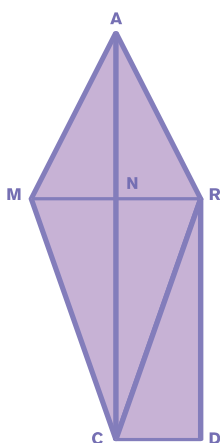
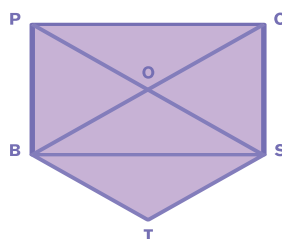


FIGURA 2



Se completará la información indicando que NRDC y PQSB son rectángulos y que ARCM es un romboide y OSTB es un rombo.

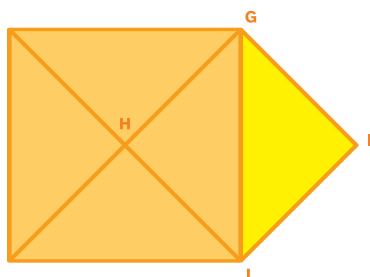
Para la confrontación de los mensajes, es interesante tener en cuenta que las configuraciones dadas abren, nuevamente, el debate acerca de las posiciones relativas entre sus elementos y posibilitan el perfeccionamiento del vocabulario matemático y las notaciones utilizados por los alumnos en sus comunicaciones.

Dado que en este caso las diagonales son lados de cuadriláteros, es posible proponer a los alumnos que utilicen las propiedades que conocen acerca de ellos (son iguales, son perpendiculares, etc.) para realizar afirmaciones sobre las propiedades de las primeras. Por ejemplo, para la figura 1, *Como el rectángulo tiene los cuatro ángulos rectos, las diagonales del romboide son perpendiculares* o, para la figura 2, *Como un rombo tiene pares de lados consecutivos iguales, las diagonales del rectángulo se cortan en el punto medio y son iguales entre sí.*

Actividad 3

Esta actividad tiene como propósito volver sobre las discusiones propiciadas en la anterior, a propósito de las propiedades de las diagonales: su perpendicularidad, igualdad, o si se cortan o no en el punto medio.

- Analicen la figura siguiente y respondan:



- ¿Se puede asegurar que la figura HGJI es un cuadrado, sabiendo que se construyó a partir de agregar al cuadrado naranja un triángulo amarillo igual a GJH? ¿Por qué?
- Si la figura naranja fuera un rectángulo, ¿qué cuadrilátero se hubiera obtenido al agregar el triángulo amarillo? ¿Por qué?
- ¿Y si la figura naranja fuera un rombo? ¿Qué figura se obtiene? ¿Por qué?

Transcribimos aquí un breve fragmento de registro de clase correspondiente a la actividad 2, que ilustra el tipo de discusión¹⁶ que es posible propiciar desde las actividades de esta secuencia.

Registro de clase

Maestra: *–Chicos, atiendan esta parte del mensaje del grupo “las bellas”; ellas escribieron: trazá las diagonales del romboide y luego desde el punto que se cortan construir un rectángulo. Los lados del rectángulo se enciman con las diagonales del romboide...*

Ya estuvimos discutiendo sobre eso que ellas dicen se encima y por qué no les salió bien la construcción, pero yo les quiero preguntar algo... ellas dicen... construir un rectángulo. Si este es un romboide, ¿siempre esta otra figura va a ser un rectángulo?

¹⁶ **Recomendación de lectura:** sobre la conducción de la puesta en común véase el apartado “La gestión de la clase”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno*.

Alumno 1: *–No, señor, ¿por qué?*

Alumno 2: *–Sí, señor.*

Maestra: *–Yo les estoy haciendo esa pregunta a ustedes. ¿Qué habría que mirar para asegurar que esta figura sea rectángulo? ¿Creen que siempre va a ser así? Piensen un poquito con su grupo... ustedes, chicas; ¿qué miraron para saber que es rectángulo? (Al grupo “las bellas”.)*

Alumno 3: *–Miramos, nomás, señor.*

Alumno 4: *–Miramos, nomás, sí, pero tiene los ángulos rectos. Eso se ve.*

Maestra: *–Mmmm... ustedes miraron, nomás... pero tiene los ángulos rectos... Yo lo que pregunto es... ¿siempre que esta figura sea un romboide, esta otra va a ser un rectángulo?*

Alumno 2: *–Ahh... sí, señor, porque son derechitas las diagonales.*

Maestra: *–¿Cómo derechitas?*

Alumno 4: *–Él dice así, señor... (Hace señas con las manos.)*

Maestra: *–¿Y cómo se llama cuando se cortan así dos segmentos? (Silencio.)*

Maestra: *–Son perpendiculares, quieren decir ustedes. Es lo mismo que decían recién las compañeras, que tiene ángulos rectos.*

Por lo que se puede observar en el registro, los argumentos que los chicos están en condiciones de dar están basados en la percepción y no son producto del análisis de las propiedades de las figuras; sin embargo, implican un primer acercamiento a las propiedades que queremos sistematizar. Este conocimiento sobre las figuras es retomado en la actividad 3, donde se condiciona a los alumnos más fuertemente a usar las propiedades conocidas para fundamentar sus conclusiones.

Para la sistematización de los acuerdos que se van asentando luego de cada discusión de esta secuencia, es necesario organizar actividades específicas, de las que damos ejemplos en el apartado “Plantear situaciones para sistematizar propiedades de los cuerpos y las figuras” de este Cuaderno.

Plantear situaciones para construir figuras y armar cuerpos con distintos procedimientos

En el apartado anterior, planteamos actividades en las que los alumnos debían reproducir figuras dado un modelo aportado por el docente. Otros problemas que también implican **construcciones de figuras** son los que requieren realizar un dibujo a partir de ciertos datos. En este trabajo será necesario considerar con los alumnos la posibilidad de que con esos datos se pueda construir solo una figura o más de una.

Otra cuestión importante se relaciona con el uso de los instrumentos de Geometría. En este sentido, creemos fundamental destacar que no se trata de que los alumnos adquieran una destreza en el manejo de los mismos como conocimiento en sí mismo, sino que su uso debe estar al servicio de la resolución de problemas, para que los alumnos avancen en sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras. El hecho de que los alumnos tengan que pensar la manera de construir una figura y analizar cuál es el instrumento que más utilidad tiene frente a cada situación planteada, permite que exploren, algunas veces, y que usen, otras veces, diferentes propiedades de las figuras y los cuerpos. Asimismo, la evaluación de la necesidad de hacer o no un trazado preciso se podrá realizar en el marco de un problema.

Con respecto al repertorio de figuras, la propuesta para 5° año/grado es focalizar el trabajo sobre triángulos y cuadriláteros. A la vez, las propuestas con construcciones requerirán del uso del compás y, por lo tanto, será necesario realizar actividades que requieran trasladar segmentos y trazar circunferencias.

Si bien el círculo es una de las primeras figuras geométricas que los chicos reconocen en la escolaridad, difícilmente han tenido ocasión de construir uno a partir de la línea que lo limita, es decir, la circunferencia. En consecuencia, es necesario que, para arribar a esta idea, presentemos problemas en los que sea necesario usar la noción de distancia entre dos puntos y de igual distancia entre un punto y otros.

Una situación sencilla para dar idea de un punto fijo y otros puntos equidistantes de él se plantea en el ejemplo siguiente.

1. Durante la noche, una cabra está atada a un poste con una cuerda de 3 metros de largo. Al cabo de un tiempo, en la zona que estuvo al alcance de la cabra, ya no quedan hierbas para comer.
 - a) Dibujá a mano alzada la zona en la que no quedan hierbas.
 - b) El pastor quiere poner una vasija con agua para que la cabra pueda beber. ¿A qué distancia del poste debe hacerlo? ¿A qué distancia del poste están las hierbas que la cabra no pudo comer?
 - c) A 7 metros del poste donde está atada la cabra, el pastor quiere atar un burro. ¿De qué largo debe ser la cuerda con que ate al burro para que no comparta con la cabra ninguna zona de pasto?
 - d) Usá un instrumento de geometría conveniente para mejorar tu dibujo.

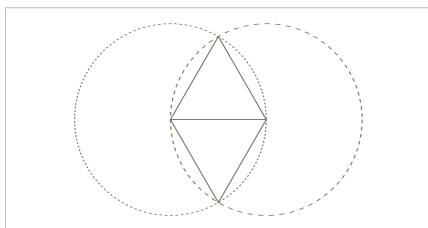
2. Dibujá un segmento AB de 5 cm de longitud.
 - a) ¿Es posible encontrar un punto P que esté a 4 cm de A y también de B? ¿Y un punto Q que esté a 4 cm de A y a 3 cm de B?
 - b) ¿Cuántos puntos cumplen las condiciones expresadas en a)?
 - c) Si se trazan los segmentos AP y BP, ¿qué tipo de triángulo determinan con AB?

Es posible que algunos chicos identifiquen sólo algunos puntos en la zona donde "la cabra pudo comer", y la discusión sobre las respuestas del primer problema debiera permitir a los alumnos diferenciar tres zonas, la de los puntos situados a una distancia del poste menor que 3 m, mayor que 3 m e igual a 3 m. Las ideas de circunferencia y círculo surgen como el "lugar geométrico" de los puntos que cumplen una cierta condición. Para la circunferencia, estar todos a igual distancia (radio) de otro punto llamado centro, y para el círculo, estar todos a una distancia del centro igual o menor que el radio. Estas nociones se pueden reinvertir en muchos problemas, entre ellos el planteado como problema 2, donde intervienen como parte del procedimiento para construir triángulos a partir de la medida de sus lados.

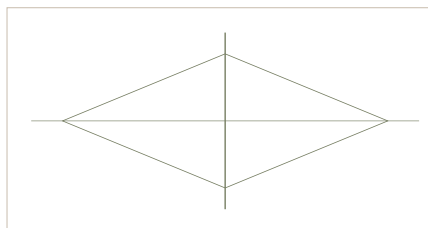
En 5° año/grado profundizamos en el estudio de triángulos y cuadriláteros a partir de actividades que implican el uso y la discusión respecto de la pertinencia del uso de los diferentes instrumentos de geometría para construirlos y, en particular, del compás.

1. Hací el dibujo de un rombo y escribí el procedimiento que usaste.
2. Leila dice que para hacerlo solo necesita una regla y un compás. Sin embargo, Darío dice que sin compás, pero con una escuadra, también se puede dibujar un rombo. ¿Es cierto lo que dicen? ¿Por qué?
3. Para dibujar un rombo de 4 cm de lado, ¿qué procedimiento conviene usar?

En el primer caso, se pide construir un rombo cualquiera con la idea de que los chicos busquen diferentes formas de hacerlo, utilizando las propiedades que conocen.



Si pueden usar compás y regla, y saben que el rombo tiene cuatro lados iguales y que el compás traza una curva cuyos puntos están a igual distancia del centro, entonces pueden trazar dos triángulos isósceles con el lado diferente común para formar el rombo.



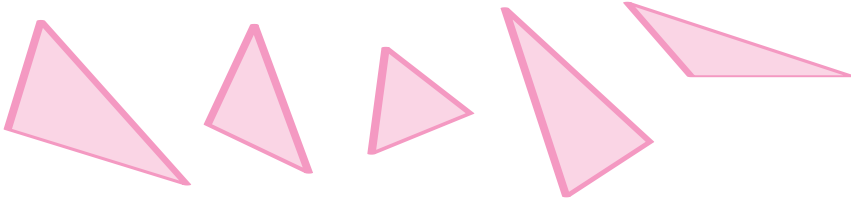
Si usan escuadra, es posible que dibujen un rombo partiendo de unas diagonales perpendiculares que se corten en el punto medio.

Si no aparecieran procedimientos distintos, la pregunta 2 habilita la discusión sobre los mismos. Después de realizar la consigna 3, habrá que discutir si, con este dato, queda definido un único rombo o más de uno. En este caso, se necesita la medida de una de sus diagonales o de uno de sus ángulos, para que quede totalmente definido.

Se podría proponer, a continuación, elaborar instrucciones para construir figuras a partir de sus diagonales (rombos, romboides, rectángulos). De manera similar a lo que planteábamos con la actividad de los mensajes, los alumnos tendrán que interpretar cada uno de los pasos de la construcción y ejecutarlos, explicitando las propiedades.

Otras propuestas que ponen en juego las propiedades son las que requieren componer unas figuras combinando otras.

- Dados los siguientes triángulos, agregá otro igual a cada uno, de tal manera que quede formado un rombo en los casos en que sea posible.



Esta es otra actividad que permite trabajar las propiedades de los lados y de los ángulos de los rombos y, también, analizar la inclusión de los cuadrados entre los rombos. Dado que en algunos casos no es posible obtener la figura pedida, habría que explicitar cuál es el cuadrilátero que se obtiene y por qué no es rombo.

En cuanto a la **construcción de cuerpos** se puede plantear, por ejemplo, que dado un prisma de base rectangular (cuadrada, triangular), dibujen el desarrollo plano que permita armarlo. En sentido inverso, dado el desarrollo plano, podemos solicitar que anticipen cuál será el cuerpo que se podrá formar y que justifiquen dicha decisión.

En estas propuestas, los alumnos están “obligados” a analizar las características de cada uno de los cuerpos (qué figura son sus bases y cuántas caras laterales tiene), para realizar la tarea. Se trata de anticipar y no de constatar, dado que no estamos pensando en una construcción efectiva, sino en la producción de argumentos apoyados en las propiedades de los cuerpos, lo cual supone, como ya lo anticipamos, una diferencia fundamental con el trabajo realizado en el Primer Ciclo.

Plantear situaciones para sistematizar propiedades de los cuerpos y de las figuras

Las actividades que proponemos en este apartado implican pequeños o grandes cierres que se hacen necesarios para seguir avanzando. No están pensadas siempre al final de cada tema, sino que algunas de ellas deberían intercalarse en el desarrollo de las otras actividades.

Estas actividades pueden requerir de los alumnos que seleccionen datos, juzguen la veracidad de afirmaciones, respondan a preguntas, determinen semejanzas y diferencias o bien que organicen clases con los diferentes conjuntos de figuras y cuerpos estudiados.

Para cualquiera de los diferentes conjuntos de formas geométricas propuestas, es posible plantear consignas similares a las que sugerimos abajo y que pueden servir para elaborar otras similares. Por ejemplo, para el caso de la adinanza con **figuras** se podría proponer una actividad como la siguiente.

- Clasificá las figuras formando grupos con las que tengan características comunes. Escribí qué figuras integran los grupos que formaste.

Para esta actividad, cada alumno puede clasificar las figuras y luego mostrar su trabajo a un compañero para que busque cuál es la característica común en cada grupo. Luego de este intercambio, es bueno debatir acerca de las diferencias que encontraron al comparar sus clasificaciones. Es posible analizar si hubo desacuerdos y a raíz de qué se produjeron, es decir si detectaron que alguna figura que el compañero incluyó no tenía la característica que se le había otorgado a la clase. Por ejemplo, si las figuras eran triángulos, que alguien haya agrupado los triángulos según tengan sus lados iguales o no y haya incorporado en la clase de "lados iguales" uno que no los tiene. También podemos aprovechar esta oportunidad para observar que hay diferentes tipos de clasificaciones. En algunos casos, son excluyentes, es decir que si una figura pertenece a una clase, ya no puede pertenecer a otra más, por ejemplo si se toma como criterio la cantidad de lados iguales. En cambio, en otros casos la misma figura podría pertenecer a varias clases, por ejemplo en el caso en el que se clasifique según *Los que tienen ángulos agudos*, *Los que tienen ángulos rectos*, *Los que tienen ángulos obtusos*.

También es interesante que, una vez que los alumnos organizaron los grupos de triángulos, se seleccione uno de los agrupamientos y luego se le den a cada grupo dos o tres triángulos, planteando como consigna: *Para cada triángulo, digan en qué grupo de los formados lo incorporarían y por qué*. También se puede plantear que algún alumno colocó dos triángulos dados juntos, y preguntar cuál es la característica que permite reunirlos. Nuevamente, aquí es pertinente organizar una puesta en común, donde los chicos expliciten las propiedades

que dan lugar a los grupos que armaron, comparen los elementos incluidos en los grupos en cada caso, y discutan si un mismo triángulo puede pertenecer a más de uno de los grupos formados.

Otra actividad de sistematización posible es solicitar a los alumnos que armen, en forma individual, un cuadro donde ubiquen las propiedades de las figuras o cuerpos que hayan explorado, y, luego, presentar algunas preguntas donde las propiedades se utilicen para justificar la verdad o la falsedad de ciertas afirmaciones¹⁷. Por ejemplo, en relación con los cuadriláteros, se podría proponer.

- Completá el siguiente cuadro, dibujando un cuadrilátero en cada sector.

		Diagonales perpendiculares		Diagonales no perpendiculares	
		Dos pares de lados paralelos	Un par de lados paralelos	Dos pares de lados paralelos	Un par de lados paralelos
Diagonales diferentes	Una es cortada en su punto medio				
	Las dos se cortan en sus puntos medios				
Diagonales iguales	Una es cortada en su punto medio				
	Las dos se cortan en sus puntos medios				

¹⁷ **Recomendación de lectura:** véase el apartado “La gestión de la clase” en relación con los tipos de argumentos que elaboran los chicos, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este *Cuaderno*.

- Discutí con tus compañeros si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
 - Los cuadrados tienen diagonales iguales.
 - Las diagonales del rectángulo son perpendiculares.
 - El rombo y el cuadrado son los únicos que tienen diagonales iguales.
 - Los cuadriláteros que no tienen todos sus lados iguales tampoco tienen diagonales iguales.
 - El romboide y el cuadrado tienen diagonales perpendiculares.
 - Las diagonales de todos los cuadriláteros se cortan en el punto medio.

Para el caso de los **cuerpos**, es posible proponer:

- Contestá por escrito a las siguientes preguntas:
 - ¿Hay prismas que tienen todas sus caras rectangulares? ¿Cuáles?
 - ¿Hay prismas que tienen todas sus caras iguales? ¿Cuáles?
 - ¿Qué prisma tiene 6 caras? ¿Y cinco? ¿Y siete?
 - ¿Cuál es la menor cantidad de caras que puede tener un prisma? ¿Por qué?

Los registros de las conclusiones que fueron realizados en las actividades anteriores podrían usarse tanto para resolver estas actividades como para, una vez finalizada cada actividad, comparar las respuestas.

Para medir y calcular medidas

La propuesta que presentamos a continuación, y que busca la comprensión del proceso de medir, incluye problemas que requieren el cálculo mental y aproximado de pesos, capacidades, longitudes, perímetros y superficies junto con el análisis de los resultados, juzgando la razonabilidad de los mismos según el contexto y los valores involucrados. Busca, además, que los chicos puedan comparar cantidades y usar las equivalencias entre las diferentes unidades para expresarlas, así como relacionar las formas geométricas con las maneras de determinar el valor de su área o su perímetro.

La vida cotidiana aporta numerosas situaciones que podrían ser el punto de partida de este estudio. Los problemas reales poseen la ventaja de que pueden permitir a los alumnos construirse una representación interna del significado¹⁸ de cada una de las magnitudes que se estudian y elaborar una apreciación de los diferentes órdenes de cada magnitud, como por ejemplo cuánto es 1 m, 10 cm, 1/2 m, 1 m², etc., pero, al mismo tiempo, ponen límites a los planteos posibles.

¹⁸ **Recomendación de lectura:** véase el apartado "Los significados", en "Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo" de este *Cuaderno*.

En Segundo Ciclo, y en particular en 5° año/grado, es conveniente que los alumnos se desprendan de este tipo de situaciones y se involucren en análisis más próximos a un nivel teórico, como por ejemplo el que proponemos para la relación entre perímetros y áreas que se plantea más adelante en el apartado “Plantear situaciones para explorar relaciones entre perímetros y áreas”.

Respecto de longitudes, pesos y capacidades, proponemos avanzar en el uso de las equivalencias entre unidades para estimar el resultado de un cálculo en el que intervienen cantidades expresadas con diferentes unidades. Para el tratamiento de la superficie, incluimos el significado de medir esta nueva magnitud, la diferencia entre sus unidades de medida y las de las longitudes, el cálculo exacto y aproximado de áreas de distintas figuras y la relación de esta magnitud con el perímetro. En cuanto al estudio del perímetro, planteamos la exploración de lo que sucede con esta medida al hacer variar las formas geométricas.

Tanto el perímetro como el área pueden considerarse parte del mundo aritmético y, de hecho, muchas veces la enseñanza los ha reducido a la realización de una cuenta, pero puesto que son medidas asociadas a figuras, el aspecto geométrico también entra en la consideración de los conocimientos involucrados en este tipo de situaciones. Por otra parte, para que el cálculo con algoritmos y fórmulas tenga sentido para los alumnos, estas sistematizaciones deben ser el cierre de un proceso que se inicia en las mediciones efectivas y en la elaboración personal de procedimientos para la determinación de las medidas. En este año avanzaremos solo hacia las primeras fórmulas de cálculo de área de figuras como el cuadrado y el rectángulo.

Afirmábamos en el apartado referido a los números racionales que uno de los significados que debemos abordar para su estudio es el de la medida. Es decir, aquellas situaciones en las que se trata de cuantificar las veces que “entra” una cantidad elegida como unidad en otra, y ese número de veces no siempre puede expresarse con un número natural. Los números racionales, en su expresión fraccionaria o decimal, nos permiten en estos casos cuantificar la medida y escribirla. Ahora bien, algunas cantidades, como los perímetros y las superficies, se refieren a nociones geométricas y, por lo tanto, en los problemas que se estudian intervienen también las propiedades de las figuras. En este sentido, cabe señalar que a la hora de planificar la enseñanza debemos distinguir qué problemas plantear si el objeto de estudio son los números racionales, cuáles si es la medida y cuáles si son las propiedades de las figuras, determinando en qué aspectos se pone el énfasis.

Plantear situaciones para estimar, medir y expresar cantidades

El objetivo del trabajo con **estimaciones** es que frente a una situación los alumnos sean capaces de analizarla, de establecer relaciones entre los datos, de buscar procedimientos que les parezcan más útiles, de aplicarlos y de sacar conclusiones respecto de lo realizado. En relación con esto, creemos que una clase de estimación debería asegurar la producción de estrategias por parte de los alumnos, su comparación, y el análisis de las posibilidades y limitaciones de las mismas.

Analicemos los procedimientos de estimación que podrían presentarse a partir de un problema como el siguiente¹⁹.

- El paraje Yasí Berá comienza a inundarse cuando el río alcanza una altura de 6,7 metros. Ahora está en 5 metros y por día crece entre 0,25 m y 0,40 m. Aproximadamente, ¿en cuántos días se puede esperar, si se mantienen las condiciones, que comience a inundarse Yasí Berá?

Los alumnos podrían pensar que al río le falta crecer 1,7 m y que crece en promedio 0,35 m por día $[(0,25 + 0,40)/2]$, por lo que en 2 días será 0,70 m; en 4 días 1,40 m, en 5 días 1,75 m, por lo tanto se inundará en, aproximadamente, 5 días.

Otro procedimiento consistiría en calcular en cuántos días como mínimo y en cuántos como máximo se alcanzaría el límite de altura. Si crece el mínimo, crece 1 m en 4 días (0,50 m en 2 días), 0,75 m en 3 días. Por lo tanto, se puede esperar la inundación como máximo en 7 días. Si crece el máximo, en 3 días crece 1,2 m, en un día más llega a 1,6 m. Por lo tanto, puede esperarse, como mínimo, que comience la inundación en 5 días y, como máximo, en 7 días. Dicho en otros términos, la inundación puede comenzar entre el 5° y el 7° día.

En este problema es interesante discutir los diferentes tipos de respuestas que es posible obtener, según aparezcan conceptos tales como *en promedio*, *como máximo* o *como mínimo*, o *entre*, teniendo en cuenta a la vez que siempre se trata de estimaciones basadas en datos acumulados hasta la fecha y que una crecida puede darse en un tiempo que sorprende a los pobladores.

La utilidad de la estimación puede considerarse, desde otra perspectiva, no solo útil para resolver una situación que admite una respuesta aproximada, sino también en aquellas que requieren un cálculo exacto. Saber de antemano alrededor de cuánto va a ser un resultado puede servir para controlar el resultado, si es

¹⁹ Extraído de Saiz, I., Camerano, C. y Barrionuevo, C. (1999), *Documento de apoyo N° 4/99. Matemática. La estimación de resultados*. Asesoría Técnico-Pedagógica, Consejo General de Educación de la provincia de Corrientes.

posible o no. En consecuencia, podremos ofrecer las siguientes actividades que requieren que los alumnos elaboren procedimientos para anticipar o controlar resultados de sumas de cantidades, brindando, a la vez, una nueva oportunidad para avanzar en el conocimiento de las fracciones y los decimales.

Secuencia para estimar durante el cálculo: "Aproximando medidas"²⁰

Se trata de lograr que los alumnos encuentren criterios de redondeo para realizar cálculos mentales aproximados con medidas de longitud, capacidad, peso, etc.

Actividad 1

Los alumnos trabajan en grupos de 4 integrantes cada uno. Para cada cálculo, designaremos a un integrante de cada grupo para responder y explicaremos la consigna de este modo:

Voy a escribir en el pizarrón un cálculo y 3 resultados posibles de ese cálculo. Cada uno de los chicos designados por grupo tiene que elegir, entre los tres resultados, el que considere más aproximado al resultado exacto. Lo escribe en un papelito y me lo entrega. Solo dispondrán de 5 minutos y no podrán realizar comentarios con el resto del equipo. Posteriormente, tendrán oportunidad de discutir y, si lo creen necesario, podrán cambiar el resultado que ya dieron. El puntaje que gana cada alumno se asigna al equipo al cual pertenece. El equipo que elige el resultado correcto desde el principio, gana dos puntos; si un equipo elige un resultado menos aproximado al principio, pero luego lo cambia por uno correcto, entonces gana 1 punto; los demás grupos tendrán 0 punto.

Escribiremos en el pizarrón el cálculo y los 3 resultados posibles:

$$3/4 \text{ kg} + 270 \text{ kg} + 0,680 \text{ kg} = \boxed{1 \text{ kg}} \quad \boxed{1 \ 1/2 \text{ kg}} \quad \boxed{1 \ 3/4 \text{ kg}}$$

Recogeremos los papelitos y anotaremos el resultado de cada equipo en el pizarrón. Luego, en cada equipo, los alumnos discutirán la aproximación escrita en el papel entregado. Deberán decidir si la conservan o la cambian. En ambos casos, deberán justificar por qué el número elegido es la mejor aproximación. En la puesta en común, preguntaremos a los equipos si desean mantener o no la aproximación elegida y las razones correspondientes. Cada equipo comunica la decisión tomada y los demás deben manifestar su acuerdo o desacuerdo con tales argumentos.

²⁰ Secuencia tomada del documento Saiz, I. (1992), *Asesoría Técnico-Pedagógica*. Consejo General de Educación de la provincia de Corrientes.

A continuación, si no lo han hecho al discutir en el grupo la aproximación entregada, cada uno de los niños encuentra el resultado exacto y las diferencias entre ese resultado y las aproximaciones dadas.

Por último, se asignan los puntajes a los equipos. Gana 2 puntos el o los equipos que hayan dado la aproximación más cercana; el equipo que dio una aproximación errónea, pero luego de la discusión en grupo la cambió, gana 1 punto.

Actividad 2

Reiniciaremos un trabajo similar al de la actividad anterior, pero con otros cálculos, por ejemplo:

- Elijan el resultado que consideren más aproximado al resultado exacto:

$$782 \text{ g} + 2,5 \text{ kg} + 425 \text{ g} = \quad \boxed{3 \text{ kg}} \quad \boxed{4 \text{ kg}} \quad \boxed{5 \text{ kg}}$$

- Ahora, trabajando con otra magnitud, elijan el resultado más aproximado:

$$63 \text{ cm} + 0,22 \text{ cm} + 3/4 \text{ m} = \quad \boxed{1 \text{ m}} \quad \boxed{1,75 \text{ m}} \quad \boxed{2,3 \text{ m}}$$

Después de dos o tres juegos, se pide a los alumnos que comenten los criterios de aproximación que les resultaron más útiles. Es conveniente acumular los puntajes de los equipos a lo largo de varias estimaciones; de esta manera se establece una competencia entre los equipos, con el fin de lograr mejores aproximaciones en los cálculos mentales. Así también, es importante que los alumnos tengan suficiente tiempo para rever sus resultados y discutir en el equipo. El puntaje mayor se asigna de todos modos a la primera producción para favorecer que los alumnos asuman la responsabilidad y se comprometan en hacer la mejor elección posible.

El momento de la confrontación entre las diversas propuestas de los equipos es uno de los más importantes en esta secuencia. Los equipos tienen que ser capaces de argumentar, de justificar por qué sostienen o cambian lo propuesto. Aparecen entonces criterios utilizados para aproximar los datos que eventualmente pueden constituirse en “acuerdos” que se sostienen de una clase a otra. Es importante que propiciemos la formulación de criterios que se han producido durante el trabajo, pero que no están claros o presentes para todos. Asimismo, en el caso en que detectemos un criterio interesante, usado por algunos de los alumnos, pero no muy difundido en la clase, lo recuperaremos para discutirlo entre todos.

Es conveniente tener en cuenta que los números, tanto los de las medidas que se van a sumar como los de los resultados, deben seleccionarse con un criterio que asegure la elaboración de las estrategias de aproximación en el sentido de los objetivos propuestos. Por ejemplo, en el cálculo de la actividad 1, tener $3/4 \text{ kg}$ y 270 g permite asegurar que el resultado será más de 1 kg , apoyado en

el conocimiento de que 270 g es más que $\frac{1}{4}$ y entonces $\frac{3}{4}$ kg más otro peso que es más que $\frac{1}{4}$ kg será mayor que 1 kg. Resta analizar cuánto suma agregar 0,680 kg. Para esto, a su vez, hay que pensar cuánto es este peso: ¿más o menos que $\frac{1}{2}$ kg?, etc. Este mismo tipo de actividades se puede proponer para las otras magnitudes o también podrían servir para iniciar el estudio de las operaciones con números fraccionarios y decimales.

Con respecto a las actividades de **medición**, en este Ciclo se deberían realizar, en principio, en relación con las magnitudes que se tratan por primera vez en la escuela. En el caso de 5° año/grado, se trata del área. Para trabajar la noción de área de figuras planas, no siempre se toma en cuenta que las magnitudes área y longitud están íntimamente relacionadas, por lo tanto se impone un trabajo de diferenciación entre ellas, que colabore en la mayor comprensión de cada una.

En este sentido, cabe recordar que las mediciones efectivas dan a los alumnos una mayor comprensión tanto del proceso de medir como de las características de la magnitud a medir y de la forma de expresar el resultado de la medición: un número y su respectiva unidad.

Para que los chicos realicen mediciones y estimaciones de superficies con unidades elegidas por ellos, se podría plantear, por ejemplo, una actividad como la siguiente:

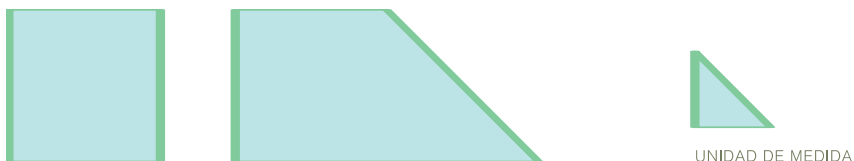
- Se quiere saber, de manera aproximada, si 20 bancos con sus respectivas sillas y el escritorio de la maestra podrán entrar o no en un aula de 4 m x 7 m.

En este tipo de situaciones, los niños podrían utilizar como unidad de medida un banco con su respectiva mesa y, a partir de allí, pensar en “hileras” de bancos para cubrir los 7 m de largo y los 4 m de ancho. También podrían comparar directamente con una “hilera” de bancos de su salón. Sabiendo que hay 10 bancos en una parte de un salón que tiene 2 m por 6 m, deberán estimar para las medidas del otro salón lo que podría suceder.

Comprender el significado de medir áreas es un concepto difícil para los chicos. Entender que la unidad de medida es una porción de superficie y que esta puede “entrar” una cierta cantidad de veces entera o como fracción en otra dada, solo es posible si los alumnos participan activamente en el proceso de “cubrir” con esa unidad la superficie dada. Por esta razón, las primeras aproximaciones a este estudio deben estar orientadas por nosotros. Presentamos, a continuación, un conjunto de actividades que permiten introducir estas discusiones²¹:

²¹ Las actividades 1 y 2 son adaptaciones de actividades que se encuentran en: Barallobres, G.; Chara, S. y Schaposchnik, R. (2001), *Matemática 5, Serie Siempre Más*, Buenos Aires, Aique.

1. Determiná, aproximadamente, el área de cada una de las siguientes figuras, utilizando la unidad de medida que se propone:



2. Martina dice que si la unidad de medida fuera un cuadradito como el siguiente, para determinar el área de las figuras del problema anterior no hace falta poner esta nueva unidad dentro de las figuras para determinar cuántas veces entra.

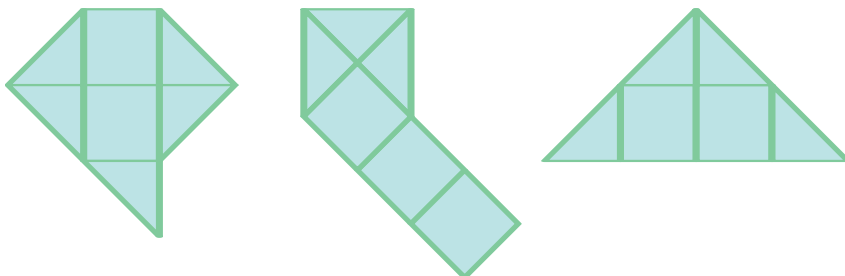


- a) ¿Es verdad lo que dice Martina? ¿Por qué?
b) ¿Cuál sería el área de cada figura con esta unidad?

3. Utilizando como unidad de área el triangulito del problema 1, dibujá dos figuras que tengan un área de 8 unidades.

4. Utilizando como unidad de área el cuadradito del problema 2, dibujá dos figuras que tengan un área de $4\frac{1}{2}$ unidades.

5. Para el problema 4, tres chicos armaron las siguientes figuras. Controlá si cumplen con la consigna o no y por qué.



Para articular el trabajo de medición y cálculo entre distintas áreas, por ejemplo con Tecnología, se podrían presentar situaciones en las que sea necesario calcular cuánto material se requiere para cortar cierta cantidad de piezas a partir de un molde. Por ejemplo, una determinada forma que “entra” en un rectángulo y con la cual se hará una cantidad de sombreros de cartulina para una fiesta de cumpleaños.

En este tipo de problemas, a diferencia de los anteriores, los alumnos tienen que pensar que la unidad de medida debe ser el rectángulo base, es decir, deben decidir cuál es la unidad. Asimismo, tienen que determinar cuántas veces entra esta unidad en una tela o cartulina (superficie), para luego poder calcular cuánta tela o cuántas hojas de cartulina serán necesarias. Los procedimientos de resolución podrían incluir conteos y/o cálculos.

Por ejemplo, podrían pensar en medir el largo del rectángulo y el ancho de la cartulina y ver cuántas veces entra la primera medida en la segunda. Luego, con esta información, deberían determinar cuántas hileras de rectángulos podrían entrar en la cartulina aproximadamente, multiplicando, contando, sumando. El análisis de los diferentes procedimientos de cálculo se retoma en el próximo apartado.

Para el estudio del perímetro, proponemos vincular este contenido con lo estudiado en Geometría sobre lados de las figuras, por ejemplo al analizar cómo varía el perímetro a partir de la introducción de modificaciones a una figura patrón.

Situaciones como las siguientes, que evitan el cálculo, son muy convenientes porque ponen en juego el concepto de perímetro, que constituye la base para pensar, luego, la vinculación con el área.

- ¿Es posible saber, sin medir, si una de estas figuras tiene mayor perímetro que otra o no, o si son iguales?

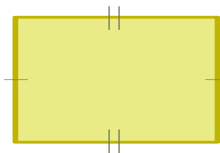


Fig. 1

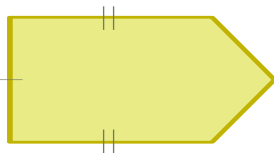


Fig. 2

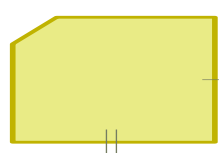


Fig. 3

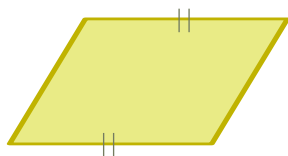


Fig. 4

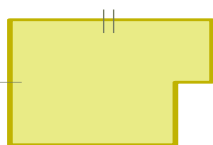


Fig. 5

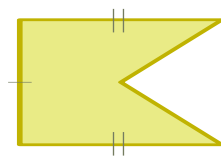


Fig. 6

El objetivo de esta actividad es que los alumnos, sin medir, a partir de la información del rectángulo, puedan establecer relaciones entre las figuras para analizar qué sucede con el perímetro en las distintas variaciones. Por ejemplo, se puede saber que el perímetro de la figura 2 será mayor que el del rectángulo de la figura 1 y que los “lados” que forman la punta representan una longitud mayor que la del lado del rectángulo. Una discusión interesante podría presentarse a raíz de la comparación entre el rectángulo y la figura 5; para más de un alumno será una sorpresa que los perímetros sean iguales.

Otras actividades que permiten reinvertir lo discutido a propósito de la actividad anterior podrían ser las siguientes:

1. Juan y Javier están discutiendo respecto del perímetro de estas dos figuras y no se ponen de acuerdo. Javier dice que la figura 1 tiene mayor perímetro que la 2 y Juan dice que son iguales. ¿Quién tiene razón y por qué?



Fig. 1



Fig. 2

2. ¿Qué variaciones se podrían realizar a las figuras anteriores para que resulte en la segunda un perímetro mayor y qué variaciones para que resulte uno menor?

Plantear situaciones para calcular medidas con distintos procedimientos

En este apartado, encontraremos muchos puntos de contacto con el desarrollo del Eje “Número y Operaciones”, tanto por la íntima relación y los aportes respectivos que se realizan entre los números racionales y la medida como por el itinerario que proponíamos para el abordaje de los algoritmos en aquel Eje y el que propondremos aquí para el arribo a las fórmulas de cálculo de ciertas medidas (perímetro y área).

Tal como se afirmó al desarrollar el Eje “Número y Operaciones”, las situaciones de medición permiten otorgar sentido al uso de los números racionales. En el contexto de la medida, las fracciones y los decimales adquieren sus primeros significados para los chicos, ya que el uso social más difundido de estas escrituras está asociado a medidas de longitud, superficie, peso, capacidad y tiempo.

Al plantear **cálculos de longitudes, capacidades y pesos** es interesante elegir los números de manera tal de promover el uso de estrategias de cálculo mental, como en la actividad siguiente.

- Completá la línea punteada en las siguientes sumas y restas de cantidades:

$$3,5 \text{ l} + \dots = 10 \text{ l}$$

$$\frac{1}{4} \text{ l} + \dots = 5 \text{ l}$$

$$\frac{3}{4} \text{ l} + \dots = 2 \text{ l}$$

$$6,75 \text{ m} + 1,25 \text{ m} = \dots$$

$$2,50 \text{ m} - 1,25 \text{ m} = \dots$$

$$1 \frac{3}{4} \text{ kg} + 5 \frac{1}{2} \text{ kg} = \dots$$

Los siguientes problemas permiten establecer relaciones entre las unidades más usuales de capacidad, peso y longitud, y elaborar distintos procedimientos para encontrar los resultados. Resultan interesantes, también, porque se pueden ir sistematizando algunas relaciones entre las unidades para toda la clase, e ir introduciendo otras menos conocidas por su escaso o nulo uso en la vida cotidiana.

1. ¿Cuántos días tardará un jardinero para echar 2 g de un fertilizante si, por día, utiliza 60 mg del producto?
2. Si para el consumo diario una persona gasta en promedio 30 g de leche en polvo, ¿para cuántos días le alcanzará un envase de 1 kilo?
3. Un puente colgante tiene un cartel que señala que soporta una carga máxima de 10 t. Un camión que vacío pesa 3,7 t lleva bolsas y cajas de verduras y frutas con distintos pesos: 75 de 15 kg; 75 de 25 kg, 60 de 28 kg, 45 de 35 kg, 70 de 42 kg. Con esta carga, ¿puede pasar por el puente?
4. Un apicultor, en la época en la que cosecha la producción de miel de sus abejas, obtiene 70 kg de miel. Si para la venta quiere fraccionar este total en frascos de 500 mg, ¿cuántos frascos tendrá que comprar?
5. Al terminar la consulta, un médico le receta a su paciente que durante 7 días debe tomar, cada 8 hs, 5 ml de un medicamento. Si el remedio que tiene que tomar se vende en envases de 12 cl, ¿le alcanza con un frasco de estos para los 7 días?

6. En una bodega se envasan los vinos en botellas de diferentes capacidades. Para la venta a los restaurantes se envasan en botellas de $\frac{3}{8}$ l. ¿Cuántas botellas de esta capacidad se podrán envasar con un tonel de 60 hl?

7. Resolvé:

$$\frac{1}{2} \text{ m} - 30 \text{ cm} = \quad 75 \text{ cm} + 0,5 \text{ m} = \quad 6 \text{ kg} + 500 \text{ g} =$$

$$\frac{3}{4} \text{ kg} - 500 \text{ mg} = \quad 2 \frac{1}{4} \text{ l} - 250 \text{ ml} =$$

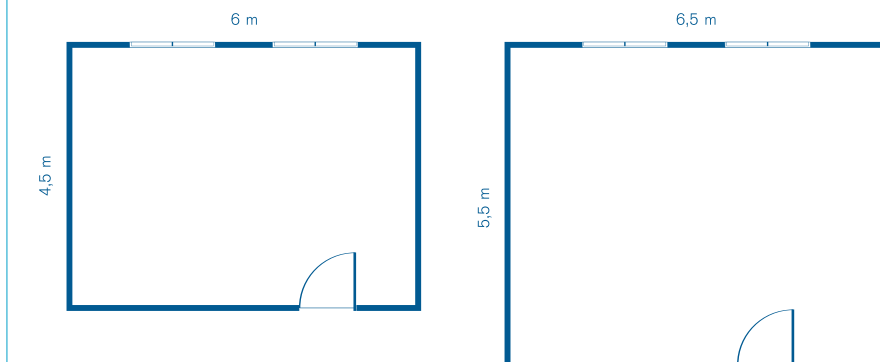
Con respecto al **cálculo de áreas** y en relación con las unidades convencionales, el trabajo que proponemos este año comienza con la medición o estimación de espacios que los alumnos conocen, como su aula, el patio de la escuela, la biblioteca, usando los m^2 y los cm^2 . Es fundamental que los chicos puedan realizar las primeras experiencias con un cuadrado de un metro de lado construido con papel, porque esto habilita la posibilidad de que entiendan la medida más allá de su aspecto numérico y la reconozcan también como un espacio cubierto por esa cantidad. En este caso, podrán buscar estrategias con el fin de determinar cuántos de esos cuadrados se necesitan para cubrir todo el espacio solicitado. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que realicen una actividad como la que sigue.

- Estimen las medidas de los lados del aula (aproximarlas a números naturales) y piensen cuántos m^2 (mostrarles, en el piso o en el techo, lo que sería un metro cuadrado) entran.

Otro aspecto a tener en cuenta en relación con el metro cuadrado es la discusión acerca de su forma. Es poco habitual considerar que es posible hacer variar su forma y mantener su medida; así, un rectángulo de $1/2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ de lado también mide 1 m^2 .

A partir de actividades como la anterior, es posible ir planteando otras que signifiquen un aumento gradual en dificultad, teniendo en cuenta que las características de la situación que se plantee facilitan el uso de determinados procedimientos y dificultan otros. Por ejemplo.

- Calcúlá el área de las siguientes aulas:



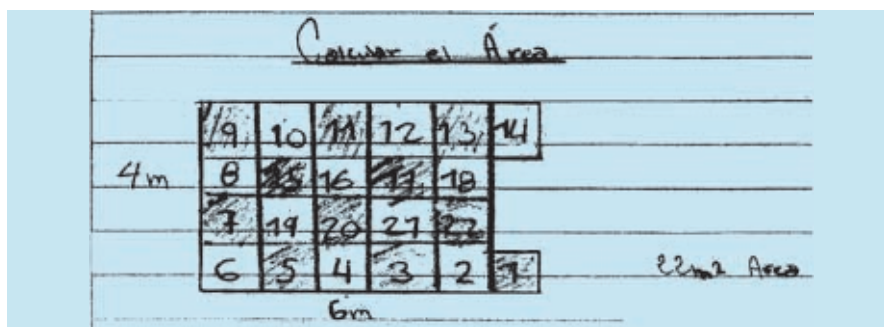
Luego de haber realizado estimaciones de áreas o el cubrimiento del aula con m^2 , es muy probable que los alumnos busquen reproducir el mismo tipo de procedimiento que venían usando en esas situaciones, que en este caso sería cubrir con cuadrillos toda la superficie para determinar la cantidad que entra en esas aulas.

$1m^2$					
$1m^2$					

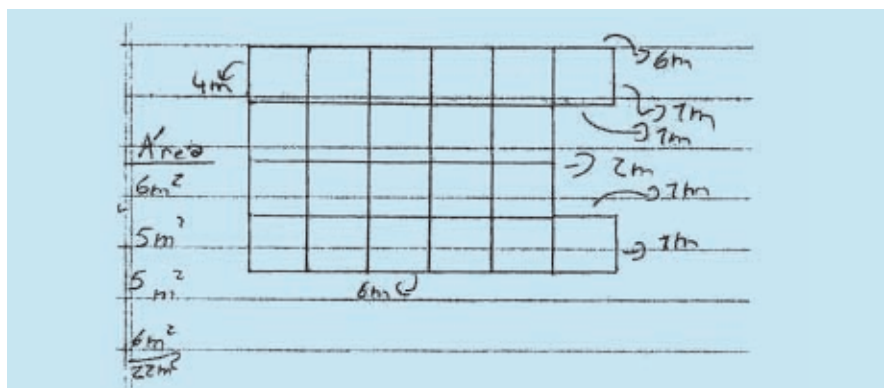
Por ejemplo, para el aula de 6 m x 4,5 m, si bien la longitud de uno de sus lados es un número decimal, el hecho de que sea 4,5 y que el otro lado sea un número par permite que, con el recurso de hacer una figura cuadriculada, los chicos determinen fácilmente que con la última fila arman 3 cuadraditos más porque cada uno es $1/2$ de un metro cuadrado. En el caso del aula de 6,5m x 5,5m, si bien sigue siendo válido el recurso anterior, ofrece mayor dificultad para los alumnos, porque al realizar las relaciones entre las porciones de cuadraditos se completan $30 m^2$, quedan 11 mitades de cuadraditos ($5 \frac{1}{2} m^2$) y la mitad de la mitad de un cuadradito ($1/4 m^2$) que hay que sumar e interpretar ese valor en m^2 ($30 + 5 + 1/2 + 1/4$) donde $3/4$ de m^2 se puede expresar como $0,75 m^2$ para que pueda dar como resultado $35,75 m^2$.

Al inicio de este apartado, mencionábamos que existe una similitud entre el itinerario que proponemos que los alumnos recorran con el fin de construir las fórmulas para calcular, por ejemplo, el área de una figura, y la construcción de los algoritmos de las operaciones a las que hacíamos referencia en el Eje “Número y Operaciones”. Esta similitud radica en que en los dos casos sostenemos que la sistematización de los algoritmos y las fórmulas tiene que darse a partir de un trabajo de recuperación²² de los procedimientos de los alumnos. Esto implica que, en un primer momento, debemos *entender dichos procedimientos* para poder hacernos cargo del proceso de evolución de los mismos, hasta llegar al procedimiento experto. A continuación, presentamos algunos procedimientos utilizados por alumnos de 5º año/grado para calcular el área de figuras que no son rectángulos y que muestran diferentes conocimientos, tanto en el campo geométrico como en el aritmético.

Daniel

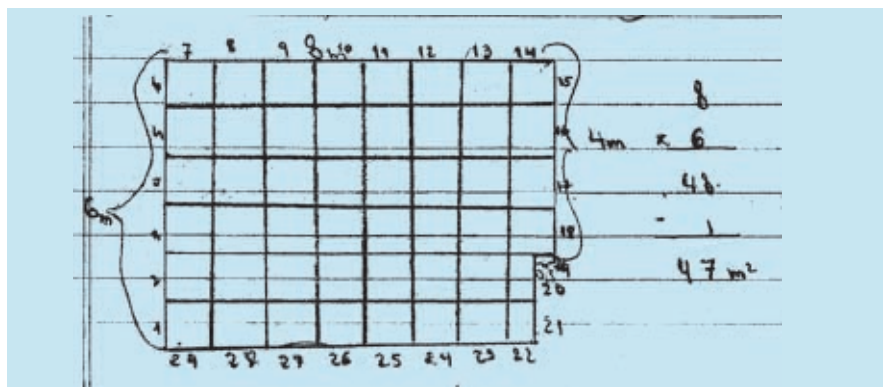


Ignacio



²² **Recomendación de lectura:** véase el apartado “Las situaciones de enseñanza”, en “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo” de este Cuaderno.

Alejandra



Los dos primeros procedimientos están referidos a la misma figura y usan diferentes recursos para obtener el total de cuadrillos. En el caso del procedimiento de Daniel, el alumno cuenta para saber cuántos cuadrillos *entran* en la figura, en cambio Ignacio suma para encontrar el total. Una diferencia importante entre ambos alumnos es que el que realiza una suma da cuenta de haber encontrado cierta regularidad en la cantidad de cuadrillos por fila y además una relación entre dicha cantidad de cuadrillos y la medida de los lados de la figura.

En el procedimiento de Alejandra, referido a una figura distinta, la estrategia inicial es cubrir la figura con cuadrillos, y el recurso para calcular el total es multiplicar. Esta alumna muestra otros conocimientos aritméticos, ya que puede identificar este tipo de situación como multiplicativa; pero además, en el campo geométrico, también demuestra haber establecido ciertas relaciones que no se evidencian en los otros dos procedimientos, ya que puede relacionar el área de la figura solicitada con el área de un rectángulo. Realiza la operación 8×6 , que es el área de un rectángulo, y le saca $1 m^2$, que es la parte que le sobra de dicho rectángulo respecto de la figura original. Este tipo de procedimiento es muy valioso para el itinerario de construcción de la fórmula de cálculo de área del que hablábamos antes, ya que está utilizando el producto de la medida de los lados para hacerlo.

El hecho de que aparezca este tipo de producciones de los alumnos en una clase posibilita que se las compare y se establezcan relaciones entre ellas que lleven a poner de manifiesto relaciones que no todos los alumnos tienen en cuenta. Por ejemplo, podemos plantear preguntas como *¿De qué medida eligieron hacer los cuadrillos?* *¿Por qué?*, y otras que lleven a comparar el procedimiento con una suma reiterada y el que tiene una multiplicación.

Este tipo de discusiones posibilita la explicitación de herramientas que usan unos alumnos y que no necesariamente están disponibles por otros. Si bien el

hecho de discutirlo una vez con los chicos no garantiza que los que contaron o sumaron vayan a multiplicar en un próximo problema, los pone en mejores condiciones tanto para la resolución de otro problema similar como para la comprensión de las discusiones posteriores.

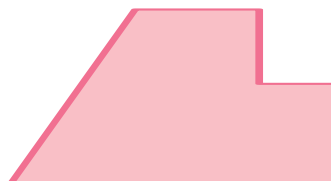
Luego, es posible plantear a los alumnos la consigna *Calculá el área de los siguientes cuadrados y rectángulos utilizando una multiplicación*, apuntando a la sistematización del procedimiento *multiplicar el ancho por el largo*, que podrá expresarse con la fórmula: $\text{área} = \text{largo} \times \text{ancho}$, $A = l \times a$. Cabe aclarar aquí que la idea de altura no ha sido trabajada aún y, por lo tanto, no tiene sentido el uso de las denominaciones base y altura y de la fórmula $b \times h$.

Además de esta sistematización, es importante organizar otras actividades que permitan a los alumnos explorar las posibilidades y los límites de esta fórmula. Por ejemplo, plantear el cálculo de figuras raras como:

- Calculá el área de las figuras A y B.



A



B

Los procedimientos de resolución que los alumnos utilicen para calcular el área de las figuras A y B dependerán de diferentes cuestiones, como por ejemplo, que estén dibujadas sobre papel cuadriculado, o sobre papel liso y con medidas de los lados, etc. En ambos casos, podrán descomponer las figuras en rectángulos y en el caso B, considerar la mitad de uno de ellos discutiendo que no alcanza con pensar sólo en $l \times a$ para encontrar el área de todos los rectángulos considerados.

Para el **cálculo del perímetro**, proponemos, en 5° año/grado, seguir un camino similar al planteado para el área, hasta el arribo a la fórmula de perímetro de rectángulos y de cuadrados. Sin embargo, nos parece importante que además de actividades que apunten a dicha sistematización, se presenten otras que pongan el acento en cuáles son los datos que se necesitan para calcular el perímetro de distintas figuras²³.

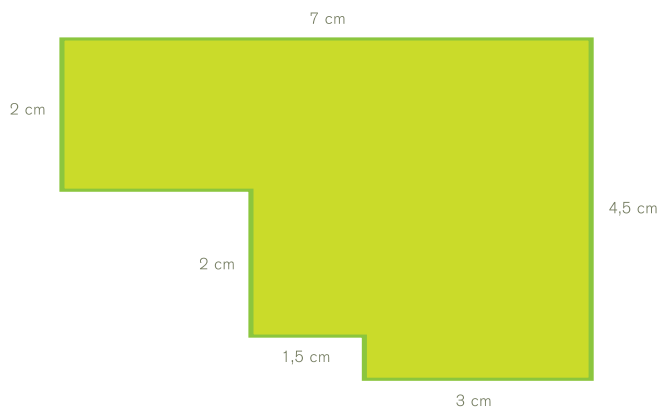
²³ **Recomendación de lectura:** véase el apartado "Las relaciones entre datos e incógnitas", en "Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo" de este *Cuaderno*.

Generalmente, una dificultad de los niños en la resolución de problemas es que sólo pueden aplicar sus conocimientos si poseen toda la información dada en forma directa, es decir dada como dato del problema.

Por este motivo, presentar problemas en los cuales sea necesario analizar el enunciado y observar si la información es suficiente o no para obtener la respuesta buscada o si hay datos que no son necesarios, a la vez que introduce una problemática ligada al tratamiento de la información, plantea la necesidad de analizar las propiedades de la figura que se tiene y relacionarla con los datos proporcionados.

Los siguientes son ejemplos de problemas²⁴ y ejercicios que requieren un análisis de la información ofrecida, para inferir los datos necesarios y, así, resolver la situación planteada.

1. Don Espinoza tiene que alambrar su terreno, que es rectangular. La municipalidad ya alambró los 20 metros de frente que están sobre la ruta. En total, le falta alambrar 70 metros. Espinoza quiere poner alambre de púa para mayor protección solamente en los costados del terreno. ¿Cuántos metros de alambre de púa tendrá que comprar?
2. Alicia está haciendo un almohadón cuadrado de 50 cm de lado. Para adornarlo, quiere coser en una de sus caras una puntilla colocada a 5 cm del borde formando otro cuadrado. ¿Cuánta puntilla necesita?
3. Calculá el perímetro de la siguiente figura:



²⁴ Extraído del documento *Plan de Compensación. Ciclo lectivo 2000. Primer documento de orientación*. Ministerio de Educación de la provincia de Corrientes.

En el problema 1, se deben determinar las longitudes de los costados del terreno que no están dadas en el texto. Si faltan cercar 70 m, y el terreno es rectangular, se puede pensar que la longitud del lado de fondo será de 20 metros como el del frente, y calcular que los 50 m corresponden a la longitud total de los dos costados.

En el problema 2, es necesario interpretar qué significa que la puntilla no se coloque en el borde, es decir qué información sacar de ese dato. Una dificultad que suele aparecer es que se consideren los 5 cm de distancia al borde sólo en un extremo del lado, restando 5 cm a 50 cm una vez, y olvidarse de restar los 5 cm del otro lado.

En el problema 3, es necesario interpretar la información contenida en el gráfico y deducir la medida de algunos lados en función de la medida de otros.

Plantear situaciones para explorar relaciones entre perímetros y áreas

El área y el perímetro son dos conceptos que están íntimamente ligados, por lo que el estudio de dicha relación no debería quedar afuera de la escuela. La exploración de esta relación favorece la mayor comprensión de determinadas propiedades que sólo se ponen en evidencia desde un trabajo de diferenciación entre las mismas.

En este apartado proponemos actividades que propician la reflexión acerca de la relación entre el perímetro y el área a partir de cuestionar una idea intuitiva que es muy común en los alumnos, según la cual las dos magnitudes varían de la misma manera: si una aumenta, la otra aumenta y si una se mantiene constante la otra también.

Secuencia para relacionar perímetro y área: "Armando figuras".

Actividad 1

A continuación, presentamos un juego²⁵ que apunta, como primer objetivo, a poner en evidencia para los alumnos que hay diferentes figuras que tienen la misma área, del mismo modo que hay diferentes figuras que tienen el mismo perímetro.

²⁵ **Recomendación de lectura:** en el apartado "Los contextos", en "Enseñar Matemática en Segundo Ciclo" de este *Cuaderno*, se analiza cómo abordar los juegos como situaciones de aprendizaje.

“Figuras y condiciones”: figuras con perímetros y áreas dados.

Materiales: 60 cuadraditos de igual tamaño en cartulina o plástico.

10 tarjetas que digan área, con los siguientes números: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y otras 10 tarjetas que digan perímetro, con los siguientes números: 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30.

Organización de la clase: se juega entre tres o cuatro grupos formados por dos personas cada uno.

Desarrollo: el juego consiste en formar, con los cuadraditos, configuraciones en las que estos se encuentren unidos por un lado completo, y que tengan áreas o perímetros que se estipulen desde las tarjetas. La unidad de medida para el perímetro es el lado de los cuadraditos y la unidad de medida para la superficie son cada uno de los cuadraditos.

Se colocan los cuadraditos en el centro de la mesa. Se mezclan las tarjetas numeradas y se colocan boca abajo sobre la mesa. Por turno, uno de los jugadores levanta una tarjeta y la lee en voz alta.

Durante un tiempo estipulado previamente, se trata de armar la mayor cantidad de configuraciones que respeten la condición dada por la tarjeta, utilizando los cuadraditos que están en el centro de la mesa.

Pasado el tiempo, se ponen en común las configuraciones y se adjudica 1 punto a cada configuración correcta y 0 puntaje a las incorrectas.

Se vuelven a colocar los cuadraditos en el centro para la próxima jugada.

El juego termina cuando la suma de puntos acumulados por alguno de los grupos alcance 15 puntos.

En este juego, los alumnos deben construir figuras a partir de condiciones relacionadas con el perímetro y el área. La medida del área está dada más directamente que la del perímetro, ya que la proporciona la cantidad de cuadrillos que se usan para construir cada figura. Sin embargo, para el perímetro es necesario evaluar cuáles son los lados que se cuentan y cuáles no, porque sólo se pueden contar los lados que queden en el contorno de la figura construida. Probablemente, el procedimiento más común entre los alumnos al inicio del juego sea probar una configuración y luego contar cada uno de los lados de los cuadrillos del borde hasta dar con la condición establecida, sin embargo lo que esperamos es que a lo largo de sucesivos juegos puedan establecer relaciones entre los elementos de las figuras que les posibiliten desechar el simple juego de prueba y error. Por ejemplo, que puedan decir *Si le agrego otro cuadrillito al costado, se aumentan 3 lados al perímetro porque uno queda pegado con la figura.*

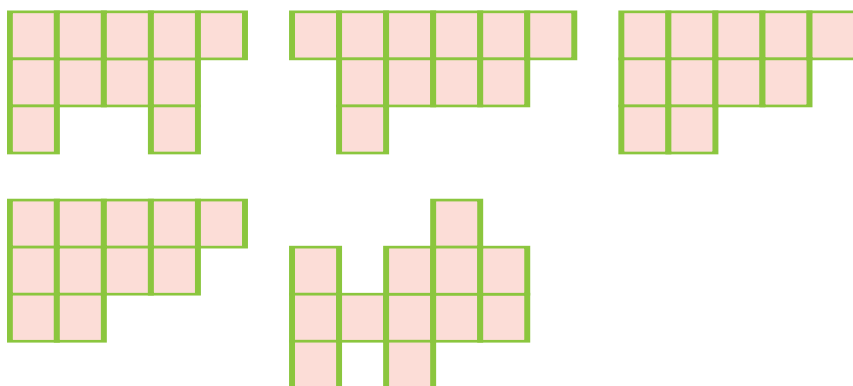
Luego de un primer momento de juego, es recomendable realizar una confrontación en la que se analicen diferentes procedimientos y respuestas de los alumnos. Este primer debate debería permitir poner en común y, en algunos casos, sis-

tematizar procedimientos y estrategias de los alumnos para obtener las figuras, así como también analizar cuáles les resultaron más difíciles de lograr y por qué.

Actividad 2

A continuación, se ofrecen algunas partidas simuladas que se pueden presentar como problemas.

- Marisa dijo que cuando a su grupo le tocó la tarjeta área: 10, armaron 6 figuras; ¿cuáles pudieron haber sido esas figuras?
- El grupo de Hernán armó las siguientes figuras a partir de la tarjeta perímetro: 18. ¿Cuáles van a obtener puntaje?



Las dos partidas simuladas anteriores presentan dificultades muy similares a las que podrían haber aparecido en el juego, con lo que se busca poner a todos los alumnos a pensar al mismo tiempo en la misma situación (cosa que no es posible con el juego, porque surgen diversidad de situaciones en cada uno de los grupos participantes) de manera de permitir una discusión posterior y una confrontación de las resoluciones y poder sacar conclusiones comunes.

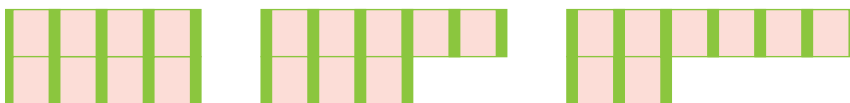
Se prevé que la discusión esté centrada en cómo se calculan el perímetro y la superficie de las figuras y que aparezcan, de esta manera, las principales dificultades que se les presentan a los alumnos para realizarlo, como el caso de aquellos que calculan área cuando tienen que calcular perímetro o viceversa, o el de aquellos que no saben qué unidad de medida usar para calcularlos o puedan decidir medir las configuraciones para realizar los cálculos. Del mismo modo, al discutir las dificultades se pretende que estos debates contribuyan a proveer de ejemplos a los alumnos, puesto que todavía no se les ocurre la manera de construir diferentes figuras de igual área o perímetro.

En esta primera etapa de la secuencia, los alumnos exploran las variaciones posibles que pueden realizar a las figuras para producir otras de igual área o igual perímetro, pero, hasta aquí, dicha exploración se produce con las magnitudes por separado.

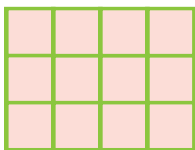
Actividad 3

Los problemas que siguen plantean cuestiones y dificultades que no aparecen necesariamente en el juego y que significan una profundización en la reflexión acerca de la constancia y variación del perímetro y el área.

- Martín dijo que cuando les salió la tarjeta área: 8 el grupo de Rocío había armado las figuras de abajo y él armó otras 2 figuras, también de área: 8 pero de mayor perímetro. ¿Cuáles pueden ser esas figuras?



- Josefina dijo que en la jugada en la que Máximo armó la figura de abajo, ella había armado otras 2 de igual perímetro y área. ¿Qué figuras pudo haber armado?



Estos problemas proponen manejar, a la vez, las condiciones de área y perímetro de una figura, de manera de propiciar la reflexión acerca de algunas de las relaciones que pueden establecerse entre ellas, por ejemplo, a menor área igual perímetro o área menor y perímetro mayor, etc. Se espera que las discusiones producidas anteriormente contribuyan a que los alumnos realicen anticipaciones de las posibles variaciones de las figuras que puedan producir. Lo que se prevé como conclusiones posibles de la actividad es, en el primer caso, que *hay figuras que tienen la misma área y sin embargo su perímetro es diferente* y, en el segundo caso, que *dos o más figuras pueden tener igual perímetro y área, y tener diferente forma*.

Actividad 4

Otra actividad que podemos realizar con el mismo material, y apuntando al mismo objetivo, es disponer una configuración con los cuadritos y solicitarles a los chicos que armen otras, que cumplan a la vez dos condiciones en relación con la dada. Por ejemplo, que tengan mayor área y menor perímetro o menor perímetro e igual área.

Aquí es fundamental tener en cuenta que no siempre es posible cumplir con dichas condiciones a la vez, en relación con cualquier figura dada. Por ejemplo, no es posible producir una figura de mayor área y menor perímetro que una figura convexa dada, ya que cualquier modificación que apunte a aumentar el área, también aumentará el perímetro.

A través de estos problemas, se pretende, además, que los chicos desarrollen argumentos a partir de sus anticipaciones acerca de las variaciones posibles de perímetro y área, que servirán como recursos para reflexionar sobre la validez de algunas proposiciones, como las que se presentan en la actividad siguiente.

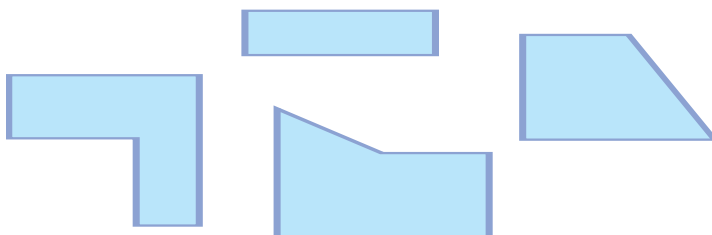
Actividad 5

Esta actividad tiene como propósito que los chicos discutan sobre la validez de proposiciones generales acerca de conservación del área y el perímetro. Para esto, tienen la posibilidad de partir del conocimiento de casos particulares que les proporcionó el problema, y de la resolución y el debate de las partidas simuladas.

- Luego de haber participado del juego anterior, algunos alumnos sacaron las siguientes conclusiones. Indicá si estás de acuerdo o en desacuerdo con las mismas y fundamentá tu respuesta.
 - Todos los polígonos de igual área tienen el mismo perímetro.
 - Algunos polígonos del mismo perímetro y la misma área tienen diferente forma.
 - Todos los polígonos del mismo perímetro tienen igual área.

A continuación, proponemos otra actividad orientada en el mismo sentido que la secuencia anterior, y que puede contribuir a la profundización de las reflexiones iniciadas, puesto que aparecen algunas formas que no son posibles de construir a partir de los materiales del juego.

- Cuando sea posible, transformá²⁶ (agregándoles o sacándoles algo) las siguientes figuras, para obtener otras que tengan:
 - a) un área mayor, conservando el mismo perímetro;
 - b) un área menor y un perímetro mayor.



²⁶ Esta actividad fue tomada de Barallobres, G.; Chara, S., Schaposchnik, R. (2001), *Matemática 5. Serie Siempre Más*, Buenos Aires, Aique. En dicho texto se proponen otras actividades muy interesantes que desarrollan los objetivos de este apartado.

En esta consigna, no sólo se les pide a los alumnos que transformen figuras para obtener otras con ciertas condiciones, sino también que evalúen la posibilidad de realización de dichas variaciones.

En el caso a), para dos de las figuras no es posible obtener otra que tenga mayor área e igual perímetro. Si las figuras son convexas, cualquier variación que implique aumentar el área, aumentará, a la vez, el perímetro. En el caso b), en cambio, es posible realizar las transformaciones necesarias para todas las figuras dadas, ya que si se le quita una sección a la figura, se disminuye el área y se aumenta el perímetro. Este análisis que se les propone aquí a los alumnos posibilitará establecer nuevas afirmaciones generales similares a las planteadas al finalizar la secuencia.

Un punto a considerar y decidir es el de la distribución de las situaciones para la enseñanza de las nociones de medida en la planificación anual. Una idea que puede resultar interesante es que las situaciones planteadas puedan ser organizadas en “secuencias de problemas de medidas” para ser tratadas en distintos momentos del ciclo lectivo y durante todo el año escolar, articulando el trabajo con el desarrollo de los saberes incluidos en el Eje “Número y Operaciones”. Esta organización garantizaría para los alumnos prácticas recurrentes en tiempos no sucesivos y sin asignar a estos contenidos una unidad (en general la última) del plan anual.

Para trabajar con la información

Tal como hemos planteado, el trabajo sobre el tratamiento de la información es transversal a los ejes de contenidos. En el caso de los problemas espaciales, geométricos y de medida, este trabajo también concierne a la consideración de aspectos que pueden ser retomados en algunas de las actividades planteadas. Es el caso de la actividad sobre el croquis de una escuela de la página 131, donde hay información en un dibujo y en un texto. Aquí, la información del dibujo permite determinar cuál es la ubicación de cada ambiente. Si no se diera el dibujo, no se conocería la forma del espacio a distribuir para las distintas aulas. Otro caso es el de la consideración del número de patios que se pueden armar en la actividad 2 de la página 170. Se podría discutir con los alumnos la forma de realizar una búsqueda exhaustiva de todos los patios posibles de área 10. Si bien aquí hemos mostrado sólo dos ejemplos, combinar los modos de presentar la información y analizar cuando sea pertinente el número de soluciones son aspectos que permitirán al docente enriquecer el trabajo con problemas.