

NÚMERO Y OPERACIONES

Número y operaciones

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos aparezcan en el aula asociados con los distintos problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos.

Esto es:

- usar números naturales de una, dos y más cifras, a través de su designación oral y representación escrita, al determinar y comparar cantidades y posiciones;
- identificar regularidades en la serie numérica para leer, escribir y comparar números de una, dos y más cifras, y al operar con ellos;
- usar las operaciones de adición y sustracción con distintos significados, evolucionando desde procedimientos basados en el conteo a otros de cálculo;
- realizar cálculos exactos y aproximados de números de una y dos cifras, eligiendo hacerlo en forma mental o escrita en función de los números involucrados;
- usar progresivamente resultados de cálculos memorizados (sumas de iguales, complementos de 10) para resolver otros;
- explorar relaciones numéricas* y reglas de cálculo de sumas y restas, y argumentar sobre su validez, y
- elaborar preguntas a partir de distintas informaciones (ej.: imágenes, enunciados incompletos de problemas, cálculos, ...).

* Las relaciones numéricas que se exploren estarán vinculadas con los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y/o las operaciones.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado intentamos precisar el alcance y el sentido de los saberes que se priorizan en el Eje “Número y Operaciones” dando algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, desarrollamos posibles secuencias de enseñanza que muestran el tipo de trabajo matemático que se propone desde el enfoque explicitado en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

Para leer y escribir los números naturales

Los números naturales se usan al contar los elementos de una colección para determinar cuántos son o para saber en qué posición se encuentra alguno de ellos cuando la colección está ordenada, es decir, con una función cardinal u ordinal. Por otra parte, tanto la designación oral, o sea, la forma de nombrarlos, como la escritura convencional con cifras, son formas de representación de los números.

En algunos casos, los números se usan como símbolos para identificar un elemento entre otros, por ejemplo, el número de la camiseta de un jugador lo identifica en su equipo, o el número de la línea de un colectivo lo diferencia del resto de los que circulan en una ciudad.

Para que los niños avancen en el conocimiento de los números, es importante que ofrezcamos una amplia y variada gama de problemas. Entre ellos, algunos en los que puedan: mejorar el dominio de la serie oral y del conteo efectivo, registrar cantidades e interpretar registros realizados por otros, establecer relaciones entre la serie oral y la serie escrita, y comparar y ordenar cantidades y números.

Esta variedad de problemas deberá adecuarse a lo que ellos saben cuando entran a 1^{er} año/grado, ya sea por su experiencia cotidiana o a partir de sus experiencias escolares. Sus conocimientos numéricos pueden ir desde el recitado de algún tramo de la serie numérica, la escritura de algunos números en situación de registro de cantidades o la comparación de cantidades, hasta resolver problemas que, por ejemplo, impliquen la transformación del número de elementos de una colección. Estos conocimientos son diferentes para cada chico, y los docentes podremos proponer diversas actividades que permitan a cada uno progresar respecto de sus puntos de partida. Es importante considerar que los distintos conocimientos sobre los números y las operaciones se extienden gradualmente para cada niño y el avance no se produce de manera uniforme. Por ejemplo, los alumnos pueden, en un determinado momento, saber contar hasta

30, pero sólo operar hasta 10, o conocer la lectura y escritura de algunos números aislados (su edad, el número de un colectivo, de su calle o de su casa) o bien de algunos “nudos” de la serie numérica (10, 20, 30, 40, ...) pero no de los números intermedios (15, 36, 48).

Es importante iniciar el trabajo numérico con un tramo de la serie numérica y no con los números uno a uno, pues esto último limitaría la variedad de problemas que pueden presentarse. Además, si queremos partir de lo que saben, no se puede descartar que ellos ya disponen de conocimientos como los mencionados. Por último, el trabajo con las regularidades de la serie numérica requiere analizar tramos que contengan una cantidad de números que permitan establecer relaciones.

Plantear situaciones para determinar cantidades y posiciones

Avanzar en la posibilidad de contar cantidades de manera efectiva supone poder recitar la serie numérica oral ordenada y sin omisiones, asignar cada palabra/número a cada uno de los objetos que se van a contar, de manera que ningún elemento quede sin contar ni sea contado dos veces, y reconocer que el último número enunciado expresa la cantidad total de objetos de esa colección, es decir su cardinal.

Respecto del recitado de la serie numérica oral, si bien los niños ingresan en el 1^{er} año/grado conociendo algún intervalo de aquella, suele haber muchas diferencias en el dominio que tienen de esos intervalos. Por ejemplo, pueden contar hasta 10 comenzando desde 1, pero no contar desde 10 hasta 1, o hasta 10 comenzando desde 5.

Para conocer lo que saben sobre el recitado, podemos prestar atención a, por ejemplo, la forma de contar cuando juegan a las escondidas o al contar para ver cuánto tiempo tardan los chicos en hacer determinada actividad. Podremos luego analizar las omisiones de ciertos números, las formas particulares de nombrar otros (los chicos suelen decir “dieciuno” en lugar de once) o las repeticiones por desconocimiento de los nombres de las decenas enteras y su orden.¹

¹ **Recomendación de lectura.** Para ampliar la información sobre los modos de recitar la serie que usan los niños en el inicio de 1^{er} año/grado, se recomienda leer “La serie numérica oral”, en: *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial*, en Internet. Los datos completos de todas las obras citadas en este Cuaderno se hallan en la Bibliografía final.

Para ampliar los conocimientos de los alumnos sobre el recitado de la serie, es posible proponer un juego como el siguiente.

“Pum al 50”: recitar la serie numérica.

Organización de la clase: los chicos se sientan en dos rondas.

Desarrollo: en cada una, van diciendo por turno, uno cada uno, los números en orden. Los que deben decir 10, 20, 30, etc., en lugar del nombre del número, dicen PUM. Si alguno se equivoca, el jugador siguiente vuelve a empezar. Cada ronda gana un punto al llegar a 50. Después de un tiempo determinado, gana la ronda que obtuvo más puntos.

Una situación en donde los números se usan para recordar la cantidad de elementos de una colección es la de armar una colección que tenga tantos elementos como otra dada. Por ejemplo, una consigna podría ser *Busquen en el armario las tijeras que hagan falta para que cada compañero tenga una y sólo una*. En esta situación, los alumnos podrían recurrir a distintos procedimientos como llevar de a una tijera por vez o tomar un montón, al azar, sin contar, y devolver las que sobren o completar las que falten; o contar a los niños para luego contar cuántas tijeras se deben traer. Todos los procedimientos de resolución son válidos, pero los dos primeros no son tan económicos como el tercero. En este caso, el conteo de los niños y el recordar el cardinal permiten construir una nueva colección: la de tijeras necesarias para darle una a cada uno.

Para promover la evolución de los procedimientos y que todos los alumnos usen el conteo, en otra clase podemos modificar la consigna agregando: *Que no sobre ni falte ninguna tijera y en un solo viaje*.

Otra situación para usar los números –en este caso, para evocar el lugar ocupado por un elemento en una lista ordenada sin tener que recordar toda la lista– es ordenar un conjunto de tarjetas cada una de las cuales tiene un cuadrado de una historieta. Antes de guardar las tarjetas, y explicando que al día siguiente van a seguir trabajando con la historieta, se puede plantear la identificación de la posición con un número *para volver a armarla igual*. Lo mismo podría ocurrir si se ha tenido que armar una fila de chicos y se quiere conservar el orden de sus posiciones, por ejemplo, en una muestra de Educación Física.

También es posible usar el conteo para anticipar el resultado de una acción no realizada sobre la que se cuenta con información que permite resolverla. Es el caso de anticipar el total cuando a una cantidad se le agrega otra, sobre lo que daremos ejemplos en el apartado “Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos”, o el de anticipar la posición de un elemento en una

serie cuando se sabe de dónde se partió y cuánto hay que avanzar o retroceder. Un ejemplo de situación para este último caso es la que sigue.

“Decir antes de mover”: anticipar la posición de una ficha en una serie ordenada.

Materiales: una pista numerada como las del Juego de la Oca, una ficha de color para cada jugador, un dado.

Organización de la clase: grupos de hasta cuatro chicos.

Desarrollo: en su turno, cada jugador tira el dado y debe anticipar en qué casillero va a caer su ficha. Luego de decirlo, si sus compañeros acuerdan, desplaza la ficha. Si no acuerdan, no la desplaza. Gana el que llega primero a la meta.

Plantear situaciones para analizar la escritura de los números

Hay situaciones en las que la designación oral, la lectura y la representación escrita de las cantidades aparece como una necesidad para resolverlas. Es el caso de algunas situaciones cotidianas del aula, como la toma de asistencia o la de inventariar los materiales de los que se dispone en el aula, para averiguar *cuántos tenemos de cada uno para organizar el trabajo* y tomar decisiones sobre cómo hacerlo si no alcanzan para todos. Esto puede hacerse en relación con los útiles escolares, los libros de la biblioteca, los materiales para plástica, etcétera.

También las situaciones en las que se anota el puntaje de diferentes juegos dan oportunidad a los niños para producir registros de cantidades² o interpretar los realizados por otros. Puede, por ejemplo, proponerse un juego con dados como el siguiente.

² **Recomendación de lectura.** Otra situación donde los juegos se usan como un recurso para anticipar cuándo a una cantidad se le agrega otra es el “Juego de la caja”, que se describe en Parra (1992), *Los niños, los maestros y los números* documento de la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires.

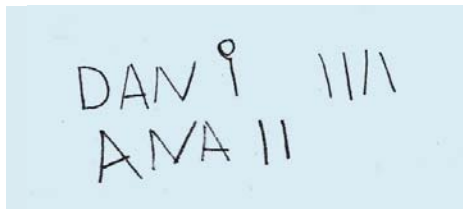
“Quién tiene más”: anotar y contar.

Materiales: un dado para el grupo, un lápiz y un hoja por chico.

Organización de la clase: grupos de cuatro chicos.

Desarrollo: cada uno de los cuatro jugadores debe tirar, en su turno, un dado, y al cabo de tres vueltas, determinar cuál sumó la mayor cantidad de puntos. El registro de los puntos que se van sacando se hace necesario con el fin de saber lo que cada uno obtuvo cada vez.

En este contexto, los alumnos producen escrituras, tanto gráficas como numéricas.



Algunas posibles notaciones.

Para avanzar en el reconocimiento de la serie escrita después de los primeros números, es conveniente que los alumnos establezcan relaciones entre aquella y la serie oral ya conocida. Un recurso que permite proponer problemas con este propósito es la banda numérica. Se trata de una tira de cuadraditos con los números de la serie escritos en orden desde el número 1, que se puede extender al comenzar el año por lo menos hasta 30, y a la que se irán agregando intervalos de la serie según el estado de conocimiento de los alumnos. Es importante que la extensión inicial de la banda exceda la numeración que los niños ya dominan.



Cuando proponemos una actividad en la que los niños deben escribir números o interpretarlos, si ya disponen de la herramienta del conteo, podrán consultar la banda como si fuera un diccionario. Es decir que podrán recurrir a la ella para relacionar la palabra-número con su signo correspondiente. Así, cuando un alumno quiere saber cómo se escribe el 12, se acercará a la banda (que puede estar en la pared del aula) y podrá efectuar un conteo –empezando desde el 1 o desde un número conocido– y establecer una correspondencia entre cada palabra-número de la serie oral con un casillero hasta arribar al número buscado. También puede suceder a la inversa: si un chico quiere saber cómo se nom-

bra un número que se le presenta en forma escrita, habiéndolo reconocido en la banda, podrá empezar a contar estableciendo la misma correspondencia hasta llegar al casillero y así enunciar el nombre correspondiente de ese número. Además, es conveniente que en un lugar accesible del aula haya algunas bandas “portátiles” disponibles para los alumnos que así lo requieran. Es recomendable iniciar la banda con el uno (y no con cero) ya que si un niño, después de contar una colección de elementos, quisiera saber cómo se escribe el 4 podría señalar el 3 si la banda comenzara desde el 0.

A partir de considerar porciones de la serie, podremos proponer a los alumnos diversas actividades ligadas con el conocimiento de los números como parte de la serie: el reconocimiento del anterior o del siguiente de un número dado y el número entre otros dos. Por ejemplo:

Completá los números faltantes:

1 2 4 7

20 21 24 28

Descubrí el o los números incorrectos sabiendo que el remarcado es el que está bien ubicado:

4 5 8 12

Identificá el o los números invertidos o mal ubicados sabiendo que el remarcado está bien ubicado:

10 11 21 13 14 15 61 17 18

Para realizar estas actividades, es conveniente quitar o tapar la banda colgada en la pared del aula, para que cada alumno resuelva con sus propios conocimientos. Luego de realizadas las consignas, los alumnos podrán confrontar como completó cada uno y, en los casos en los que no haya acuerdo, podrán recurrir a la banda con el fin de validar sus respuestas.

En cuanto a la lectura de números, también es importante garantizar la presencia en el aula de diferentes portadores de información numérica de uso social, como calendarios, cintas métricas, termómetros, listas de precios, pues, además de funcionar como referencia del uso social de los números, permiten presentar diferentes problemas donde hay que leer números.

Plantear situaciones para comparar y ordenar cantidades y números

Entre las situaciones centradas en trabajar el orden de la serie numérica, se encuentran aquellas donde hay que comparar cantidades o números.

Por ejemplo, el juego de cartas conocido por algunos chicos y grandes con el nombre de “La Guerra” –al que nosotros denominamos “El mayor”– permite comparar cantidades si se juega con cartas que tienen dibujos y números. Las cartas con la doble representación (dibujos y números) permiten que compartan el juego alumnos que poseen distintos conocimientos numéricos y que, por lo tanto, utilizan estrategias iniciales diferentes. Para unos niños bastará con mirar el número para saber cuál es la carta mayor; otros necesitarán contar todos los elementos dibujados, y algunos recurrirán a la banda para comparar los números, etc. Por otra parte, tampoco será lo mismo que intervengan dos, tres o cuatro jugadores. En el primer caso, sólo comparan dos números, con lo que la tarea es menos compleja.

“El mayor”: comparar cantidades o números.

Materiales: un mazo de cartas españolas sin las figuras o un mazo formado por dos cartas de cada uno de los dígitos del 1 al 9 por pareja.

Organización de la clase: en parejas.

Desarrollo: se reparten las cartas equitativamente entre los dos jugadores. Cada uno coloca su mazo con los números y/o dibujos tapados y, al mismo tiempo, ambos darán vuelta la carta de arriba. El que tiene la más alta se lleva las dos (la propia y la de su compañero). Si hay empate, cada participante debe colocar una segunda para definir quién ganó esa partida. En este caso, el ganador se llevará cuatro cartas (dos propias y otras dos del contrincante). El juego termina cuando se acaba el mazo inicial de cada jugador y gana el que obtuvo mayor cantidad de cartas.

A medida que los niños avancen en el conocimiento de la serie numérica, el mazo podrá contener los números hasta 100. Al analizar el juego, y también utilizando la banda, se puede reflexionar con los chicos acerca de que a cada número le corresponde un lugar en la serie ordenada, que cuanto más alejado esté del inicio es mayor, que la serie se puede prolongar tanto como se desee, etcétera.

Luego de cualquier propuesta de juego, es importante incluir situaciones problemáticas que evoquen la actividad lúdica recientemente efectuada.³

Algunas sugerencias de actividades para proponer después de este juego serían:

- Marcá la carta ganadora:



- Diego da vuelta una carta y saca 8. ¿Qué número tendrá que sacar Nicolás para ganar?

A partir de la resolución de la segunda situación podemos generar una discusión acerca de si hay una única respuesta, tratando de que los niños fundamenten sus conclusiones.

Una variante del juego anterior que permite trabajar con el orden y la comparación de números más grandes que los dígitos, consiste en jugar a “El Mayor” con cartas sin dibujos, con dígitos del 0 al 9 y cambiando las reglas. En este caso, en cada jugada los alumnos darán vuelta dos cartas a la vez y tratarán de armar el número más alto. Aquel que lo logre se lleva las cuatro cartas. Este juego acepta otras variantes, por ejemplo, se puede modificar el objetivo a: *el menor gana* o *el número más cercano a 50 gana*. En cada uno de estos casos se podrá arribar a distintas conclusiones como: *el que tiene la carta más alta gana*, *el que tiene la más baja gana*, *conviene sacar un 4 o un 5*. Otra posible modificación para implementar con alumnos más avanzados es proponer que saquen tres cartas cada uno y que elijan dos para formar el número más alto.

En este juego, entonces, la elección del tipo de cartas y de la cantidad de jugadores serán variables a tener en cuenta para adaptar el juego a los conocimientos de los alumnos.

³ En el apartado “Los contextos”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, se plantea la necesidad de articular el juego con otras actividades para que éste pueda constituirse en un recurso de enseñanza.

Secuencia para contar y anotar cuántos hay: “Los coleccionistas”

La secuencia de “Los coleccionistas”⁴ incluye varias actividades para que los alumnos puedan producir e interpretar escrituras numéricas, y para que se inicien en situaciones de suma. Con la consigna adecuada, también permite hacer evolucionar las estrategias de los alumnos del conteo al sobreconteo (contar el total de dos cantidades sin volver a contar la primera desde 1) y desde allí a distintas estrategias de cálculo.

Los materiales que se coleccionen podrían ser luego usados como insumo para trabajar en otros campos de conocimiento. Por ejemplo, al desarrollar el Eje “Los materiales y sus cambios” en el Cuaderno de Ciencias Naturales.

Actividad 1

Empezaremos por proponer a los alumnos que se conviertan en verdaderos “coleccionistas”. Cabe aclarar que, en estas colecciones, todos los elementos deberán pertenecer a la misma clase y ser diferentes entre sí. Por ejemplo, tapas de distintos envases (bebidas, artículos de limpieza, de tocador, lácteos...), piedras, caracoles, figuritas, bolitas, etc. Los objetos a coleccionar deberán ser fáciles de conseguir y es recomendable evitar los frágiles, por ejemplo, hojas secas de árboles, ya que no soportarían al reiterado conteo que requiere la actividad.

Una vez que se conversa el tema, se pueden formar parejas y cada una decidirá el tipo de elemento que va a coleccionar y, a partir de ese día, todos juntarán la mayor cantidad posible de elementos para aumentar tanto su colección como la de sus compañeros.

También se estipulará qué día de cada semana se realizarán el conteo y el registro de cada colección.

Si es posible, puede resultar interesante invitar a un coleccionista para que les explique a los niños las características de su *hobby*, cómo consigue los elementos, cómo los guarda, cómo registra el aumento de su colección.

⁴ Adaptación de la “Propuesta III. Coleccionar”, en Broitman, C., Kuperman, C. y Ponce, H., 2003.

Actividad 2

Para el primer día en que se controla cuántos elementos juntó cada uno, cada pareja realizará el conteo. Una pregunta que promueve la necesidad de registrar la cantidad de elementos contados hasta ese momento es *¿cómo hacer para no tener que volver a contarlos la semana siguiente?*⁵ Luego, cada chico de cada pareja recibe una hoja como la siguiente para llevar su propio registro.

<p>SEMANA 1</p> <p>TRAJE: 20</p> <p>AHORA TENGO: 20</p> <p>CONTÉ ASÍ: 18 A CONTANDO DE A UNO Y SPARANDO LOS</p>
--

Actividad 3

Para el próximo día de control, los chicos deberán completar nuevamente sus fichas individuales. Las consignas serán ¿cuántos elementos nuevos trajeron? y ¿cuántos elementos tiene cada uno en la colección? En la ficha también deben completar cómo hicieron para contarlos.

<p>SEMANA 2</p> <p>TRAJE: 10</p> <p>AHORA TENGO: 30</p> <p>CONTÉ ASÍ: LOS RUSE EN TRES FILAS Y CONTANDO</p>
--

⁵ La importancia de que el conocimiento que se quiere enseñar sea un recurso necesario para resolver los problemas que se presentan se explicita en el apartado "La gestión de la clase", de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", en el comienzo de este *Cuaderno*.

Como se propone averiguar el total de lo juntado en las dos semanas, ya en esta es esperable que aparezcan estrategias de sobreconteo, es decir, que los chicos puedan contar a partir de una cantidad sin necesidad de volver a empezar desde 1. Por ejemplo, si la primera semana tenía 20 y la segunda semana agrega 8, para saber el total hace 20, 21, 22, 23 ... 28. Tendremos que centrar la reflexión alrededor de las ventajas de este procedimiento y tener en cuenta que, para desplegarlo, los alumnos deben poder continuar la serie numérica desde un número cualquiera.

Cuando el docente lo considere oportuno, también puede proponer armar un registro de todo el grupo, por ejemplo, en un afiche que se cuelgue en el aula y que se vaya completando.

	1ª semana	2ª semana	3ª semana	4ª semana
Martín y María (tapas)				
Pablo y Juan (envoltorios de golosinas)				
Diego y Pedro (tornillos)				
Nati y Ana (botones)				

Es necesario que, durante los momentos de trabajo de los chicos, circulemos por el aula, atentos a sus diálogos y producciones numéricas, ya que ambos podrán convertirse en el eje de la puesta en común de la actividad.

En el caso de esta propuesta podremos escuchar diálogos como el siguiente.⁶

Maestra: *–Y vos, Gastón, ¿cuántas piedritas tenés en total?*

Gastón: *–Cincuenta y seis.*

Maestra: *–¿Querés pasar a escribirlo en la tabla grande?* (Alude al cuadro de doble entrada escrito en un papel afiche colgado en el frente del aula y a la vista de todos. Gastón ubica el casillero que le corresponde en la tabla y anota 506.)

Martín: *–¡Así nooo!*

Maestra (dirigiéndose a toda la clase): *–A ver, veamos. Gastón escribió de esta manera el cincuenta y seis (señalando escritura 506) y Martín dice que no se escribe así. ¿Qué piensan los demás?*

Camila: *–Para mí, está bien porque mirá* (acercándose a la tabla en el papel afiche y señalando la escritura

⁶ En el apartado “La gestión de la clase” de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, se precisa el sentido del intercambio grupal en las puestas en común.

de Gastón), *si vos decís “cincuenta”* (marca con el dedo el 50 del 506) y *“seis”* (ahora señala el 6), *está todo. Si decís el número en voz alta “cincuenta y seis”* (lo repite lentamente) *y comparás con lo que escribió Gastón, está bien, es igualito...*

Martín: *–Pero yo tengo sesenta y tres tapitas que es más que cincuenta y seis y lo escribí así* (señala el 63 en la tabla).

Maestra: *–Y entonces... ¿cuál es el problema, Martín?*

Martín: *–Y que Gastón no puede usar tres números para escribir la cantidad de piedritas que tiene, mientras que yo, que tengo más tapitas que él, usé dos números nada más.*

Maestra (A toda la clase): *–¿Escucharon lo que dice Martín? ¿Qué piensan los demás?* (Muchos hablan simultáneamente.)

Maestra: *–A ver, tratemos de hablar de a uno porque así no nos entendemos. Dale, Camila, contanos qué pensás.*

Camila (Pensativa): *–Yo creo que los dos tienen algo de razón... lo que dice Martín es cierto, si él tiene más tapitas, no puede usar menos números que Gastón que tiene menos piedritas, pero no sé cómo escribirlo de otra manera...*

Maestra: *–¿Quién la puede ayudar? ¿En algún lugar del aula podemos encontrar escrito el número 56?*

Varios juntos: *–En el cuadro de números, en el centímetro... (Se escucha que alguien menciona el almanaque, pero inmediatamente otros alumnos le dicen que no llega a ese número, que los meses tienen como mucho 31 días.)*

Juan: *–No hace falta ir a buscarlo; el cincuenta y seis se escribe así* (Pasa y escribe en el pizarrón 56.)

Maestra: *–¿Cómo harías para convencer a Gastón de que se escribe de esa manera?*

Juan (Dirigiéndose a Gastón.): *–El cincuenta está, pero el cero del cincuenta no se ve porque quedó tapado por el 6.*

Los alumnos saben que frente a la comparación de números de diferente cantidad de cifras “a mayor cantidad de cifras más grande es el número” y que frente a la comparación de números de igual cantidad de cifras “el primero es el que manda”. También saben que el 63 es mayor que el 56 *porque lo digo después, porque está más lejos del 1*.

Al mismo tiempo, para producir escrituras, se apoyan en las informaciones que extraen de la numeración hablada y en su conocimiento de la escritura convencional de los nudos o números redondos. Por eso, la escritura de Gastón denota el carácter aditivo del número *se dice 50 y 6* registrando 506. Frente a estas situaciones es frecuente escuchar a los alumnos decir: *te lo dice el número, 45 es cuarenta y cinco*.

A partir de confrontar las diferentes escrituras numéricas de los alumnos y atendiendo las argumentaciones que las fundamentan, es que estas hipótesis entran en contradicción y les permiten avanzar hacia la notación convencional.⁷

Es importante que el docente no cierre las preguntas de los alumnos dando su propia respuesta. Cuando la maestra pregunta: *¿qué piensan los demás?* o *¿Cómo harías para convencer a Gastón de que se escribe de esa manera?*, devuelve la pregunta al grupo y promueve el intercambio.

Actividad 4

Al cabo de, por ejemplo, cuatro semanas, se puede proponer un control de lo realizado hasta el momento, haciendo un “recuento de las colecciones”. Teniendo en cuenta que cada colección es más grande, es posible que aparezcan diferentes estrategias de conteo: agrupar según la conveniencia de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, hacer anotaciones parciales y organizar la forma de contar más operativa. Esto dependerá de los conocimientos que tenga cada pareja de alumnos.

Es importante tener en cuenta que durante el transcurso de la secuencia se sostenga el interés de los alumnos por armar las colecciones, pues esto es lo que le da sentido a la actividad. Si ello no ocurre, habrá que finalizarla y retomar los contenidos no desarrollados en otras actividades.

Para conocer el sistema de numeración

Al analizar cómo se escriben los números en el sistema de numeración decimal posicional, es posible tener en cuenta cómo se representa una cierta cantidad cuando se agrupan sus elementos de a 10, luego esos grupos de a 10, y así sucesivamente, y se escribe en orden de derecha a izquierda la cantidad de elementos sueltos (unidades), grupos de 10 elementos (decenas), grupos de grupos de 10 (centenas), etcétera.

Otra manera de analizar la forma de escribir cantidades es considerar la serie numérica o algún tramo de ella. En este caso, es posible advertir ciertas regularidades, que se deben a la organización decimal del sistema de numeración en

⁷ **Recomendación de lectura.** Para profundizar en el conocimiento de las hipótesis de los alumnos acerca de la escritura de los números se recomienda la lectura de el artículo de Sadovsky y Lerner, “El sistema de numeración. Un problema didáctico”, en Parra y Saiz, 1994.

uso. Cuando la cantidad representada va aumentando de a 1, la cifra de las unidades va cambiando desde 0 hasta 9 mientras se mantienen iguales las demás. La cifra de las decenas se mantiene igual en 10 números seguidos antes de cambiar al siguiente recorriendo también de 0 a 9, es decir, 10 números con 1, 10 con 2, etcétera.

Un análisis similar se puede hacer para las demás cifras y también para analizar qué cambia cuando se aumenta de a 10, de a 100, etcétera.

De la forma de leer los números, es posible derivar una forma de escribirlos en forma aditiva que se relaciona también con el conocimiento del sistema de numeración. Por ejemplo, si leemos “veinticuatro” para 24, es posible pensar en escribirlo como $20 + 4$.

La explicitación y el análisis sobre las regularidades de nuestro sistema de numeración, así como la composición y descomposición aditiva de cantidades, irán dando lugar a que los alumnos construyan la idea de valor posicional de un modo incipiente, y llevará varios años de la escolaridad lograr una comprensión más acabada de esta noción.

En este 1^{er} año/grado, se sugiere no introducir las nociones de unidad, decena y centena ya que considerar, por ejemplo, que en el número 35 hay 3 decenas y 5 unidades supone la descomposición $3 \times 10 + 5$ que implica la multiplicación (aún cuando esta escritura no se presente), tema que se comenzará a trabajar en 2^o año/grado.

Plantear situaciones para analizar regularidades

El trabajo de reconocimiento de las regularidades de la serie numérica puede realizarse por medio de un cuadro de números hasta el 100 organizados como indica la figura 1. Algunas regularidades de la serie escrita que podemos trabajar en 1^{er} año/grado son: que en la última cifra de esos números se da una secuencia siempre repetida de 0 a 9; que la anteúltima cifra se mantiene igual para diez números y también cambia de 0 a 9; y que si agrego 10 a un número y en el cuadro “voy al casillero de abajo” aumenta en uno la anteúltima cifra.

Para trabajar esto con los alumnos, es conveniente apoyarse en el conocimiento de la serie oral con el que cuentan los niños (la forma de decir los números es en ocasiones aditiva: para decir 43, se dice cuarenta y tres y no una expresión que nombre cada cifra en la posición que ocupa cuatro tres) y apuntar al descubrimiento de las regularidades de la serie oral (veinti, treinta, ...) y de sus relaciones con la serie escrita (20, 21, 22, 23, ... comienzan con 2, y 30, 31, 32, 33 comienzan con 3).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Figura 1

A partir del cuadro numérico, podremos plantear distintas preguntas que orienten la exploración y la reflexión de dichas regularidades, como por ejemplo: *¿qué características comunes tienen los números de una misma fila? o ¿y de una misma columna?, ¿en qué se diferencian los números de la primera con los de la tercera fila?, etcétera.*

Conviene que tengamos en cuenta que disponer de un recurso como el cuadro con varios tramos de la serie escrita facilitará el establecimiento de esas regularidades y que en parte de la segunda fila la relación entre la serie oral y la escrita es diferente. Cuando los chicos cuentan en voz alta: *... nueve, diez, dieciuno, diecidos...* están intentando “regularizar” los nombres de ese tramo de la serie.

Las regularidades pueden constituirse en un conocimiento en el que los alumnos se apoyen para resolver situaciones de comparación de números (32 es mayor que 23 porque en la serie primero están los “veinti” y después los “treinti”), y también para escribir los números como adiciones ($17 + 16 = 17 + 10 + 6$) y sustracciones ($25 - 12 = 25 - 10 - 2$). Esto aumenta las posibilidades futuras de los alumnos en relación con su dominio del cálculo.

Secuencia para identificar regularidades: “El castillo”

La secuencia del juego “El castillo”⁸ es una propuesta para trabajar sobre las regularidades, ya que permite que los chicos enuncien frases como: *en esta columna todos los números terminan en...; en esta fila todos comienzan con...; todas las filas terminan en 9; después de los casilleros terminados en 9 viene uno que termina en 0; si bajo un casillero es lo mismo que sumar 10; si subo un casillero es lo mismo que quitar 10*, etcétera.

El nombre de la secuencia se debe a que se puede presentar el cuadro de números hasta 100, como el registro de las 100 habitaciones que tiene un castillo.

Actividad 1

Se presenta el cuadro con algunos números tapados para que los niños averigüen cuáles son (figura 2). *Deben decir cuál es el número o escribirlo y explicar cómo se dieron cuenta.*

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13		15	16	17	18	19
20	21	22		24		26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45		47	48	49
50		52	53	54	55	56	57	58	
60	61	62	63		65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77		79
80	81		83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96		98	99
100									

Figura 2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									
20									
30									
40									
50									
60									
70									
80									
90									
100									

Figura 3

Por ejemplo, algunas verbalizaciones de los alumnos pueden ser: *es el 24 porque viene después del 23 y/o antes del 25; porque conté desde el principio; porque está en la fila del veinte y conté cuatro lugares; porque está en la fila de los veinte y en la columna de los que terminan en 4.*

⁸ Adaptación de Parra, C., *Los niños, los maestros y los números*, op. cit.

Confrontando las argumentaciones que dan los distintos chicos se podrán generar acuerdos acerca de la conveniencia de utilizar una u otra estrategia según el número en cuestión. Por ejemplo, comenzar a contar desde 0 puede resultar eficaz para averiguar los números pequeños que estén tapados, pero no así cuando se trata de números más grandes, como el 97.

Actividad 2

Se presentan tablas incompletas como la de la figura 3 y se les pide a los alumnos que *completen los casilleros marcados*. Se pretende que ellos utilicen como procedimiento el establecimiento de relaciones entre los números que encabezan las filas y las columnas. Por ejemplo, un alumno lo puede pensar así: *si el casillero está en la columna de los terminados en 2 y en la fila de los cincuentí... es el 52*. Otro lo puede pensar contando desde 50: *50, 51, 52*.

Actividad 3

Avanzados en el trabajo, se pueden presentar extractos de cuadros para completar como: *completá los casilleros marcados teniendo en cuenta un solo dato: el número indicado* (fig. 4) y *encontrá el/los números mal ubicados sabiendo que el remarcado es correcto* (fig. 5). Aquí, es necesario hacer hincapié en que se presenta sólo una parte de un cuadro y no un cuadro de 5 por 5, pues de lo contrario pueden suponer que el 25 está ubicado correctamente.

			18	

Figura 4

10		12	13	
20				24
25				
		45		

Figura 5

Los cuadros de números hasta 100 también pueden ser un recurso para el trabajo con las escalas ya que se puede pedir que: *coloreen los casilleros en los que se va a caer si se cuenta de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, comenzando a partir de distintos números*.

Las actividades que integran la secuencia apuntan a que los alumnos reconozcan los números por su escritura, localicen los números en una tabla organizada en filas de 10, usen los nombres de las decenas para leer números y tomen conciencia del valor de cada cifra en la escritura de un número.

Cabe destacar que es importante memorizar un intervalo para reflexionar sobre las regularidades, pero, al mismo tiempo, que conocer las regularidades contribuye a la memorización.

Plantear situaciones para escribir los números de distintas formas

El trabajo realizado en torno de la escritura de un mismo número con diferentes sumas y restas apunta a que los alumnos conciban los números relacionados entre sí a modo de una red. Así, el 12, por ejemplo, podrán ir asociándolo, entre otras sumas y restas, con $10 + 2$; $11 + 1$; $6 + 6$, $5 + 5 + 2$, y también con $13 - 1$; $20 - 8$. Esta red podrá ampliarse en otros años con expresiones multiplicativas que darán lugar al establecimiento de nuevas relaciones entre números, como las de múltiplo y divisor.

En 1^{er} año/grado, un recurso que apunta a que los alumnos produzcan escrituras aditivas de números y, entre ellas, la que expresa el valor posicional de sus cifras, es el trabajo con billetes y monedas. Este contexto tiene la ventaja de resultar familiar para muchos niños y permite comprobar los resultados obtenidos por medio del cálculo.

Para poder iniciar el trabajo con dinero, es condición que los alumnos diferencien la cantidad de billetes o monedas del valor que ellos representan, es decir, saber que tener diez billetes de diez no implica tener más dinero que tener uno de cien. Al proponer situaciones en las que los alumnos tengan que buscar distintas maneras de formar una misma cantidad de dinero, daremos lugar a una variedad de descomposiciones aditivas de un número dado.

Por ejemplo, ante una lista de precios de una juguetería como la siguiente, se pueden proponer diferentes preguntas.

El cartel de esta actividad u otros materiales que utilicemos para los problemas pueden tener o no dibujos de juguetes (u otros elementos); en caso de no tenerlos, podremos leer con los chicos el nombre de cada uno. De este modo, es posible articular el trabajo de contenido matemático con el Eje de “Lectura” de *Cuaderno para el aula: Lengua 1*.

Respondé las preguntas a partir de la lista de precios.



Muñeco superhéroe: \$ 25



Auto: \$ 18

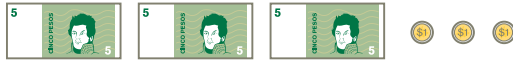


Pelota: \$ 12



Juego de mesa: \$ 37

1. Los chicos van a la juguetería a elegir un premio para la rifa que organizaron. Elegí uno y buscá diferentes formas de pagarlo con billetes y monedas.
2. ¿Qué cuesta más: el auto o el muñeco?
3. Después de pagar el auto con



y el muñeco con



Tomás dice que el auto cuesta más que el muñeco porque para comprarlo necesita más billetes. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

4. Completá lo que le falta a cada chica que vende rifas para llegar a \$ 20.

Ana    _____

Lucía    _____

Julia    _____

Para responder a la pregunta 1, si eligen el juego de mesa que cuesta \$ 37, podrían escribir:

$$\$ 37 = 30 + 7$$

$$\$ 37 = 20 + 10 + 5 + 2$$

$$\$ 37 = 10 + 10 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1$$

$$\$ 37 = 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$\$ 37 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1$$

$$\$ 37 = 20 + 10 + 5 + 1 + 1$$

Las preguntas 2 y 4 también requieren de la composición aditiva de cantidades, y la pregunta 3 apunta a la discusión de un argumento que, como hemos planteado, en este año puede dar origen a diferentes respuestas. Cuando se usan billetes de \$ 10 y monedas de \$ 1, las descomposiciones se pueden relacionar con la estructura del sistema de numeración.

Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos

Respecto de las operaciones de suma y resta con números naturales, es importante destacar que comprender una operación implica no solamente saber hacer una “cuenta”, sino también poder usar las cuentas para resolver situaciones diferentes. Ambos aspectos están ligados, pues la posibilidad de evaluar la razonabilidad del resultado obtenido al calcular está dada por la situación que esta resuelve, y en este sentido habrá que prestar particular atención a los enunciados de los problemas que se presentan.⁹

Considerando el conjunto variado de problemas aritméticos que una operación permite resolver, es importante señalar que una misma expresión numérica resuelve problemas aritméticos que resultan de diferente complejidad para los niños. Por ejemplo, no es lo mismo sumar $3 + 4$ para resolver *jugando a las figuritas primero perdí 3 y después perdí 4* que hacerlo para resolver *tenía 3 figuritas y me regalaron 4*. Decimos entonces que la suma tiene significados diferentes: en un caso se suma para componer dos transformaciones negativas (perdí y perdí), y en el otro se trata de agregar una cantidad a otra que ya tengo. La primera situación es más compleja pues, frente a la idea de perder asociada a la resta, hay que comprender que el total de una pérdida se puede averiguar sumando.

También es importante tener en cuenta que un mismo problema puede ser resuelto con diferentes operaciones, y aun con procedimientos en los que no se escriben números.

En 1^{er} año/grado, se abordan fundamentalmente las situaciones que apuntan a construir los primeros significados de la suma y la resta. Los alumnos pueden reconocer el uso de la suma en situaciones donde hay que agregar elementos a

⁹ En el apartado “Los contextos” de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” hemos planteado la importancia de que los enunciados incluyan preguntas que aludan a situaciones reales o verosímiles.

una colección que ya se tiene, juntar elementos de dos colecciones (reunir-unir) y avanzar posiciones en una serie; y el uso de la resta con significado de quitar elementos a una colección y retroceder posiciones en una serie.¹⁰

Conviene revisar los significados de los problemas que habitualmente hemos planteado para completarlos con otros donde las operaciones tengan un significado diferente, y discutir con los chicos distintos procedimientos de resolución.

Plantear situaciones para sumar y restar con distintos significados

Para abordar distintos significados de la suma y la resta, podremos proponer en distintos momentos del año problemas como los siguientes. Si bien estos se resuelven con los mismos cálculos: $5 + 4 =$ y $15 - 6 =$ respectivamente, en cada situación la operación asume un significado distinto, como se indica en cada uno.

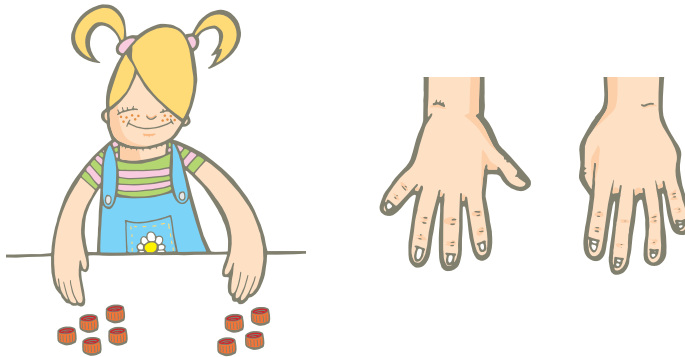
- **Agregar.** Tenía guardados 5 caramelos y cuando la abuela vino de visita me regaló otros 4. ¿Cuántos tengo ahora?
- **Juntar o reunir.** María invitó a sus amigos y compró 5 caramelos y 4 chupetines. ¿Cuántas golosinas compró?
- **Avanzar.** En el juego de La Oca, Juan tiene su ficha en el casillero 5. Si saca 4 en el dado, ¿a qué casillero deberá mover su ficha?
- **Quitar.** Cuando me reuní a jugar con mis amigos, tenía 15 figuritas y perdí 6. ¿Cuántas me quedaron?
- **Retroceder.** En el juego de la Oca mi ficha estaba en el casillero 15. Debo retroceder 6 casilleros. Indicá en que casillero colocaré mi ficha.

Luego de resolverlos, en otras clases, habrá que discutir sobre sus diferencias y semejanzas a partir de plantear preguntas como: *¿a qué se refieren los números que intervienen?*, o: *si se pueden juntar caramelos y chupetines, ¿también se pueden juntar caramelos y figuritas? ¿Por qué?*

Al resolver problemas como los planteados, los alumnos utilizan diferentes procedimientos de resolución. Analicemos algunos de los que pueden utilizar los alumnos ante el problema “Tenía guardados 5 caramelos y cuando la abuela vino de visita me regaló otros 4. ¿Cuántos tengo ahora?”.

¹⁰ En el apartado “Los significados”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, nos referimos a los diferentes significados que pueden asociarse a una misma noción.

Los alumnos pueden sustituir las colecciones por otros elementos (dedos y chapitas) y cuentan el total.



Pueden representar gráficamente o con símbolos las colecciones y utilizar también el conteo.



Otros pueden combinar una representación gráfica y una numérica y recurrir al sobreconteo.



En cambio, en los siguientes casos los alumnos optan por la representación numérica y emplean diferentes estrategias de cálculo.

$$5 + 4 = 9$$

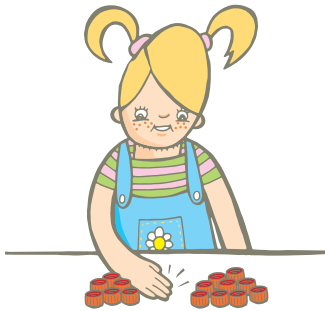
$$5 \times 4 = 9$$

$$4 + 4 + 1 = 9$$

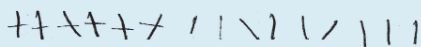
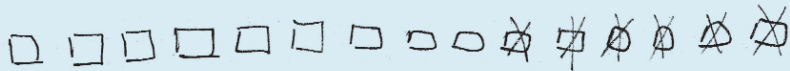
En el segundo caso recuperan un resultado ya conocido, y en el tercero se apoyan en un resultado memorizado, $4 + 4$, para averiguar uno desconocido.

En el caso del problema “Cuando me reuní a jugar con mis amigos, tenía 15 figuritas y perdí 6. ¿Cuántas me quedaron?”, algunos de los procedimientos que podrían utilizar los alumnos son:

Contar el total de elementos y separar físicamente el número menor.

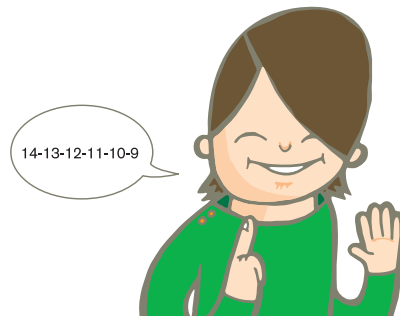


Representar gráficamente las colecciones y tachar tantos elementos como indica el número menor.



Representar el número a restar con los dedos y realizar un “conteo hacia atrás”.

Apoyarse en resultados de sumas conocidos hasta ir aproximándose al número buscado.



$$15 - 5 = 10 \quad 10 - 1 = 9$$

Utilizar un resultado ya memorizado ($15 - 5$) para averiguar uno desconocido, descomponiendo el número.

$$15 - 6 = 9$$

Recuperar un resultado ya conocido.

En este año es importante que los procedimientos que usan los alumnos para averiguar el resultado de una suma o una resta evolucionen desde el conteo al sobreconteo y luego a la posibilidad de efectuar cálculos.

Para que los niños avancen, es necesario que propongamos el análisis de los diferentes procedimientos que surjan en la clase, teniendo en cuenta que cada alumno resolverá según los conocimientos de que disponga en cada momento y usando, o no, “materiales concretos”.¹¹

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados, es recomendable animar a los chicos a argumentar y fundamentar lo realizado, lo que les permitirá volver sobre lo que han pensado, y analizar sus aciertos y sus errores. Esto posibilitará que esos aprendizajes sean reinvertidos en nuevas situaciones que así lo requieran.

Es necesario que tengamos en cuenta que no se trata de imponer un rápido pasaje al cálculo sino de permitir que los niños evolucionen progresivamente desde procedimientos más primitivos hacia otros de mayor elaboración.¹²

Para calcular de diferentes formas

Sabemos que en la escuela es necesario trabajar con el cálculo de modo que los alumnos puedan ir disponiendo, a lo largo de la escolaridad, de algunos instrumentos básicos: un repertorio memorizado de cálculos, unas formas de hacer los cálculos por escrito, y un uso inteligente de la calculadora. Para que esto alcance a todos los alumnos es que hoy se piensa en la enseñanza del cálculo con diferentes actividades.

¹¹ **Recomendación de lectura.** En *Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas*, de la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires, se puede encontrar un interesante análisis sobre el uso de material concreto en la enseñanza de la operaciones en 1º año/grado (en Internet).

¹² En el apartado “La gestión de la clase”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, se señala la necesidad de promover la diversidad de producciones y de analizarlas con todo el grupo.

Una idea importante es que los cálculos pueden hacerse con diferentes procedimientos y que el más rápido y económico depende de los números que intervienen en cada caso. Por ejemplo, para resolver $30 + 30$ basta hacerlo mentalmente y no es necesario “hacer la cuenta parada”.

En cuanto a los algoritmos conocidos debe decirse que tienen un nuevo lugar en la enseñanza: son formas de cálculo con las que culmina un trabajo previo de producción y análisis de distintos procedimientos originales elaborados por los mismos alumnos. Al pensar la enseñanza de este modo, el repertorio de cálculos memorizados que cada alumno tiene sigue ocupando un lugar importante ya que es un insumo para las tareas de producción y análisis de procedimientos.

El cálculo, entonces, además de ser estudiado como una herramienta útil para resolver situaciones problemáticas de distinto tipo, también debe ser abordado como un “objeto de estudio” en sí mismo. Ambos trabajos son fundamentales en 1^{er} año/grado y es importante que destinemos un tiempo considerable para su tratamiento.¹³

Por medio de diversas actividades, promoveremos que los alumnos avancen en sus estrategias de cálculo, que construyan un repertorio memorizado de resultados de sumas y restas, que utilicen esos cálculos para resolver otros, y que establezcan relaciones entre los números que intervienen. Las formas de cálculo se irán complejizando en la medida en que se modifiquen los números involucrados.

Cuando se quiere avanzar en el trabajo con cálculo de números más grandes, sin plantear el trabajo previo que se propone, se conduce a los chicos hacia el dominio de una técnica, lo que hace aún más complejo el aprendizaje.¹⁴

Plantear juegos para memorizar cálculos

En 1^{er} año/grado, habrá que asegurarse de que los niños trabajen de manera sostenida sobre algunos resultados particularmente útiles para resolver cálculos más complejos. En este sentido se priorizan:

- las sumas de sumandos iguales de una cifra ($1 + 1$, hasta $9 + 9$)
- las sumas de decenas enteras ($10 + 10$, hasta $90 + 90$),
- las sumas que dan 10 ($1 + 9$; etc.)
- las sumas de decenas enteras que dan 100 ($20 + 80$).

¹³ Como se plantea en el apartado “Elegir los problemas” de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, el análisis de cálculos es un tipo de problema de contexto matemático.

¹⁴ **Recomendación de lectura.** Para ampliar la propuesta sobre cálculo mental se puede leer el artículo de Cecilia Parra, “El cálculo mental”, en: Parra y Saiz, 1994.

Ya hemos planteado que cuando decimos que los niños aprenden jugando no estamos pensando en la mera acción lúdica sino en el juego como una actividad de aprendizaje que es parte de una secuencia. En este sentido, no es sólo un entretenimiento sino un recurso útil para que el alumno aprenda determinados contenidos. Jugar no es suficiente para aprender; es la intención didáctica del docente la que convertirá el juego en un recurso de enseñanza. Es por eso que cada uno de los juegos debería formar parte de una secuencia como la siguiente.

Secuencia para memorizar cálculos: “La cajita de los diez”

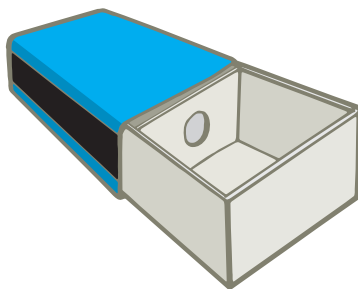
La cajita de los diez¹⁵ es una propuesta interesante para encontrar los distintos procedimientos que llevan a determinar los complementos a 10 y, posteriormente, memorizarlos.

Actividad 1

La clase se organiza en grupos de cuatro niños. A cada equipo se le entrega una cajita de fósforos grande con una ranura en el cartón que divide la parte de adentro y 10 bolitas en su interior.

Por turno, cada chico mueve la caja cerrada para provocar el pasaje de bolitas de un lado a otro de la caja y, luego de apoyarla sobre la mesa, la abre hasta la mitad. Cuenta las bolitas que quedaron a la vista y anticipa cuántas hay en la mitad tapada. El resto del equipo expresa si está o no de acuerdo y luego se abre la caja para verificarlo. En caso de ser correcta la anticipación, el jugador gana un punto. Luego, el alumno debe realizar el registro del cálculo y pasa el turno al siguiente compañero. Después de cuatro vueltas, gana el alumno que anotó más puntos.

A continuación, el docente solicita a los chicos que le dicten los distintos cálculos que fueron registrando y se colocan en un afiche, a la vista de todos.



¹⁵ Adaptación de la secuencia elaborada por Irma Saiz y Celia Lodoli, 1993, mimeo.

Cuando se analizan las producciones de los alumnos, es importante reconocer los conocimientos matemáticos que ellos usan en forma implícita para, sobre esa base, intervenir adecuadamente.

Actividad 2

Se propone a los alumnos que escriban los cálculos del afiche en dos columnas: una con los cálculos que les resultaron fáciles (suelen decir: $5 + 5$; $9 + 1$, etc.), y otra con los que les resultaron difíciles (partir del 3 para anticipar el 7, del 2 para el 8).

Luego se les pide que piensen cómo hacer más fáciles los cálculos difíciles. Los niños podrán decir: *para encontrar el 7 a partir del 3, conviene contar para atrás desde el 10; 9, 8, 7*, o bien *para encontrar el 4 a partir del 6, digo 6 y cuento 7, 8, 9 y 10, dije 4 números*.

Por otra parte, al observar el registro de los diferentes cálculos podrán darse cuenta de que aparecen cálculos que tienen los mismos sumandos en distinto orden. Ellos harán uso de la propiedad sin necesidad de nombrarla. Si, en este caso, se pregunta: *¿qué tienen de diferente esos cálculos?*

¿Conocen otros donde pase lo mismo?, los niños descubren una regla que denominamos propiedad conmutativa de la suma. Una pregunta que puede plantearse para que usen esta regla práctica que descubrieron es: *¿cómo conviene ordenar los números de una suma cuando uno es más grande que otro?* Así, podrán arribar a la conclusión de que: *conviene colocar el número más grande primero*.

Actividad 3

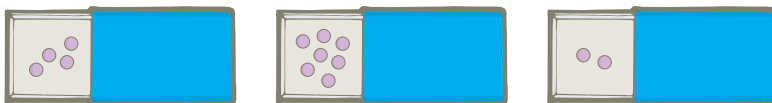
En otra clase, pueden jugar nuevamente con la cajita de los 10 para utilizar alguno de los procedimientos analizados en la clase anterior, y avanzar así en la memorización de los complementos a 10.

Actividad 4

Una actividad que da lugar a la reutilización de los cálculos es la resolución de problemas en los que se simulan situaciones del juego, y otros en los que los cálculos están descontextualizados, como en la última de estas actividades.

Por ejemplo:

1. ¿Cuántas bolitas hay en la mitad tapada de estas cajas?



2. Maite dice que en la mitad tapada hay 8 bolitas. ¿Cuántas habrá en la parte que ella miró?

3. Rodrigo ve 4 bolitas y dice que en la mitad tapada hay 7, ¿será cierto?

4. Completá las sumas siguientes.

$$2 + \dots = 10$$

$$4 + \dots = 10$$

$$\dots + 7 = 10$$

Otros juegos para memorizar cálculos son los siguientes.¹⁶

“El mayor con dados”: sumar con sumandos hasta 6.

Materiales: dos dados comunes por pareja.

Organización de la clase: se puede empezar con grupos de dos chicos para luego jugarlo en grupos de a cuatro.

Desarrollo: cada alumno tira dos dados y gana el que obtiene el puntaje mayor a partir de la suma de los dos resultados. En este caso, se apunta a la construcción de un repertorio aditivo con sumandos hasta 6 (Ejemplos: $4 + 2$; $3 + 3$; $6 + 1$). Los alumnos realizarán un registro de todos los cálculos que vayan saliendo para decidir el ganador después de cinco jugadas. Los registros podrán ser utilizados luego del juego para reflexionar acerca de cuáles son los cálculos que resultaron más fáciles o difíciles.

“Suma 100”: sumar decenas enteras que dan 100.

Materiales: un mazo de 18 cartas con las decenas enteras: dos con el 10, dos con el 20 y así hasta 90.

Organización de la clase: en grupos de a dos alumnos.

Desarrollo: se colocan en el centro de la mesa cuatro cartas boca arriba y el resto del mazo boca abajo. Cada jugador en su turno saca del mazo una

¹⁶ **Recomendación de lectura.** Para ampliar el repertorio de juegos, se recomienda la consulta del material para alumnos y docentes de *El juego como recurso para aprender*, de Graciela Chemello, Mónica Agrasar y Silvia Chara, 2001.

carta e intenta sumar 100 entre esa carta y una de las de la mesa. Si lo logra, se lleva las dos cartas. En caso contrario, deja su carta boca arriba sobre la mesa. En este juego también se puede efectuar el registro de los cálculos y luego plantear preguntas para que los chicos establezcan relaciones entre aquellos. Por ejemplo: $40 + 60$ es lo mismo que $60 + 40$.

“Inventar cálculos”: escribir cuentas que dan entre 1 y 20.

Materiales: 20 tarjetas con los números del 1 al 20, papel y lápiz.

Organización de la clase: en grupos de a cuatro chicos.

Desarrollo: en cada vuelta, un jugador saca una tarjeta del mazo colocado boca abajo. Durante dos minutos, a su turno, cada uno escribe la mayor cantidad de cálculos diferentes que den como resultado el número de la tarjeta que le tocó. Se anotan 10 puntos por cada cálculo original y 5 puntos por los repetidos.

Estos juegos son fácilmente adaptables a distintos conocimientos de partida de los alumnos pues solo habrá que cambiar los números que aparecen en las tarjetas o dados que se usen. Por lo tanto, su implementación en el plurigrado resulta pertinente.

Plantear situaciones para sumar y restar con otros números

A medida que los alumnos vayan memorizando cierto repertorio aditivo, es importante avanzar en la propuesta de nuevos cálculos con dígitos y también con números más grandes. Los alumnos trabajarán, en estos casos, apoyándose en los cálculos conocidos para resolver los nuevos.

Por ejemplo, para resolver $6 + 5$, los alumnos que conozcan las sumas de dobles podrán pensarlo como el doble de 5 más uno $5 + 5 + 1$, o bien pensarlo como el doble de 6 menos 1, apoyándose en: $6 + 6 - 1$. También, en la medida en que hayamos trabajado con las sumas que dan 10, estas serán consideradas por los niños como un apoyo “cómodo” para utilizarlo en otros cálculos. Por ejemplo, para resolver $9 + 4$, algunos alumnos podrán pensarlo descomponiendo el 4 de la siguiente manera: $9 + 1 + 3 = 10 + 3 = 13$.

Un primer juego que se puede plantear para encarar este tipo de cálculos y avanzar hacia la construcción de otros nuevos a partir de los conocidos es el siguiente.

“El mayor doble con cartas”: sumar con sumandos hasta 9.

Materiales: un mazo de cartas españolas sin las figuras por cada grupo.

Organización de la clase: en grupos de cuatro chicos.

Desarrollo: se reparten las cartas y cada jugador da vuelta dos por turno. Se lleva las cartas el que logra la suma mayor.

A continuación, se les puede proponer nuevamente que escriban los cálculos que hicieron para jugar en dos columnas: la de los fáciles y la de los difíciles. Al pedirles que expliquen por qué los ponen en una u otra columna, la actividad dará lugar a identificar los cálculos que cada grupo tiene memorizados y las estrategias que usan para “resolverlos sin escribir” aquellos que ya lo pueden hacer, de modo de socializarlas.

Luego, podemos proponer actividades como la siguiente para que los alumnos las resuelvan de manera individual en sus cuadernos y hacer, posteriormente, una puesta en común, centrándonos en cómo lo pensaron. Por ejemplo:

Resolvé los siguientes cálculos usando los del cartel.

$4 + 5 =$

$3 + 3 = 6$

$6 + 5 =$

$6 + 6 = 12$

$4 + 3 =$

$4 + 6 = 10$

$5 + 7 =$

$5 + 5 = 10$

$10 - 6 =$

Otra posibilidad es proponer actividades para armar o desarmar números utilizando las decenas enteras, lo que puede resultarles familiar a los niños si hemos trabajado con situaciones de composiciones aditivas con billetes. Por ejemplo:

Armá los números:

$20 + 5 =$

$30 + 8 =$

$90 + 7 =$

Desarmá los números:

$39 = 30 + \dots$

$25 = 20 + \dots$

$78 = \dots + \dots$

También podremos presentar problemas aritméticos donde los chicos puedan hacer cálculos con números más grandes de modo que deban recurrir a diferentes procedimientos. Los problemas podrían ser como el siguiente.

Averiguá el gasto del comedor de la escuela si se pagaron \$ 48 por la leche y \$ 21 por el pan.

Algunos de los procedimientos posibles se apoyan en descomposiciones aditivas de uno o de los dos números. El tercer procedimiento se apoya en el cuadro numérico, lo que puede suceder cuando trabajaron antes con ese cuadro reflexionaron sobre *qué cálculo hago para pasar de un casillero al siguiente en la misma fila o en la misma columna*.

$$48 + 21 = 48 + 20 + 1$$

$$68 + 1$$

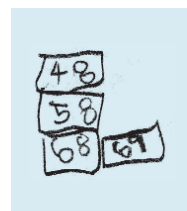
$$69$$

$$48 + 21 = 40 + 8 + 20 + 1$$

$$60$$

$$68$$

$$69$$



Si hemos planteado problemas como los anteriores y, por lo tanto, han aparecido diferentes formas de hacer los cálculos, las conocidas en la escuela como "cuentas con dificultad" no serán más difíciles para los alumnos pues podrán resolverlas con los mismos procedimientos que ya utilizan para la suma y la resta.

$$54 + 28$$

$$50 + 4 + 20 + 8$$

$$70 + 12$$

$$70 + 20 + 2$$

$$80 + 2 = 82$$

$$54 + 28$$

$$54 + 20 + 8$$

$$74 + 6 + 2$$

$$80 + 2 = 82$$

$$38 - 24$$

$$38 - 20 - 4$$

$$18 - 4 = 14$$

$$72 - 43$$

$$72 - 40 - 3$$

$$32 - 3 = 29$$

En los ejemplos, se advierte que los alumnos han utilizado “árboles”, que son representaciones no matemáticas.¹⁷ Estas deberían ser analizadas en el grupo y socializadas si resultara conveniente. Pero habrá que tener en cuenta que su uso no necesariamente debe ser adoptado por todos los alumnos de la clase, pues forzar estas descomposiciones podría llevar a error. Por ejemplo, en el caso de la resta, y para $72 - 43$, los alumnos podrían descomponer en $70 + 2 - 40 + 3$, y luego resolver sumando 3 en lugar de restarlo.

En este año/grado, es necesario que incluyamos también, propuestas de estimación de resultados, pues los niños necesitan ir adquiriendo estrategias que les permitan controlar el resultado de los cálculos. Por ejemplo, se puede proponer el siguiente problema.

Pensá, antes de hacer el cálculo, si el resultado de $28 + 42$ será mayor o menor que 50. Explicá cómo lo pensaste.

Frente a este problema, es esperable que los niños digan: *es mayor porque el resultado de $20 + 40$ se pasa del 50*. Luego podrán hacer la cuenta y verificar si su estimación fue acertada.

Pedir a los niños que expliquen el porqué de sus respuestas da lugar a explicitar los conocimientos que usaron para resolver. Esta explicitación es la que hará posible que se nombren los conocimientos utilizados para que todos los reconozcan y el docente pueda luego sistematizarlos.

Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas

Hemos planteado que, al conocer los números, los alumnos deberían ir estableciendo entre ellos una red de relaciones que les permita utilizar diferentes escrituras de aquellos. Una parte importante de este trabajo consiste en establecer relaciones entre los cálculos. En 1^{er} año/grado, es posible pensar cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta otro. Por ejemplo, en sumas del tipo:

$$\dots + 1 = \dots \quad \dots + 10 = \dots \quad \dots + 20 = \dots$$

¹⁷ Tal como se ha planteado en el apartado “Las representaciones”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, cuando el alumno produce una solución utiliza representaciones personales que pueden o no coincidir con las convencionales.

y restas del tipo:

$$\dots - 1 = \dots \quad \dots - 10 = \dots \quad \dots - 20 = \dots$$

En estos casos, los alumnos podrán arribar a conclusiones tales como: “si sumo 1, obtengo el siguiente, y si le resto 1, el anterior”, “si sumo 10, aumenta 1 la cifra de los dieces”, etc. Será importante que los chicos registren en sus cuadernos las conclusiones a las que arribaron para que puedan volver a ellas en caso de que una nueva situación así lo requiera.¹⁸

Para que los alumnos reflexionen sobre estas relaciones, es recomendable plantear listas convenientes de cálculos como las de estas producciones.

CUENTITAS CON TRAMPITA...

$20 + 1 = 21$	$9 + 1 = 10$
$23 + 1 = 24$	$18 + 1 = 19$
$12 + 1 = 13$	$33 + 1 = 34$
$30 + 1 = 31$	$14 + 1 = 15$

¿QUÉ TRAMPITA APRENDIMOS?
 CUANDO AUN NUMERO LE
 SUMAS 1 SIEMPRE
 TE DA EL NUMERO
 QUE LE SIGUE

MÁS CUENTAS TRAMPOSAS

$12 - 1 = 11$	$25 - 1 = 24$
$29 - 1 = 28$	$22 - 1 = 21$
$16 - 1 = 15$	$14 - 1 = 13$
$10 - 1 = 9$	$18 - 1 = 17$

¿POR QUÉ SON FÁCILES ESTAS CUENTAS?
 SI AUN NUMERO LE SACAS
 1 SIEMPRE TE DA A
 DAR EL ANTERIOR

¹⁸ En el apartado “La gestión de la clase”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, se consideran los distintos usos del cuaderno en la clase de Matemática.

También se puede plantear este tipo de trabajo a partir de una tabla de sumas como la que sigue y pedirles que la completen ajustándose a consignas como estas:

1. Completá la columna de los + 1. Compará los números de esa columna con los de la columna anterior. ¿Qué característica tienen estos números? Indicá en qué fila se repetirán los números de la segunda columna.
2. Completá la fila de los + 10. Compará los números que completaste con los de la primera columna. ¿Qué característica tienen estos números? Indicá en qué fila se repetirán estos números.
3. ¿Cuál es el mayor número que podrías completar en esta tabla? ¿Dónde lo ubicarías? ¿Y el menor?
4. Completá los casilleros remarcados. ¿Cómo son los sumandos?
5. ¿Cuáles son los cálculos que dan 9 en esta tabla? ¿Y 13? ¿Hay otras maneras de obtener 13 que aquí no estén incluidas? (Respuestas posibles: $11 + 2$ y $12 + 1$).

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	<input type="text"/>									
2		<input type="text"/>								
3			<input type="text"/>							
4				<input type="text"/>						
5					<input type="text"/>					
6						<input type="text"/>				
7							<input type="text"/>			
8								<input type="text"/>		
9									<input type="text"/>	
10										<input type="text"/>

Para trabajar con la información

Algunos de los problemas aritméticos que se presenten deberán realizarse con el propósito de favorecer los procesos ligados al tratamiento de la información involucrados en la resolución de problemas o en la transformación de la información para su comunicación, tales como analizar la información dada, los datos, relacionarla con la información que se busca, las incógnitas, planificar una estrategia de resolución y analizar la razonabilidad de los resultados.

Al presentar más datos de los necesarios para responder a una pregunta, o una variedad de datos para que los alumnos elaboren diferentes preguntas, e incluso una pregunta para que seleccionen los datos para responderla, se les proponen tareas diferentes pero, en todos los casos, ellos deberán establecer relaciones entre datos e incógnitas.

Este tipo de trabajo apunta a ampliar las posibilidades de los niños para la interpretación de los problemas, más allá de solo pensar en buscar una palabra en el enunciado que indique qué operación hacer con todos los datos presentes.¹⁹

Plantear problemas a partir de diferentes datos

En este año/grado, se inicia el trabajo del tratamiento de la información. Un aspecto de este tratamiento está vinculado con la recolección y organización de datos, para lo cual podremos utilizar situaciones que se viven a diario en el aula como, por ejemplo, el registro de la cantidad de alumnos presentes y ausentes. Para poder responder a preguntas del tipo: *¿quién faltó más veces a lo largo de un mes?; ¿quién menos veces?*, será necesario acordar con los niños la manera más clara de organizar y registrar la información de la asistencia diaria de modo que pueda ser entendida por todos y que permita, a la vez, encontrar los datos que se precisan para responder las preguntas planteadas. Se podrá utilizar el pizarrón o un afiche para que la información sea accesible a todos los alumnos.

Otro aspecto está relacionado con la lectura e interpretación de la información contenida en diferentes portadores numéricos utilizados. Para esto, podemos usar recursos tales como una lista de precios de comidas de una rotisería o restaurante, una factura sencilla, boletos, envases, etc., para que los alumnos “lean” la información matemática, es decir, para que interpreten qué significan los números que aparecen y seleccionen los datos que les permitan resolver distintas preguntas que se planteen.²⁰

¹⁹ Explicitamos la importancia de generar condiciones para que los alumnos se enfrenten con distintos tipos de problemas en el apartado “Las relaciones entre datos e incógnitas”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

²⁰ **Recomendación de lectura.** Otras actividades para trabajar con la información se encuentran en *Propuestas para el aula*, material elaborado por el Equipo de Gestión curricular del Ministerio de Educación (2000).

- Con envases de alimentos

Se puede analizar los diferentes números que aparecen con información diversa y las distintas formas de escribirlos: identificar el número de código, la fecha de elaboración y de vencimiento, la capacidad o el peso (medida), la cantidad de elementos que contiene (por ejemplo, en los paquetes de pastillas), el valor, etcétera.

- Con pasajes de transportes de corta y larga distancia

En los pasajes se pueden identificar distintos datos. Según el tipo de boleto, podrán responder preguntas tales como: ¿cuánto costó? ¿Qué día se usó? ¿Dónde se sentó? ¿En qué horario viajó? ¿Qué colectivo tomó?

Otra opción es presentar láminas que incluyan diversas informaciones numéricas o no, como, por ejemplo, las que pueden hallarse en una plaza, una esquina de alguna ciudad, un circo, un negocio.



Podremos, entonces, pedirles a los alumnos que formulen preguntas a partir de la imagen. Aquellas podrán anotarse en el pizarrón para luego clasificarlas según sean preguntas que se pueden contestar con solo mirar la lámina (como la pregunta 1), que se contestan a partir de contar elementos (como la 2) o que se contestan haciendo un cálculo (como la 3), o preguntas que no se pueden contestar (como la 4).

1. ¿Cuál es el precio de la entrada de un niño? (respuesta numérica) ¿Hay cola para sacar la entrada? (respuesta no numérica)
2. ¿Cuántas personas hay en la ilustración? ¿Cuántos chicos hay en la cola?
3. ¿Cuánto cuestan 3 entradas para chicos?
4. ¿Cuántas entradas se vendieron?

Para este tipo de trabajo, es conveniente, además, terminar la clase con la puesta en común de las producciones individuales.

nap

El reconocimiento y uso de relaciones espaciales en espacios explorables o que puedan ser explorados efectivamente en la resolución de situaciones problemáticas.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características en situaciones problemáticas.

La diferenciación de distintas magnitudes y la elaboración de estrategias de medición con distintas unidades en situaciones problemáticas.