NÚMERO
Y OPERACIONES

EJE

Número y Operaciones

Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos se introduzcan en el aula asociados a los distintos problemas que permiten resolver, para luego identificarlos y sistematizarlos.

- Usar números naturales de una, dos, tres, cuatro y más cifras a través de su designación oral y representación escrita al comparar cantidades y números.
- Identificar regularidades en la serie numérica y analizar el valor posicional en contextos significativos al leer, escribir, comparar números de una, dos, tres, cuatro y más cifras, y al operar con ellos.
- Usar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con distintos significados.
- Realizar cálculos de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones adecuando el tipo de cálculo a la situación y a los números involucrados, y articulando los procedimientos personales con los algoritmos usuales para el caso de la multiplicación por una cifra.
- Usar progresivamente resultados de cálculos memorizados (incluyendo los productos básicos) y las propiedades de la adición y la multiplicación para resolver otros.
- Explorar relaciones numéricas* y reglas de cálculo de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, y argumentar sobre su validez.
- Elaborar preguntas o enunciados de problemas y registrar y organizar datos en tablas y gráficos sencillos a partir de distintas informaciones.

* Las relaciones numéricas que se exploren estarán vinculadas con los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y/o las operaciones.

Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje “Número y Operaciones” a partir de algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, presentamos posibles secuencias de actividades que apuntan al aprendizaje de un contenido y muestran el tipo de trabajo matemático propuesto desde el enfoque explicitado al inicio del *Cuaderno*, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”.

Para conocer el sistema de numeración

Para que los alumnos comprendan la representación de cantidades en el sistema de numeración decimal, en la escuela ha sido habitual presentar las nociones de unidad, decena y centena, en relación con la idea de agrupamiento: para obtener una decena, se agrupan las unidades de a 10; luego, las decenas se reúnen en grupos de 10 para obtener una centena, y así sucesivamente. Este modo de presentación, realizado durante los primeros años de la escolaridad, exige que los alumnos, además de comprender que en cada posición el valor de la cifra es diferente, entiendan que 10 veces 10 es 100, y 10 veces 100 es 1000, lo que conlleva la idea de multiplicación.

Otra manera de abordar la enseñanza de las características del sistema de numeración –que se desarrolló en los *Cuadernos para el aula: Matemática 1* y *2*– propone enfrentar a los alumnos con diversos problemas que les permitan explorar distintos tramos de la serie numérica, encontrando regularidades y estableciendo relaciones entre los números. Para establecer estas regularidades, es decir, las características que se repiten en un determinado tramo, los chicos tendrán que considerar el valor posicional de las cifras.

Este tipo de abordaje, en los primeros años de la escolaridad, considera las ideas y el modo de pensar las escrituras numéricas de los niños como anclaje para el aprendizaje. Por ejemplo, para interpretar, escribir o descomponer los números, los chicos se apoyan, por un lado, en los conocimientos numéricos ya alcanzados, pero también extraen información del modo como se nombran los números. Por ejemplo, *trescientos cuarenta y ocho* puede asociarse palabra por palabra a la escritura 300, 40 y 8, y por lo tanto, a la descomposición aditiva 300 + 40 + 8.

Entre 2º y 3er años/grados, cuando los alumnos comienzan a trabajar con las multiplicaciones, también podrán reconocer que *trescientos* es lo mismo que 3 veces 100 o que *cuatro mil* es 4 veces 1000.

Así, al estudiar las regularidades, consiguen arribar a conclusiones tales como: *cuatrocientos se combina con uno, dos, tres, … hasta nueve y allí comienzan los números del cuatrocientos diez, cuatrocientos once, cuatrocientos doce…;* o también: *cuatrocientos se puede combinar con diez, veinte… hasta noventa y ahí empiezan los del quinientos;* o bien: *cuando agregamos 100 a un número, cambia la cifra de la centena* y *cuando agregamos 1000 a un número, cambia la cifra de la unidad de mil.*

Para que los niños puedan descubrir regularidades, es necesario que les presentemos situaciones que involucren intervalos de la serie numérica suficientemente amplios, de modo que sea evidente cómo cambia la escritura al ir agregando 1, 10 o 100, etc. Cuando se avanza en la enseñanza según el orden “clásico”, podría pensarse que algunos problemas como: *¿qué año será el que viene si ahora estamos en el 2006?* no pueden ser resueltos por los chicos si solo se ha trabajado con la numeración hasta 1000; sin embargo, ellos pueden arribar a una respuesta que dará cuenta de sus hipótesis acerca de las reglas que organizan el sistema de numeración.

En 2º y 3er años/grados, los alumnos trabajan el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números. Por ejemplo, pasar de pensar el 3472 como 3000 + 400 + 70 + 2, a hacerlo también como 3 x 1000 + 4 x 100 + 7 x 10 + 2.

Así, la resolución de situaciones que requieran que los alumnos comparen u ordenen cantidades y números, expliciten y analicen las regularidades de nuestro sistema de numeración, y compongan o descompongan aditiva y multiplicativamente los números, irá dando lugar poco a poco a que, además de la idea de valor posicional, puedan construir la noción de las sucesivas agrupaciones “de a 10”. Este proceso suele demandar varios años de la escolaridad hasta que los niños logren una comprensión más acabada de las reglas del sistema.

En este año/grado, se cierra una etapa. Así, las competencias numéricas desarrolladas en años anteriores ahora se profundizan y extienden a números de mayor cantidad de cifras. Los números que se incluyen en las actividades que se presentan podrán referirse, al igual que en los años anteriores, a cantidades o posiciones y también podrán ser estudiados por sí mismos. En 3º también se podrán referir a medidas con distintas unidades, como ocurre al expresar la duración de un tiempo de un partido de fútbol en horas o minutos: $\frac{3}{4}$ de hora, 45 minutos.[1]

Plantear situaciones para comparar y ordenar cantidades y números

En particular, en relación con la posibilidad de comparar números u ordenarlos se tratará que los alumnos generalicen la conclusión de que el mayor es el que tiene más cifras y, si se trata de números con la misma cantidad de cifras, el más grande es el que tiene la cifra de mayor valor absoluto en el lugar que corresponde al mayor orden.

Para trabajar la comparación entre números[2] y la distancia de un número dado a otro, sugerimos el planteo de situaciones en las que, por ejemplo, a partir de 4 dígitos distintos, se deba formar el número mayor, el menor, o bien un número que esté entre dos números dados, como ocurre en el siguiente juego.[3]

> **"Lo más cerca posible" :** calcular la distancia entre dos números
> **Materiales:** por grupo, cartas o cartones con los 10 dígitos.
> **Organización de la clase:** se divide en grupos de a 3 o 4 alumnos.
> **Desarrollo:** el objetivo es formar un número que esté lo más próximo posible a un número dado. Para ello, el docente escribe un número de 3 cifras en el pizarrón y reparte a cada grupo 3 cartas (o cartones) con dígitos. Una posible consigna puede ser: *con los tres números que reciben, tienen que armar el número que les parece que está más cerca del que escribí en el pizarrón. Cuando cada grupo haya armado el suyo, los escribirán en el pizarrón y entre todos averiguaremos qué grupo ganó. El grupo que gana se anota un punto. Luego de varias rondas, gana el equipo que obtuvo más puntos.*

---

[1] El número como medida se desarrollará en el apartado "Para diferenciar magnitudes y medir" dentro del Eje "Geometría y Medida" de este *Cuaderno.*

[2] **Recomendación de lectura:** se sugiere la consulta de las situaciones que permiten comparar números desarrolladas en *Cuaderno para el aula: Matemática 2.*

[3] En el apartado "Los contextos", se explicita el valor que tienen los juegos y su adecuada gestión didáctica como actividad para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que se explicita en "Enseñar matemática en el Primer Ciclo".

Veamos un caso: supongamos que el número al que deben aproximarse es el 400, y los distintos grupos forman con sus cartas los números 501, 414, 478, 250 y 387. Lo primero que debe someterse a discusión es si, efectivamente, cada grupo armó el número más cercano posible de acuerdo con las cartas que recibió. Por ejemplo, quienes formaron el 250 porque recibieron los cartones 0, 5 y 2 deberían haber armado el 520, debido a que está más cerca de 400, como pedía la consigna.

Luego, para saber quién es el ganador, hay que decidir cuál de los números es el más cercano, es decir, habrá que compararlos entre sí. En este momento, trataremos de promover el análisis de los procedimientos utilizados por los chicos. En algunos casos habrán realizado una comparación según la regla de mirar primero la cifra de mayor valor y así siguiendo. Por ejemplo, esto funciona para 501 y 478 que son ambos mayores que 400: el más cercano es el 478 porque 501 es mayor que 478. Ganó el 478. En cambio, este procedimiento no sirve para comparar el 387 y el 414, dado que uno es mayor y otro menor que 400. En este caso, debe calcularse entonces la distancia de cada uno de ellos con el 400. Para hacerlo, en este año/grado, es probable que algunos chicos utilicen la suma, en forma exacta o aproximada. Por ejemplo: como 387 + 3 = 390, y 390 + 10 = 400, la distancia entre 387 y 400 es 13. En el caso de que ningún alumno utilice la resta, el docente podrá mostrarlo como otro procedimiento posible de resolución.

Con el fin de que los chicos pongan en juego algunos de los procedimientos utilizados por sus compañeros, podemos repetir la misma actividad en otras instancias. Al hacerlo, también se puede cambiar la organización de la clase para que jueguen en forma más autónoma. Por ejemplo, los alumnos se agrupan de a 4. En cada ronda, de forma rotativa, un chico será el encargado de escribir el número de 3 cifras y repartir las 3 cartas a los integrantes de su grupo. Luego de que sus compañeros armen los números, tendrá que anotar los puntajes correspondientes a cada jugador, pudiendo asignar 100 puntos al más cercano y 50 al que le sigue.

Otro juego para comparar números como el que planteamos a continuación permite, en su primera versión, diagnosticar los conocimientos disponibles de los alumnos y, en la segunda, abordar el trabajo con números de más cifras propio de 3º.

"Dados mágicos" :[4] componer y comparar números
Materiales: 3 dados y una tabla para registrar los valores obtenidos por cada alumno.
Organización de la clase: se divide en grupos de 4 participantes.
Desarrollo: se les explica a los chicos que uno de los dados será "supermágico": en él, cada punto valdrá 100 puntos. Otro será "mágico": cada punto valdrá 10 puntos. El tercer dado será "común", y cada punto valdrá 1.
En su turno, cada jugador lanza los 3 dados; cuando ve qué números salieron, decide cuál dado será "supermágico", cuál "mágico" y cuál "común". A continuación, escribirá el puntaje obtenido en una tabla como la que se presenta más abajo. Luego, le toca el turno al jugador siguiente, quien tira los dados, y así sucesivamente.
Al término de cada vuelta, gana el jugador que haya obtenido el mayor puntaje.

Sugerimos que todos los jugadores que participen de la actividad lleven el control del juego anotando y calculando los puntajes obtenidos –por él y por sus compañeros– en una tabla de resultados. En la siguiente tabla, se registra el puntaje obtenido con cada dado de acuerdo con si es "supermágico", "mágico" o "común". El docente podría ejemplificar en el pizarrón cómo anotar.

Jugador	Dado supermágico	Dado mágico	Dado común	Total	Espacio para usar si necesitan hacer cálculos
Ana	400	40	3		
Nico	600	40	3		
Martín	600	50	5		

Para calcular los puntajes obtenidos en cada tirada, los alumnos suelen utilizar diferentes estrategias: contar, calcular o asociar directamente el puntaje total. Por ejemplo, Ana podría contar los puntajes de un dado: 100, 200, 300, 400; luego 10, 20, 30, 40 para el otro dado, y 3 para el último; aunque también podría hacer la suma convencional: 400 + 40 + 3 o apoyarse en la multiplicación 4 x 100 + 4 x 10 + 3.

[4] Adaptación de una secuencia extraída de Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires (2004), "Material para el docente, Proyecto conformación de grados de aceleración", Buenos Aires, Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires.

Es esperable que después de jugar varias veces, algunos alumnos ya no necesiten escribir cálculos en la última columna y puedan concluir que esas cuentas no son necesarias porque *el puntaje te lo dicen las palabras.* Efectivamente, si se leen los números obtenidos en cada dado siguiendo el orden de los cienes, dieces y sueltos, por ejemplo "cuatrocientos", "cuarenta" y "tres", es posible averiguar el total, que es "cuatrocientos cuarenta y tres". Esta conclusión pueda ser utilizada por los niños con posterioridad, también fuera del contexto del juego.

Para mantener el interés de los chicos en cada actividad, es conveniente producir algunas modificaciones en las consignas. Con estos pequeños cambios, los alumnos podrán avanzar en los contenidos numéricos o bien utilizar nuevos procedimientos, siempre a partir del objetivo propuesto.

Para avanzar se puede jugar una segunda versión agregando un dado en el que cada uno de sus puntos valga 1000 y se llame "extramágico". El maestro evaluará, en función de los conocimientos numéricos de los chicos, si es posible comenzar a jugar directamente con cuatro dados.

Para utilizar nuevos procedimientos, se puede cambiar a la siguiente consigna: *el alumno que forma el menor número posible gana.* En este caso, los chicos podrán arribar a la conclusión: *si gana el mayor, convendrá elegir como "extramágico" el dado con mayor valor; si gana el menor, convendrá que ese dado ocupe el lugar del dado común.*

Plantear situaciones para analizar regularidades

El trabajo con las regularidades de la serie puede continuar con el mismo recurso utilizado en 1^er^ y 2^o^ años/grados: los cuadros con 100 números. En este año/grado, suelen ubicarse los números de 1 en 1 para cualquier centena de la serie, por ejemplo, desde 600 a 699 o 1200 a 1299; o los números de 10 en 10 para un intervalo de mil números como el que va de 4000 a 5000; o también los números de 100 en 100, por ejemplo, desde 0 hasta 9900.

Esta propuesta de organización de los números resulta útil para analizar las regularidades, pues permite focalizar qué parte de la escritura numérica cambia cuando la cantidad representada aumenta de a 1: la cifra de las unidades cambia desde 0 hasta 9, mientras que la de las decenas se mantiene igual 10 números seguidos antes de cambiar al siguiente recorriendo, también de 0 a 9, etcétera.

En los casos en que varía de a 10, mientras se mueve en la misma fila, se modifica el lugar de la cifra de las decenas, y si se desplaza hacia el casillero de abajo se modifica el lugar de las centenas. Por último, si el cuadro está armado de 100 en 100, se modifica en las filas el lugar de las centenas y en las columnas, el lugar de la unidad de mil.

Según cual sea el dominio de la serie de 1 a 1000 alcanzado por los alumnos, para este tema se pueden retomar las propuestas planteadas en el *Cuaderno para el aula: Matemática 2*. Por medio de las actividades allí incluidas, se podrá apuntar a que los alumnos reconozcan la escritura de los números en cifras, a la localización de estas escrituras en tablas organizadas de 1 en 1 y de 10 en 10, y a que puedan tomar conciencia del diferente rol que cada cifra juega en el significado total del número escrito. Los valores posicionales pueden ser nombrados, al modo en que lo hacen los alumnos, como miles, cienes, dieces y unos, introduciendo paulatinamente los nombres convencionales.

Es posible fijar los contextos apropiados para cada cuadro numérico de acuerdo con el intervalo que se desee trabajar. Así, los números de 1 a 1000 se pueden identificar, por ejemplo, con los libros en una biblioteca, con las páginas de un volumen de una colección de varios tomos, con las fotos del fichero de un fotógrafo que tiene su material clasificado o con la numeración de las casas que, según la localidad en que se desarrolle la propuesta, tendrá números solo con *miles,* solo con cienes, o con ambos.

Luego de que los alumnos interactúen con los diferentes cuadros de números, es esperable que comiencen a establecer ciertas relaciones que expresarán en frases como: *en esta columna todos los números terminan en 600; en esta fila todos comienzan con 23; todas las filas terminan en números que tienen un 9 en algún lugar; si bajo un casillero es lo mismo que sumar 100; si subo un casillero es lo mismo que quitar 1000,* etcétera.

2000	2010	2020	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090
2100	2110	2120	2130	2140	2150	2160	2170	2180	2190
2200	2210	2220	2230	2240	2250	2260	2270	2280	2290
2300	2310	2320	2330	2340	2350	2360	2370	2380	2390
2400	2410	2420	2430	2440	2450	2460	2470	2480	2490
2500	2510	2520	2530	2540	2550	2560	2570	2580	2590
2600	2610	2620	2630	2640	2650	2660	2670	2680	2690
2700	2710	2720	2730	2740	2750	2760	2770	2780	2790
2800	2810	2820	2830	2840	2850	2860	2870	2880	2990
2900	2910	2920	2930	2940	2950	2960	2970	2980	2990
3000									

0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900
3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900
4000	4100	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900
5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600	5700	5800	5900
6000	6100	6200	6300	6400	6500	6600	6700	6800	6900
7000	7100	7200	7300	7400	7500	7600	7700	7800	7900
8000	8100	8200	8300	8400	8500	8600	8700	8800	8900
9000	9100	9200	9300	9400	9500	9600	9700	9800	9900
10000									

Es conveniente dejar colgado en la pared del aula un cuadro de 10 en 10 y/o de 100 en 100, para que los alumnos puedan recurrir a ellos buscando información para escribir números. Esto puede suceder espontáneamente o bien podremos orientarlos con preguntas como: *¿qué números de este cuadro te pueden ayudar para escribir 1243?* o dando más información, como: *¿cuál de estos números* –se señalan el 1000, el 1100 y el 1200– *te sirve para saber cómo se escribe 1243?*

Dado que es posible cambiar el intervalo numérico sobre el que se trabaja, este tipo de actividades suele adaptarse fácilmente a los diferentes conocimientos de partida de los alumnos. Por esta adaptabilidad también es recomendable su implementación en el **plurigrado**, ya que nos permite presentar problemas adecuados para distintos grupos, con actividades y materiales similares.

Algunas propuestas de actividades para continuar el trabajo con estos cuadros pueden ser:

- Completá los casilleros marcados.
- Ubicá el 3440 y los 8 números que lo rodean.
- Escribí los cinco números que siguen al 4880.
- Completá la columna de los que terminan en 70.

3000	3010	3020	3030	3040	3050	3060	3070	3080	3090
3100									
3200									
3300									
3400									
3500									
3600									
3700									
3800									
3900									
4000									

En este caso, el cuadro solo incluye la información que corresponde al inicio de las filas y las columnas. Para escribir el número en un casillero pintado, por ejemplo el 3520, los chicos pueden establecer relaciones entre los números que encabezan la fila: *está en la fila del tres mil quinientos y la columna de los que terminan con 20.*

Ya avanzados en el trabajo, podemos presentar aun menos información, proporcionado solo fragmentos de cuadros para completar a partir de dos datos correctos, con consignas tales como:

- Completá los casilleros remarcados.

			8110	
				8290

- Encontrá los números "intrusos" sabiendo que los números remarcados son correctos.

5000		5020	5030	
5100				5140
5150			5230	
		5450		
			5520	

Cuando se trabaje con estos fragmentos de cuadros, es importante que los chicos descubran cómo es el cuadro que se les presenta y cuál es la regularidad que siguen los números en él. También se sugiere hacer hincapié en que se trata de un recorte de un cuadro de 10 x 10, y no de un cuadro de 5 x 5, pues esto los podría llevar a errores al completar los casilleros.

Aunque en 3º es poco probable que ocurra, si al ampliar el campo numérico algún chico realiza escrituras del tipo 300040092 o 3000492, para el 3492, recomendamos la lectura del apartado "Plantear situaciones para leer y escribir números" en el *Cuaderno para el aula: Matemática 2*. Allí se explica por qué los chicos escriben de esta manera los números y se exploran las distintas intervenciones que podríamos desplegar los docentes para ayudarlos a superar esas dificultades.

La siguiente actividad permite que los alumnos lean y encuadren números entre otros dos números de un cuadro, al tiempo que establecen relaciones entre todos los números incluidos en él.

"Tres en línea": encuadrar números en distintos intervalos
Materiales: 3 tarjetas con cada uno de los 10 dígitos por grupo. Fichas, tapitas u otros elementos pequeños. Cuatro cartones de números como los siguientes.

0	100	200	300	400
1000	1100	1200	1300	1400
2000	2100	2200	2300	2400
3000	3100	3200	3300	3400
4000	4100	4200	4300	4400

500	600	700	800	900
1500	1600	1700	1800	1900
2500	2600	2700	2800	2900
3500	3600	3700	3800	3900
4500	4600	4700	4800	4900

5000	5100	5200	5300	5400
6000	6100	6200	6300	6400
7000	71000	7200	7300	7400
8000	8100	8200	8300	8400
9000	9100	9200	9300	9400

5500	5600	5700	5800	5900
6500	6600	6700	6800	6900
7500	7600	7700	7800	7900
8500	8600	8700	8800	8900
9500	9600	9700	9800	9900

Organización de la clase: pueden armarse grupos de 5 alumnos. Uno de los integrantes es el encargado de "cantar los números", y cada uno de los otros 4 jugadores recibe un cartón. En el centro de la mesa se colocan las fichas que se utilizan para marcar.
Desarrollo: en cada ronda, luego de mezclar el mazo de cartas, el encargado saca 4 cartas, las coloca una al lado de la otra formando un número y "canta" el número. Los otros participantes analizan si el número cantado se encuentra entre dos casilleros de una misma fila de su cartón y, en ese caso, colocan una ficha entre los mismos. Continúa formando otros números con las cartas hasta que alguno de los jugadores gane al ubicar 3 fichas en una misma hilera en sentido horizontal o vertical.

Otras actividades frecuentes que permiten analizar las regularidades del sistema de numeración son la que involucran el completamiento de escalas ascendentes y descendentes a partir de un número dado, de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, de 1000 en 1000, de 15 en 15, etc. Según como se planteen, estas actividades pueden resultar largas o tediosas, y llevar a que los alumnos se distraigan o pierdan el interés. Además, si durante el proceso de completamiento los chicos no tienen indicios de cómo lo van realizando, suelen arrastrar errores en los números siguientes. Por ello, sugerimos que las actividades de completamiento abarquen un tramo corto de la serie y tengan números intercalados como información de control.

- Completá los espacios que faltan.

1400 – 1435 – ☐ – ☐ – ☐ – 1575

6500 – 6000 – ☐ – ☐ – 4500 –

Para resolver esta actividad, los chicos tienen que analizar los números dados, determinar si avanzar o retroceder y de a cuánto. Los números intercalados les permitirán evaluar si los completamientos que realizan son correctos.

Plantear situaciones para componer y descomponer números

Para continuar el trabajo de composición y descomposición de números abordado en 2º año/grado, y que los alumnos avancen en la comprensión del sistema de numeración, podemos plantear actividades como el canje de billetes, el cálculo de puntajes en juegos y la anticipación del resultado de operaciones realizadas con calculadora.

Por ejemplo, se puede retomar la secuencia “El juego del cajero”, planteada en 2º año/grado,[5] incluyendo billetes de $ 500 y $ 1000. Dado que estos billetes no se corresponden con los de curso legal, se pueden construir con papel o cartulina, al modo en que aparecen en diversos juegos de mesa.

En una primera actividad, los alumnos se organizan por grupos y uno hace de cajero mientras los demás reciben sucesivamente 3 tarjetas con números de 3 y 4 cifras; en cada mano, el jugador debe solicitarle por escrito al cajero el número de monedas y billetes de cada tipo que necesita para reunir dicha cantidad. Al finalizar el tiempo asignado a la actividad, ganará el que tiene la mayor cantidad de dinero. En este caso, los chicos podrán componer con billetes y monedas (de todos los valores) y hacer sumas manipulando o no los materiales según sus conocimientos.

A continuación, es posible plantear los siguientes problemas.

- Escribí tres maneras diferentes de pagar este cheque.
- Si el cajero quiere usar la menor cantidad posible de billetes, ¿cuántos billetes necesitará?

Si es posible, formá $ 3840 utilizando:

- La menor cantidad posible de billetes.
- 40 billetes de $ 100 (observemos que este caso no es posible).
- Solamente billetes de $ 100 y de $ 1.

[5] **Recomendación de lectura:** se sugiere la consulta de la secuencia para componer y descomponer números “El juego del cajero” incluida en *Cuaderno para el aula: Matemática 2.*

En instancias posteriores del mismo juego, los niños podrán jugar con la siguiente restricción: al pedir el dinero, deberán hacerlo con la menor cantidad de billetes posibles y usando solamente billetes de $ 1000, $ 100 y $ 10 y monedas de $ 1. Esto los llevará, por un lado, a reflexionar sobre la información que brinda cada cifra según la posición que ocupe en el número, y por otro, a considerar que esta descomposición es única.

Luego de realizada la actividad, se pueden proponer problemas como los siguientes.

- Resolvé los problemas de este cajero.

Un cliente pide al cajero que le pague $ 3200. Si solo quiere billetes de $ 100, ¿cuántos deberá darle? ¿Habrá alguna manera rápida de averiguarlo?

Otro cliente pide cambio de $ 1000. Si quiere 5 billetes de $ 100 y el resto de $ 10, ¿cuántos billetes le darán?

- Completá el cuadro para formar las cantidades de dinero indicadas con la menor cantidad de billetes y monedas posible.

	Billetes de $ 100	**Billetes de $ 10**	**Monedas de $ 1**
824			
1960			
6034			
705			
750			

Es de esperar que aparezcan formulaciones tales como: *las cifras indican la cantidad de billetes que se necesitan (para 824 se necesitan 14 entre billetes y monedas, lo que se obtiene al sumar 8 + 2 + 4); cada cifra te dice cuántos de 1000, cuántos de 100… (para 824, el 8 indica cuántos billetes de 100; el 2, de 10 y el 4, cuántas monedas de 1),* etcétera.

En el caso de los números de 4 cifras de la tabla, será conveniente discutir el hecho de que, si se utilizan los billetes de curso legal, la cantidad de billetes de $ 100 tendrá dos cifras. Por otra parte, será interesante comparar la formación de números como 750 y 705, que utilizan la misma cantidad de billetes, pero de diferente valor, como también ocurre con los números 751 y 715.

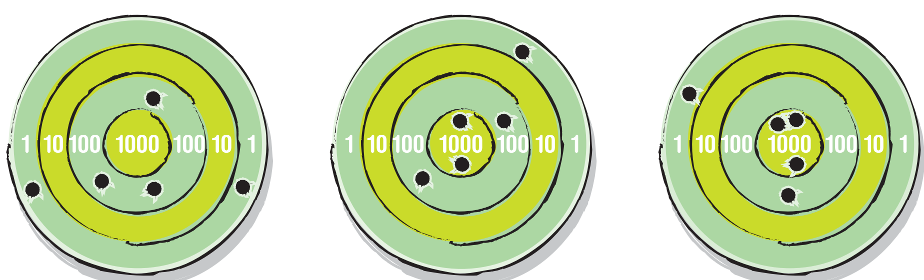
Conviene que los niños registren en sus cuadernos las conclusiones a las que arriban para poder volver a ellas en caso de necesitarlas cuando tengan que resolver una nueva situación. Algunos alumnos podrán hacerlo de modo independiente, pero otros necesitarán de nuestra intervención para identificar un saber que ya ha sido abordado. En este caso, la escritura en el cuaderno para luego recurrir a ella, transforma al cuaderno en una herramienta útil tanto para el niño como para el docente.

Continuar el trabajo con juegos de emboque[6] abordado en 2º año/grado permitirá que los chicos reutilicen las relaciones numéricas establecidas con los juegos de canje de dinero. También en este caso es conveniente adecuar los materiales al rango numérico que se pretende trabajar en 3er año/grado. Así, las latas podrán tener etiquetas con los valores 1, 10, 100 y 1000.

Luego de jugar algunas veces, es posible complejizar este juego haciendo que cada participante tire 6 bollitos de papel de 3 colores diferentes (2 rojos, 2 verdes y 2 amarillos). En este caso, se tendrá en cuenta que cada uno de los rojos vale 5 veces el valor de la lata; los verdes, 3 veces, y los amarillos, 1. En esta versión del juego, cada alumno anota lo que saca para luego averiguar quién es el ganador.

A continuación, se pueden presentar a la clase problemas como los siguientes.

- En un juego de tiro al blanco, cada uno de los tres jugadores realizó 5 tiros. A partir del siguiente dibujo, ¿podrías decir quién ganó y cuántos puntos obtuvo cada uno?



Martín Violeta Dana

[6] **Recomendación de lectura:** se aconseja consultar el apartado “Plantear situaciones para componer y descomponer números” en *Cuaderno para el aula: Matemática 2*, donde se describen más detalladamente los juegos de emboque.

- Juan obtuvo 3500 puntos jugando al tiro al blanco. ¿Se puede saber cuántos tiros realizó? ¿Cómo pudo haber obtenido ese puntaje? Fundamentá tu respuesta.

Otro recurso útil para que los chicos reflexionen sobre la posicionalidad de nuestro sistema de numeración es la calculadora.

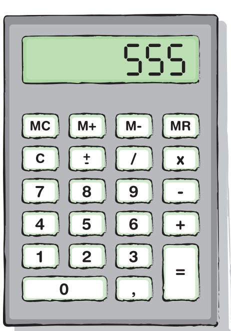
Previo al trabajo con la calculadora, será necesario abordar actividades que les permitan a los chicos conocer su funcionamiento con preguntas como: *¿con qué tecla se enciende y con cuál se apaga?; ¿cuáles son las teclas de las diferentes operaciones?; ¿cómo se borra un número si uno se equivoca?*, etc. Posteriormente, los chicos podrán empezar a resolver problemas para aprender más sobre las operaciones o sobre el sistema de numeración.

Por ejemplo, si queremos que los alumnos piensen en la descomposición aditiva, podemos plantearles:

- ¿Cómo harías para obtener con la calculadora el número 245 usando únicamente las teclas 0 y 1 las veces que quieras y las teclas de las operaciones que necesites? No se puede sumar 1 + 1 + 1 … 245 veces.

En este caso, los alumnos pueden considerar que el 245 es equivalente a 200 + 40 + 5 y, por lo tanto, se puede hacer 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

Otras propuestas que permiten que los niños analicen cómo varía el valor de una cifra, según la posición que ocupa en el número, son las que siguen.



- Escribí en el visor de la calculadora el número 555. Haciendo una única operación tiene que aparecer 455. ¿Qué operación harías? ¿Y para que aparezca el 355? ¿Y el 255?

- Escribí en el visor de la calculadora el número 1583.
  - ¿Qué operaciones hay que hacer para que aparezca el número 1083?
  - ¿Y para que aparezca 1503?
  - ¿Y el 1003?

- Escribí en el visor de la calculadora el número 2222. Indicá, sin hacer la cuenta, qué número aparecerá si se agrega 1000 cinco veces. Verificalo.

Si bien en las primeras actividades se puede permitir que los chicos tanteen más libremente la respuesta, para que se familiaricen con la calculadora, es importante que, de a poco, desde las consignas, les solicitemos que primero realicen una anticipación de lo que pueden hacer o del resultado que pueden obtener, que luego hagan el registro y que por último verifiquen con la calculadora si la anticipación era correcta. En caso negativo, es conveniente que escriban el resultado obtenido para analizarlo después.

El registro de anticipaciones y verificaciones los ayudará a no proceder únicamente por tanteos y a empezar a "guardar en la memoria" lo realizado. Esta memoria puede ser usada como información para mejorar las siguientes anticipaciones.

Los dos primeros contextos[7] utilizados para plantear el trabajo con composiciones y descomposiciones (billetes y juegos de emboque) son extramatemáticos: en ellos los números se refieren a cantidades. En cambio, en los problemas planteados con calculadora, los números aparecen en un contexto intramatemático, es decir que ya no refieren a cantidades, sino que son tratados como tales. Como hemos planteado en el apartado "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", es importante el trabajo en ambos tipos de contextos para construir el sentido de los números naturales.

Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos

Respecto de las cuatro operaciones básicas con números naturales (suma, resta, multiplicación y división), se deben considerar dos aspectos: por un lado, los distintos significados de aquellas, y por otro, los procesos que llevan a la construcción de los diferentes algoritmos propios de cada operación.

---

[7] En el apartado "Los contextos" de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno* hemos desarrollado los tipos de contextos en los que es posible presentar las nociones a los alumnos. Además, hemos planteado la importancia de que los enunciados incluyan preguntas que aludan a situaciones reales o verosímiles.

En relación con los significados, es importante señalar que una misma expresión numérica resuelve problemas aritméticos distintos. Por ejemplo, es diferente multiplicar 8 x 6 para resolver los problemas siguientes:

– Para el campamento de 3er año/grado, la escuela tiene 8 carpas y en cada una entran 6 personas. ¿Cuántas personas podrán dormir en las ocho carpas?
– En una fábrica, cada modelo de remera se hace en 6 colores y 8 talles. ¿Cuántas remeras diferentes hacen de cada modelo?

En estos dos casos, la misma multiplicación se utiliza con significados diferentes.[8] En el primero, hay dos cantidades que se relacionan de manera directamente proporcional, las carpas y las personas; en el segundo, hay tres tipos de cantidades, ya que se trata de combinar los elementos de dos tipos, colores y talles, para obtener elementos de un tercer tipo, la remeras diferentes.

Presentar múltiples situaciones que permitan reflexionar acerca de la diversidad de significados de cada operación facilitará la comprensión, por parte de los alumnos, de los alcances y límites de cada una de ellas.

En relación con las formas de calcular, es conveniente ir avanzando desde los procedimientos originales que propongan los alumnos a los algoritmos usuales.

Tanto los significados como las estrategias de cálculo, deben ser abordados de modo simultáneo en el aula, ya que una manera de controlar los cálculos que se proponen para resolver es pensando sobre las cantidades que intervienen en el problema. En este *Cuaderno*, analizaremos ambos aspectos: el primero, en este apartado, y el segundo, en el apartado “Para calcular de diferentes formas”.

En cuanto al primer aspecto, es decir, al tratamiento de problemas donde las operaciones pueden asociarse con distintos significados, en este año/grado se continúan trabajando las situaciones para sumar y restar, ahora con nuevos significados y un mayor nivel de complejidad, y se profundiza el trabajo del año anterior para la multiplicación y la división.

[8] En el apartado “Los significados” de este *Cuaderno* se desarrolla con más detalle la idea de que una misma noción puede asociarse con diferentes significados.

Plantear situaciones para sumar y restar

Las operaciones de suma y resta con los números naturales deben constituirse paulatinamente en un recurso disponible para resolver situaciones con distintos significados. Algunos de estos últimos ya se conocieron en 1er y 2do años/grados, como los que se asocian a los problemas siguientes.

– Calcular cuántos lápices hay en una caja en la que se pusieron lápices rojos y azules (unir).

– Cuántos lápices negros hay si hasta ayer habían una cantidad y hoy uno de los chicos trajo más (agregar).

– Cuántos lápices quedaron si había una cantidad y algunos se gastaron (quitar).

– Averiguar cuánto más cuestan los lápices en una librería que en otra (diferencia).

– Determinar si es necesario agregar lápices a una caja para que haya para todos los chicos (complemento).[9]

Un nuevo significado para estas operaciones es el que se vincula con problemas como:

– Calcular cuántas figuritas ganó un chico en la escuela si en el primer recreo ganó algunas y en el segundo, otras (composición de dos transformaciones positivas sin conocer el estado inicial).

Aun manteniendo el mismo significado, por ejemplo, el de quitar, es posible complejizar las situaciones “moviendo” el lugar de la incógnita, como en los siguientes enunciados.

– En la boletería de un teatro hay 160 localidades. Por la mañana se venden 45 entradas para la función de la noche. ¿Cuántas entradas se pueden vender antes de la función?

Aquí se apunta a averiguar la cantidad final luego de una transformación que, en este caso, es negativa. Se trata de un problema donde la resta se usa con significado de quitar.

[9] **Recomendación de lectura:** sobre la complejidad de las situaciones para sumar, restar, multiplicar y dividir se recomienda la lectura del libro de Claudia Broitman (1999), *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula.*

Si, en cambio, proponemos:

– Sabiendo que en la boletería de un teatro se reservaron 45 entradas y que aún hay 115 para vender, ¿es posible averiguar cuántas localidades tiene el teatro?

Aquí hay que averiguar el estado inicial, conociendo la transformación negativa y el estado final.

Otra modificación podría ser:

– En la boletería de un teatro hay 160 localidades y al mediodía aún hay 115 sin vender. ¿Cuántas se vendieron por la mañana?

La solución a este problema consiste en buscar el valor de la transformación.

Todos estos problemas se denominan aditivos, si bien algunos se resuelven sumando, otros restando y para otros se puede usar como procedimiento de resolución tanto una suma como una resta.

Consideremos cómo podrían resolver los alumnos problemas como los siguientes.

– Para ganar a un juego de cartas se necesita llegar a 1000. Si tengo 850 puntos, me faltan … para ganar.

– Para ganar a un juego de cartas se necesita llegar a 1289 puntos. Si tengo 789, me faltan … para ganar.

Probablemente, para resolver el primero, muchos niños piensen cuánto le falta a 850 para llegar a 1000, utilizando algunos resultados memorizados como: *850 + 50 = 900, 900 + 100 = 1000,* y luego *850 + 50 + 100 = 1000.*

Para el segundo problema, al modificar los números que intervienen es probable que algunos alumnos decidan restar 1289 – 789, o lo que es equivalente 1200 – 700.

En la medida en que los alumnos resuelvan los problemas con distintos procedimientos, y que promovamos la reflexión sobre lo realizado a partir de preguntas tales como: *¿por qué decidiste resolver así?* o *¿cómo lo pensaste?,* podremos avanzar en la explicitación tanto de los procedimientos como de los criterios elegidos. Si en problemas como los anteriores ningún alumno propusiera la resta, el docente podrá preguntar: *¿es posible resolver esta situación con una resta?* o bien comentar: *un alumno resolvió esta situación haciendo 1289 – 789; ¿puede obtener el resultado de este modo? ¿Por qué?*

Cuando no se facilita el despliegue de diversos procedimientos para resolver un mismo problema, es habitual que los niños razonen de la siguiente manera: *en este problema se pregunta "cuánto quedó", entonces es de restar; en este problema dice "en total", entonces es de sumar,* o también: *en este problema dice "perdió", entonces hay que restar.* Esto responde a la asociación de algunas palabras clave con una determinada operación, lo que refleja una resolución poco reflexiva y que muchas veces se evidencia en las preguntas: *¿qué hay que hacer? ¿es "de más" o "de por"?*

Consideremos la siguiente situación que se podría resolver mediante las cuentas planteadas debajo.
– Averiguar cuántos invitados faltan llegar a una fiesta si ya llegaron 120 y los invitados son 270.

270 – 120 …	120 + … 270	120 + 50 = 170 170 + 100 = 270 50 + 100 = 150

Para responder a la pregunta del problema se puede recurrir tanto a una resta, como a una suma o a varias, y nada indica que un procedimiento sea mejor que otro.

Otra cuestión importante para tener en cuenta, en relación con la paulatina complejización de los problemas, es que la respuesta a la pregunta planteada no siempre está en el resultado de la cuenta ya que, como se observa en el segundo ejemplo, la respuesta se halla en uno de los sumandos. En este sentido, para que los niños avancen en una resolución comprensiva de los problemas, es posible promover la interpretación del significado de cada uno de los números que intervienen, de los cálculos que se realicen y de los resultados que se obtengan en el contexto del problema.

En el apartado "Plantear situaciones para establecer relaciones entre datos e incógnitas" se desarrollan más ampliamente algunas actividades que apuntan a la interpretación del significado de los números en el contexto del problema. Aquí propondremos otras para completar el sentido del trabajo con la resolución de problemas aditivos.

En el siguiente caso, se trata de completar enunciados con datos extraídos de las cuentas que se hicieron para responder la pregunta.

> Completá los datos de los problemas para que los cálculos planteados sean los que permitan resolverlos.
>
> • 24 – 13 = 21 + 17 =
> - En un vagón hay … asientos ocupados y … asientos libres. ¿Cuántos asientos tiene el vagón?
> - En el grupo de 3º B, hay … chicas y … varones.

¿Cuántas chicas más que varones hay?

- 12 + 14 + 100 = 150 − 126 =

– Para la reunión de la asociación cooperadora se esperan 150 personas. Ya se llevaron … sillas de un aula, … de otra y … del comedor. ¿Alcanzarán las sillas que se llevaron? Si sobran o faltan, decí cuántas.

En este apartado, hemos analizado los diferentes procedimientos de resolución para un mismo problema. Más adelante, en “Plantear situaciones para avanzar en el cálculo de sumas y restas”, se considerarán las formas de realizar los cálculos. Tenemos, sin embargo, que recordar que en la enseñanza ambos aspectos deberán pensarse de forma articulada.

Plantear situaciones para multiplicar y dividir

También en el caso de la multiplicación y la división es conveniente proponer situaciones para que estas operaciones se constituyan, de a poco, en recursos disponibles para resolver situaciones con distintos significados. Este tipo de problemas se denominan “multiplicativos”, aunque para resolverlos se pueda recurrir tanto a una multiplicación como a una división.

En este año/grado continuaremos trabajando con problemas que involucran proporcionalidad, incluyendo aquellos que remiten a organizaciones rectangulares, y retomaremos o presentaremos los de combinatoria.

Recordemos que los problemas que conocemos como casos sencillos de proporcionalidad son aquellos que se pueden resolver con una multiplicación o una división, y donde hay dos tipos de cantidades relacionadas según ciertas propiedades que las caracterizan. Por ejemplo, para averiguar cuántos caramelos tengo si compré 4 paquetes con 10 caramelos en cada uno, se puede multiplicar 4 x 10. En este caso, hay que considerar dos tipos de cantidades, las de caramelos y las de paquetes. La misma relación se establece si se desea averiguar cuántos paquetes se pueden armar si hay que envasar 40 caramelos y entran 10 caramelos por paquete, problema que se puede resolver dividiendo 40 ÷ 10. En los dos problemas tiene lugar la misma relación: la constante de proporcionalidad es “10 caramelos por paquete”, y en ambos se cumple el hecho de que “para el doble de paquetes, corresponde el doble de caramelos”.

Al resolver estos problemas, ya desde 2º año/grado los alumnos usan de forma intuitiva las propiedades de la proporcionalidad, aunque en este ciclo no se hará un trabajo específico para reconocerlas.

Para trabajar estas relaciones, podremos presentar, por ejemplo, problemas con un enunciado verbal y solicitar el completamiento de tablas.

- Don Ramón, el librero, sabe que cuando comienza el año escolar los chicos se juntan para comprar los útiles y entonces piden los artículos de a varios. Para no hacer las cuentas cada vez, decidió hacer listas como las siguientes. Con ellas puede rápidamente saber lo que les tiene que cobrar por distintas cantidades de un mismo artículo. Completá cómo le quedaron las listas de precios.

A

Cantidad de cuadernos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 2	$ 4	$ 6							

B

Cantidad de carpetas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 3	$ 6								

C

Cantidad de cartucheras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio		$ 10		$ 20						

D

Cantidad de lapiceras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio		$ 12				$ 36				$ 60

E

Cantidad de diccionarios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	$ 8								$ 72	

Luego de que completen las listas, podemos generar algunas discusiones que les permitan arribar a conclusiones como: *para completar las listas fuimos dando saltos de 3 en 3, de 6 en 6…; dentro de una lista siempre sumamos el mismo número; los resultados de la lista de precios de lapiceras son el doble que los de las carpetas,* etc. Para los alumnos, estos razonamientos pueden ser nuevos o una ocasión para retomar relaciones ya aprendidas en 2º año/grado.

Como puede observarse, en algunas tablas se incluye el valor unitario, como en el caso de las carpetas y los cuadernos. En cambio, en el de las lapiceras y las cartucheras se indican cuánto cuestan dos de esos artículos.

Es interesante observar los procedimientos utilizados por los chicos: algunos podrán hallar primero el valor unitario y luego seguir completando los otros recuadros como en los casos anteriores; otros establecerán relaciones diferentes, como por ejemplo: duplicar lo que cuestan 2 para averiguar cuánto se debe pagar por 4.

Según la información que se presente en las tablas, los alumnos podrán también calcular divisiones o realizar restas sucesivas como, por ejemplo, para calcular el valor de una cartuchera o de una lapicera.

Es conveniente que estas tablas permanezcan colgadas en las paredes del aula, a la vista de todos, para que puedan ser utilizadas como fuente de información para resolver diversas situaciones. Oportunamente se podrán reemplazar por la tabla pitagórica, como un modo de organizarlas con un criterio de orden.

Esta organización permite promover un trabajo reflexivo que relacione las diferentes tablas. Así se facilitará la memorización de una red de cálculos que el alumno tendrá “disponible” cada vez que una nueva situación lo requiera. Estas actividades las presentamos en el apartado “Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas en las tablas de multiplicar”.

Los problemas que remiten a organizaciones rectangulares, donde los elementos se presentan ordenados en filas o columnas, son también problemas de proporcionalidad, por ejemplo, si sabemos que en un edificio de 10 pisos hay 5 departamentos por piso y queremos saber cuántos timbres hay en el portero eléctrico. En este caso, la constante de proporcionalidad es el número de departamentos por piso.

Un ejemplo en otro contexto es el siguiente.

- José tiene 24 baldosas y quiere armar en un rincón del jardín un pequeño patio rectangular; ¿cómo puede ubicar las baldosas?

Se espera que al confrontar las diversas producciones, ya sean gráficas o con cálculos, los niños empiecen a tomar conciencia de la variedad de respuestas posibles, en este caso: 8 x 3, 6 x 4, 3 x 8, 4 x 6, y podrá discutirse la conveniencia o no de que sea 24 x 1 o 12 x 2 y sus respectivos productos conmutados y avanzar desde la consideración de una respuesta correcta a la búsqueda exhaustiva de todas las combinaciones posibles.

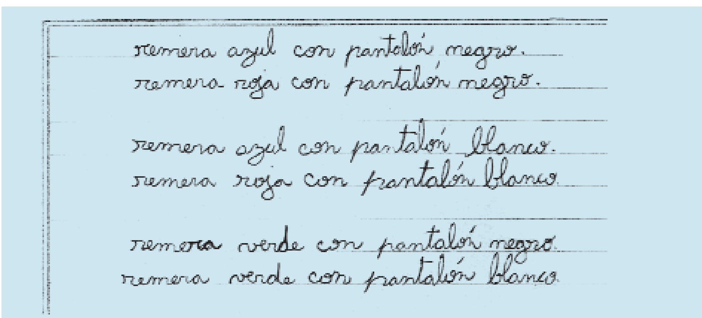
A partir del trabajo realizado se podrá proponer el mismo problema para patios de mayor cantidad de baldosas.

En cuanto a los problemas de combinatoria, es decir, aquellos en los que hay que combinar elementos de diferentes colecciones, podemos plantear:

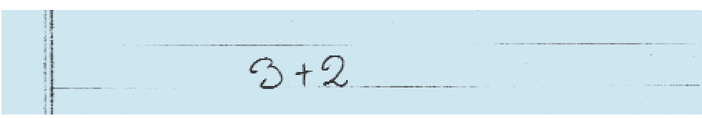
- Si tengo una remera roja, otra verde y otra azul y un pantalón negro y otro blanco, ¿de cuántas maneras diferentes puedo vestirme?

La primera vez que los alumnos se enfrenten a este tipo de enunciados es posible que piensen que hay dos o tres posibilidades ya que intentarán relacionar cada remera con un pantalón. Será necesario pues hacer hincapié en que se deben “combinar todos con todos”.

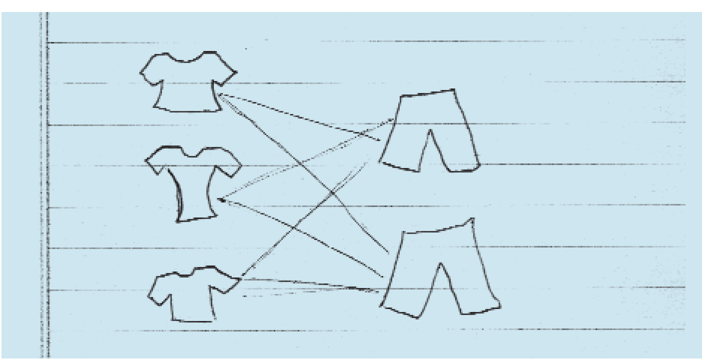
Resulta interesante analizar los procedimientos que suelen utilizan los chicos y ofrecer un espacio de reflexión en torno de los diferentes modos de resolver problemas de este tipo.



Realizan una lista con todas las posibilidades.



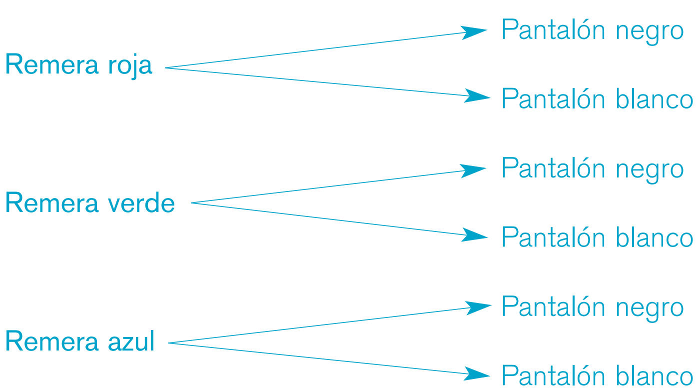
Suman la cantidad de remeras y pantalones, ya que son los números que aparecen en el enunciado.



Representan gráficamente las prendas y las unen con flechas.

Luego de discutir con los alumnos sobre cuáles de los procedimientos permitieron llegar a un resultado válido, podemos plantearles diferentes modos de organizar la información, para así asegurarnos de que tienen en cuenta todos los casos posibles. Los cuadros de doble entrada y los diagramas de árbol son útiles para estos propósitos.

Remeras / Pantalones	Remera roja	Remera verde	Remera azul
Pantalón negro	Remera roja Pantalón negro	Remera verde Pantalón negro	Remera azul Pantalón negro
Pantalón blanco	Remera roja Pantalón blanco	Remera verde Pantalón blanco	Remera azul Pantalón blanco



En el caso de que no lo propusiera ningún alumno, podemos plantear que otros niños resolvieron el mismo problema usando números, con sumas como 2 + 2 + 2 o 3 + 3 y/o multiplicaciones como 2 x 3 o 3 x 2. En cada caso, es importante precisar a qué cantidades se refieren los números, por ejemplo, en 2 + 2 + 2 se trata de 2 conjuntos para cada remera. La representación numérica facilitará la resolución de situaciones similares con números más grandes. Efectivamente, si se tratara de 25 pantalones y 32 remeras, los procedimientos no numéricos como la tabla o el diagrama resultarían muy costosos.

Para la división, también es necesario incluir problemas que nos permitan abordar diferentes significados ya sea de reparto o de partición, incluidos los casos de organizaciones rectangulares de los elementos.

En los problemas en los que la división alude a un reparto equitativo, se conoce la cantidad total de elementos de la colección a repartir y la cantidad de partes, pero no cuántos elementos corresponden para cada una. Por ejemplo, en la lista de precios de cartucheras del problema de don Ramón, esto ocurre cuando hay que averiguar el precio de cada cartuchera, sabiendo que el precio de 2 cartucheras es de $ 10.

Teniendo en cuenta que los repartos pueden o no ser equitativos, es preciso que presentemos –como ya se ha propuesto en 2º año/grado– enunciados de problemas con el fin de que los niños analicen si es condición de la situación que el reparto se realice en partes iguales. Por ejemplo:

- Tengo 240 caramelos para repartir entre 6 amigos. ¿Cuántos caramelos puedo darle a cada uno?

Las respuestas posibles a esta situación son variadas, ya que puedo darle 70 a uno, 50 a otro y 30 a cada uno de los 4 restantes. También puedo repartirlos en 60, 40, 50, 40, 30 y 20, ya que no hay nada en el enunciado que indique que el reparto deba ser equitativo. En el caso de que los alumnos resuelvan la situación dando a cada amigo 40 caramelos, como suelen hacerlo por efecto de cierto estereotipo en la resolución de problemas escolares, podremos intervenir cuestionando esa resolución diciendo: *un alumno de otro 3º lo resolvió dándole 30, 50, 20, 40, 10 y 90 respectivamente, ¿está bien lo que hizo?, ¿por qué?* Luego de un espacio de discusión, les pediremos que indiquen qué modificaciones podrían hacer al enunciado para que el reparto equitativo se convierta en una condición del problema.

Después de estas discusiones, es importante que los enunciados que presentemos incluyan el dato de si los repartos son o no equitativos.

Otro aspecto a trabajar de modo colectivo es qué se hace cuando sobran elementos luego de efectuado el reparto, es decir, aquellos problemas en los que el resto es diferente de cero. Discutir si lo que sobra puede seguir repartiéndose o no supone considerar la naturaleza de las cantidades involucradas, ya que no es lo mismo que sobren chocolates o globos –puesto que los globos no se pueden partir, en cambio los chocolates se pueden dividir en partes y continuar repartiéndose–. Efectivamente, cuando se comienza el trabajo con fracciones y se pide, por ejemplo, repartir 6 chocolates entre 4 chicos: se obtiene un chocolate y una mitad más para cada uno.

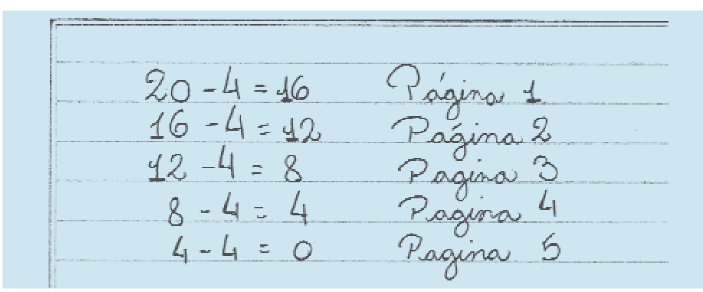
Mientras que los niños de 2º año/grado podían resolver problemas de reparto utilizando distintos procedimientos como la representación gráfica de la situación y las sumas o restas sucesivas, en 3er año/grado es esperable que los alumnos comiencen a ver la multiplicación y la división como operaciones útiles para este tipo de problemas.

En los problemas que remiten a una partición, se conoce el valor de cada parte y se pregunta por la cantidad de partes en que puede partirse la colección. Si en la lista de precios de cuadernos del problema de don Ramón se da como información que el precio de un cuaderno es $ 2 y se dice que se gastan $ 10, se puede preguntar cuántos cuadernos se han comprado.

En el comienzo de 3er año/grado, al plantearles un problema como el siguiente, asociado al significado de partición,[10] pueden coexistir diversos procedimientos.

- Tengo 20 fotos y quiero acomodar 4 en cada página de un álbum. ¿Cuántas páginas necesitaré?

Realizar restas sucesivas quitando de a 4 tantas veces como sea posible.


20 - 4 = 16 Página 1
16 - 4 = 12 Página 2
12 - 4 = 8 Pagina 3
8 - 4 = 4 Pagina 4
4 - 4 = 0 Pagina 5

[10] **Recomendación de lectura:** para profundizar en la enseñanza de la multiplicación y la división se recomienda la lectura de “La enseñanza de la división en los tres ciclos” y “La enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos”, de Claudia Broitman y Horacio Itzcovich (2001), Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires.

Contar de 4 en 4 hasta llegar a 20.

0 - 4 - 8 - 12 - 16 - 20
1 2 3 4 5

Multiplicar o dividir.

$4 \times 5 = 20$

$20 \div 4 = 5$

También en 3[er] año/grado, las colecciones presentadas en organizaciones rectangulares pueden dar lugar a problemas donde la división suele tanto tener significado de reparto como de partición, según los datos y las preguntas. Consideremos el siguiente enunciado:

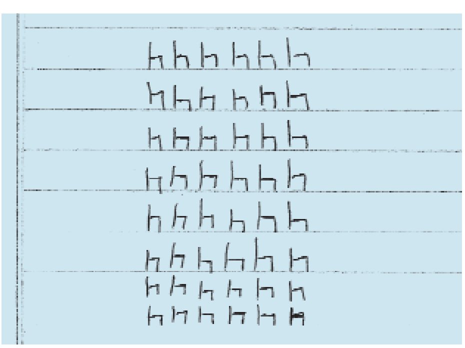
– Para un acto, debemos acomodar en un patio 48 asientos en 6 filas y poner la misma cantidad de asientos en cada una. ¿Cuántos asientos hay que colocar en cada fila?

En esta primera enunciación, la división remite a un reparto, pues hay que ir colocando un asiento en cada una de las 6 filas hasta terminar con todos. En cambio, si se quisiera trabajar con el significado de partición, el problema sería:

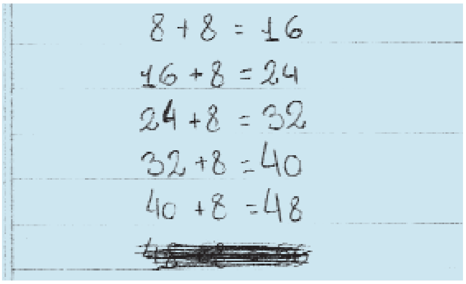
– Para un acto debemos acomodar 48 asientos en filas de 8 asientos cada una. ¿Cuántas filas podremos armar?

Los chicos suelen resolver esta última situación de diferentes modos:

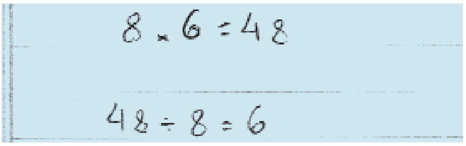
Haciendo algún gráfico y contando la cantidad de filas que les quedaron.



Recurriendo a la suma reiterada.


$8 + 8 = 16$
$16 + 8 = 24$
$24 + 8 = 32$
$32 + 8 = 40$
$40 + 8 = 48$

Multiplicando o dividiendo.


$8 \times 6 = 48$
$48 \div 8 = 6$

Ante esta variedad de producciones, nuestra actitud debe apuntar especialmente a favorecer que los alumnos expliciten los procedimientos utilizados, se animen a argumentar sobre su validez y reconozcan sus errores. La posibilidad de presentar problemas con números más grandes dependerá, en gran medida, de los avances logrados en la multiplicación.

Por otra parte, será necesario reflexionar con los alumnos sobre una cuestión central de las relaciones entre los problemas y las operaciones que se pueden usar para resolverlos. En algunos casos, es posible que sean resueltos solo con sumas o con restas y, en el caso en que haya sumandos o sustraendos repetidos, también con multiplicaciones o divisiones.

No es conveniente promover un modo de resolución por sobre los otros, dado que son los chicos quienes deben decidir qué operación usar en cada situación.[11]

[11] En el apartado “La gestión de la clase”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo”, en este *Cuaderno*, señalamos la necesidad de promover la diversidad de producciones y analizarlas con todo el grupo de alumnos.

Para calcular de diferentes formas

Uno de los requerimientos tradicionales de la formación primaria es que los alumnos que egresan de la escolaridad básica puedan realizar cálculos con soltura. Sin embargo, las habilidades de cálculo que hoy se plantean en los documentos curriculares incluyen algunas no tenidas en cuenta anteriormente para ser enseñadas en la escuela y que han surgido de su estudio didáctico, ligado tanto a la diversidad de situaciones en las que se requiere su uso como a los instrumentos con los que se cuenta.

En este sentido, la enseñanza del cálculo deberá contemplar tanto la obtención de resultados exactos como aproximados, según las características de la situación y la posibilidad de decidir hacerlo mentalmente, por escrito o mediante la calculadora. En todos los casos, habrá que realizar un control de los resultados obtenidos que garantice el uso adecuado de las estrategias implementadas.

Por otra parte, un aprendizaje comprensivo de los cálculos implica que los alumnos puedan descomponer los números involucrados y combinarlos de distintas formas según la operación que estén realizando, de modo de poder atribuir un significado a cada paso. Luego, se podrá pasar al análisis y la discusión de los propios procedimientos considerando qué reglas están usando y si son o no propiedades de esas operaciones, es decir, reglas válidas en matemática. Los algoritmos convencionales o usuales tienen, entonces, un nuevo lugar en la enseñanza: son formas de cálculo con las que culmina un trabajo previo de producción y análisis de distintos procedimientos originales de los propios niños.

En este proceso de aprendizaje, el punto de apoyo es el cálculo mental. Sabemos que en un mismo grupo escolar los distintos alumnos tienen memorizados y disponibles diferentes conjuntos de cálculos mentales aditivos y multiplicativos para ser usados cuando los necesitan. Por ejemplo, en una clase de 3º, unos conocen algunas sumas y restas; otros, también ciertos productos de las tablas, y unos pocos, cálculos como 25 x 4 o 50 ⁒ 2.

Sin embargo, todos tienen la capacidad de calcular mentalmente y es tarea de la escuela desarrollar esta habilidad. Para ello, es necesario destinar un tiempo importante del trabajo en el aula con el fin de identificar las diferentes estrategias personales de cálculo, explicitarlas para que otros puedan conocerlas y sistematizarlas para generalizar su uso y poder reutilizarlas en nuevas situaciones.

La memorización de resultados que se comenzó a trabajar en 1er y 2º años/grados se debe retomar en 3º con la intención ahora de que los alumnos amplíen los conjuntos de cálculos conocidos, tanto aditivos como multiplicativos.

En este sentido, el trabajo escolar debe apuntar al uso del cálculo mental como herramienta útil en variadas situaciones, pero también es conveniente que sea abordado como un "objeto de estudio" en sí mismo.[12]

Durante todo el ciclo, conviene destinar un tiempo considerable, por ejemplo, una clase semanal, a la práctica del cálculo mental y a la reflexión sobre los procedimientos empleados como puntos de partida del cálculo aproximado y de la posibilidad de proponer procedimientos originales.

En una clase, se puede pedir a los alumnos que busquen y discutan en grupos diferentes maneras de resolver un cálculo, por ejemplo, para obtener el total del puntaje en un juego. Luego, un representante de cada grupo escribirá lo que hizo su grupo en el pizarrón, mientras lo explica. Para comenzar con el análisis, podremos formular preguntas para orientar el debate, en el sentido de considerar si los procedimientos parecen adecuados o no, y por qué. Por último, se pedirá a la clase que evalúe cuál o cuáles procedimientos le resultaron más sencillos y/o más rápidos. La intención de esta puesta en común no es encontrar el "mejor procedimiento" sino que cada niño encuentre la manera más "cómoda" de resolver el cálculo (a diferencia del algoritmo convencional en el que todos lo resolvemos de la misma manera). Desde ese momento en adelante, varios procedimientos pueden quedar como igualmente posibles para ser usados por los chicos, y entonces resultará que convivirán en la clase distintas formas de hacer un mismo cálculo.

La idea es que en cada año del Primer Ciclo se vaya progresando en el dominio de ciertos cálculos; por ello, en cada año/grado, antes de comenzar a trabajar los conocimientos correspondientes al año en curso, es conveniente revisar qué cálculos de los años previos tienen efectivamente disponibles los chicos. La siguiente lista sintetiza los cálculos que podrían dominar los alumnos al finalizar cada año de este ciclo.

1^er^ año/grado:

Sumas de sumandos iguales de una cifra (1 + 1; 2 + 2; hasta 9 + 9).
Sumas de decenas enteras iguales (10 + 10; 20 + 20; hasta 90 + 90).
Sumas que dan 10 (1 + 9; 9 + 1; 2 + 8; 8 + 2; 3 + 7; 7 + 3, etc.).
Sumas de números terminados en 0 que dan 100 (20 + 80; 80 + 20, etc.).

[12] **Recomendación de lectura:** para ampliar la propuesta sobre cálculo mental, se sugiere leer el artículo de Cecilia Parra (1994), "El cálculo mental", en: ***Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones***, Buenos Aires, Paidós.

2º año/grado

Sumas de sumandos distintos de una cifra (4 + 3, …, 8 + 6, etc.).
Sumas de decenas (40 + 30; 70 + 60; etc.).
Complementos a 100 (80 + … = 100; 40 + … = 100, etc.).
Sumas y restas de múltiplos de 5 (35 + 15; 50 – 15, etc.).
Dobles y mitades (el doble de 7; el doble de 20; la mitad de 80, etc.).
Sumas de decenas enteras más unidades (10 + 8; 20 + 5, etc.).
Sumas + 10 (78 + 10; 105 + 10; etc.) y restas – 10 (28 – 10; 35 – 10, etc.).

3er año/grado

Sumas de centenas (400 + 300; 800+ 600, etc.).
Complementos a 1000 (700 + … = 1000; 600 + … = 1000, etc.).
Sumas y restas de los múltiplos de 50 (350 + 150; 500 – 150, etc.).
Sumas de centenas enteras más decenas enteras más unidades (100 + 80 + 4; 200 + 50 + 7, etc.).
Sumas + 100 (735 + 100 o 1050 + 100) y restas – 100 (280 – 100; 350 – 100, etc.).

Plantear situaciones para avanzar en el cálculo de sumas y restas

Como ya se ha planteado, los juegos[13] reglados constituyen un recurso apropiado para trabajar con el cálculo mental. Recordemos que el juego en sí mismo no es una herramienta suficiente para garantizar una situación de aprendizaje; por ello, mientras que el objetivo de los alumnos en el juego reglado será ganar, para el docente, en cambio, será que el alumno aprenda un nuevo conocimiento. Es nuestra "intención" como docentes lo que diferencia el uso didáctico del juego de su uso social. Es necesario que, luego de jugar, gestionemos con todos los alumnos momentos de análisis de las relaciones establecidas al jugar. Preguntas tales como: *¿qué estrategia utilizó cada uno? ¿Cuál les parece la forma más rápida? ¿Cuál permitió cometer menor cantidad de errores?,* etc., suelen ser las que sirven para orientar a los niños a reflexionar sobre los procedimientos utilizados. Asimismo, podemos escribir en el pizarrón los cálculos que se hicieron en cada grupo para considerar cuáles pudieron hacer más rápido y cuáles les dieron más "trabajo". De esta manera, el

[13] **Recomendación de lectura:** para ampliar el repertorio de juegos, se sugiere consultar el material *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática, EGB 1*, de G. Chemello (coord.); M. Agrasar y S. Chara (2001).

conjunto de cálculos que se pretendió abordar quedará organizado en dos grupos, los que ya saben y los que aún no. En próximas instancias se podrá avanzar para que hagan más fáciles los que hasta ese momento eran considerados difíciles.

Algunas propuestas de juego son las siguientes.

"El mayor con dados": sumar centenas
Materiales: 3 dados por grupo y una tabla de 7 filas y 2 columnas por alumno.

Puntaje de los dados	Total
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
Puntaje final	

Organización de la clase: en grupos de a 4 alumnos.
Desarrollo: se explica al comenzar que el valor de cada punto del dado es 100. Cada alumno tira los 3 dados y gana el que obtiene el puntaje mayor a partir de la suma de los valores de los mismos. Los alumnos realizarán un registro de todos los cálculos que vayan obteniendo en cada mano, y después de 5 jugadas se detendrán para averiguar quién es el ganador.

En este caso, se apunta a la construcción de un repertorio aditivo con sumandos hasta 600 (ejemplos: 400 + 200 + 300) y sumas entre 300 y 1800. Dichos registros podrán ser utilizados luego del juego para reflexionar acerca de cuáles son los cálculos que resultaron más fáciles o más difíciles. Es esperable que surjan reflexiones tales como: *para sumar 500 + 400 + 600 yo pienso la suma de 5 + 4 + 6 y le agrego dos ceros.* Otros alumnos podrán pensar: *400 + 600 = 1000 y a eso le sumo 500.* Es importante tener en cuenta que no se trata de que todos los chicos piensen cada cálculo de la misma manera, sino que adecuen su procedimiento a los números involucrados y al repertorio memorizado del que dispongan. También podrán discutir sobre la conveniencia de asociar los números involucrados en distinto orden, según los valores obtenidos.

Para ampliar el repertorio de cálculos se puede realizar el mismo juego, pero modificando algunas caras de los dados, a las que se les colocarán etiquetas con números, incluyendo 7, 8 y 9.

"Basta numérico":[14] producir sumas y restas con resultados conocidos
Materiales: una hoja y lápiz.
Organización de la clase: en grupos de 4 alumnos.
Desarrollo: uno de los niños del grupo comienza a contar mentalmente de 100 en 100 hasta un máximo a designar en función de la etapa del año en la que se realice el juego, por ejemplo, hasta 1500. Mientras cuenta, otro miembro del grupo dice "basta". El que estaba contando debe decir hasta qué número contó y, a partir de ese momento y durante 5 minutos (aproximadamente), todos deben escribir el número y luego sumas y/o restas que den ese número como resultado.
Cumplido el tiempo, los niños controlan si los cálculos son correctos. Luego asignan 20 puntos a cada cálculo original y 10 a cada uno de los integrantes que escribió un cálculo repetido. Gana el que tiene mayor puntaje después de 5 vueltas.

Mientras los alumnos juegan, el docente sólo intervendrá en aquellos casos en los que no haya acuerdo dentro de los grupos.

La calculadora es otro recurso para trabajar el cálculo mental de sumas y restas.[15] Por ejemplo, podemos plantear problemas que permitan, además de considerar los cálculos, analizar las relaciones entre la suma y la resta como operaciones inversas, así como las propiedades conmutativa y asociativa de la suma, que no se cumplen para la resta.

- Usando la calculadora, buscá qué número hay que sumarle a 170 para obtener 300.

Muchos alumnos encontrarán el número realizando sumas parciales hasta llegar al número solicitado, por ejemplo, 170 + 30 + 100. Otros reconocerán que es posible hacer 300 – 170. Una vez resuelto el problema, se puede discutir con todos la relación entre estos procedimientos.

[14] Fuenlabrada I. (2000), *Juega y aprende matemática*, Buenos Aires, Novedades Educativas.
[15] **Recomendación de lectura:** otras propuestas pueden encontrarse en "Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB", (2001), Documento Nº 6, Provincia de Buenos Aires, Dirección General de Cultura y Educación.

En otros casos, las situaciones de cálculo mental de sumas y restas que se pueden plantear con la calculadora exigen el análisis del valor posicional de los números involucrados. Por ejemplo:

- Colocá en el visor de la calculadora el número 370. Haciendo únicamente una suma, lográ que aparezca en el visor el número 1000.

También es posible plantear situaciones de cálculo mental con sumas y restas que apuntan a la estimación, como una estrategia para controlar el resultado de cálculos exactos realizados con papel y lápiz, o con calculadora. A futuro, esta estrategia podrá ser, además, usada para resolver otros problemas en los que solo se necesite el cálculo aproximado.

- Antes de hacer la cuenta, elegí el número que se aproxime más al resultado de este cálculo.

355 + 109 =	300	400	500	
4503 – 498 =	500	4000	400	5000

- Completá la tabla.

Cuenta	El resultado está entre…	Resultado aproximado	Resultado obtenido con calculadora	¿Son cercanos?	¿Estaba bien la estimación?
124 + 450	...00 y ...00?				
345 + 234	...00 y ...00?				
123 + 99	...00 y ...00?				

Luego del completamiento individual de esta tabla, los integrantes de una misma mesa podrán comparar los resultados aproximados que obtuvieron y analizar si las estimaciones fueron más o menos certeras. Es importante promover que los chicos expliquen a sus compañeros los procedimientos que utilizaron para que, en nuevas situaciones, otros alumnos puedan hacer uso de ellos.

Como ya lo hemos referido para 1^er^ y 2^o^ años/grados, durante el Primer Ciclo las propiedades de las operaciones aparecen como instrumentos para resolver problemas, no siendo necesario “ponerles nombre”. Al proponer problemas donde los alumnos construyen procedimientos originales para resolver cálculos o explicar los propuestos por otros, los chicos suelen descomponer los números (disociar) o cambiarlos de lugar (conmutar), según la conveniencia en cada caso. Por ejemplo, en este año/grado, en juegos como “El mayor con dados”, usan en forma indistinta 300 + 400 y 400 + 300, pero pueden considerar que 200 + 800 es más difícil que 800 + 200. Es conveniente destinar espacios de reflexión con todos los alumnos sobre cuándo es válido usar esta estrategia.

También podemos proponer actividades de investigación para discutir si siempre es posible cambiar el orden de los números en una cuenta sin que cambie el resultado, o cuál de los sumandos conviene poner primero para facilitar el cálculo. Así, las propiedades comenzarán a ser utilizadas como reglas prácticas aceptadas por el grupo, para más adelante ser explicitadas como tales.

Respecto de los algoritmos usuales, estos deberán incluirse como una forma más de calcular, prestando siempre atención a la necesidad de que sean los alumnos quienes elijan el tipo de cálculo en función de los números involucrados.

Priorizar un trabajo sólo con “cuentas paradas” lleva muchas veces a un uso poco reflexivo y que da lugar a errores. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\cancel{2}\,{}^{9}\cancel{0}\,{}^{1}\cancel{0}\,5 \\ -\ 1800 \\ \hline 105 \end{array}$$

cuando es fácil advertir mentalmente que 1800 + 200 = 2000 y que la diferencia es 205.

La práctica que se hace tradicionalmente sobre las cuentas puede enriquecerse si estas se seleccionan de modo que sea posible establecer relaciones entre ellas y se agregan preguntas que inviten a reflexionar tanto sobre los resultados como sobre los procedimientos.

$$\begin{array}{r} 1295 \\ +\ 1465 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 2685 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 3795 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1295 \\ +\ 1405 \\ \hline \end{array}$$

- ¿Por qué en los resultados de estas cuentas la cifra de las decenas es la misma que la cifra de las decenas del segundo sumando? Escribí otra cuenta donde ocurra lo mismo.

- Antes de resolver estas cuentas, ordenalas de modo que sus resultados queden de mayor a menos. ¿Cómo te diste cuenta?

$$\begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 800 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 827 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 865 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2043 \\ -\ \ 718 \\ \hline \end{array}$$

Plantear situaciones para avanzar desde los distintos procedimientos para multiplicar y dividir hacia los algoritmos usuales

En el inicio del año, es esperable que los alumnos resuelvan los problemas multiplicativos utilizando diferentes procedimientos,[16] que pueden incluir sumas y multiplicaciones.

Consideremos los que usan para un problema como el que sigue.

¿Cuántos botones hay que comprar para ponerlos en 9 delantales, sabiendo que llevan 2 en cada puño y 8 en el frente?

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ +\ \ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 2$$
$$+ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$
$$90 + 18 = 108$$

$$\begin{array}{rcl} 4 \times 9 & = & 36 \\ + \ \ 8 \times 9 & = & 72 \\ \hline 12 \times 9 & = & 108 \end{array}$$

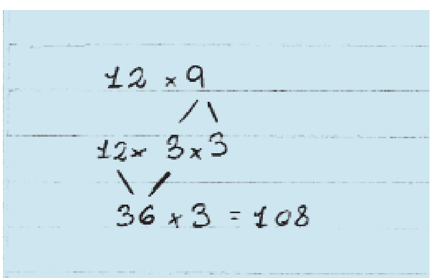
$$\begin{array}{rcl} 9 \times 10 & = & 90 \\ 9 \times 2 & = & 18 \\ \hline & & 108 \end{array}$$

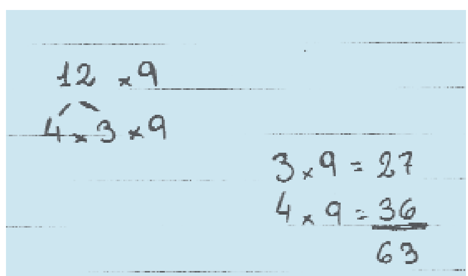
[16] Tal como se ha planteado en el apartado “Las representaciones”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno*, cuando el alumno produce una solución utiliza representaciones personales que pueden coincidir o no con las convencionales.

En los dos primeros procedimientos se plantean sumas sucesivas, pero se resuelven calculando de diferente modo, y en los dos últimos se plantean multiplicaciones. En el tercero, la forma de calcular remite a pensar por separado en los botones de los puños (4 x 9) y los del frente (8 x 9); en cambio en el cuarto, piensan en 12 x 9 y luego descomponen el 12 en 10 y 2, apoyados en que es más fácil pensar en esas tablas. En ambos se utiliza de modo intuitivo la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

En la discusión con los chicos sobre los procedimientos utilizados convendrá incluir cuestiones como: *¿llegan o no al mismo resultado?; ¿qué diferencias hay entre ellos?; ¿cuáles son más económicos?; ¿por qué?* El uso de la propiedad distributiva se puede explicitar al reflexionar sobre las diferentes formas de resolver, a partir, por ejemplo, de la semejanza entre los últimos dos procedimientos: en ambos casos se multiplicó “por partes” y después se sumó.

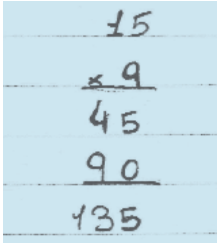
Una actividad interesante para plantear es el análisis de varios procedimientos diferentes, alguno de ellos con errores, con la consigna de “corregir” cálculos hechos por algunos alumnos, preguntando cómo y por qué fueron resueltos de este modo. Entre los procedimientos que se presentan también se podrían incluir algunos de los propuestos más arriba o aquellos que no hayan surgido en la actividad de producción. Otros procedimientos para presentar podrían ser los siguientes.

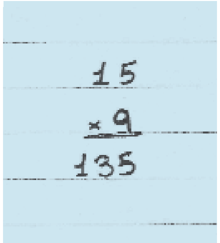




En ambos ejemplos se descompone un número en factores y se usa la propiedad asociativa, aunque en el segundo caso habrá que discutir con los chicos cómo se ha usado y por qué no se ha obtenido el mismo resultado que en el primer caso.

La consideración del algoritmo convencional para multiplicar por una cifra puede plantearse como parte del trabajo de análisis de procedimientos. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que expliquen cómo creen que pensaron algunos compañeros para obtener el resultado de alguna cuenta ya conocida.





A partir de los procedimientos utilizados por los niños, el algoritmo convencional se presenta entonces como el procedimiento basado en la propiedad distributiva y la descomposición de los números atendiendo al valor posicional de sus cifras.

En este sentido, conocer los productos de diferentes números por 10, 20, …, 100, 200, contribuye con la comprensión y el dominio del algoritmo.

Este trabajo debe ir acompañado del cálculo aproximado del resultado para que este funcione como un modo de control del procedimiento de cálculo exacto. Para ello se pueden presentar actividades como las siguientes.

Marcá el valor más cercano a la respuesta de cada problema y luego hacé la cuenta para obtener el valor exacto.

- En el primer día de viaje, Tati viajó 5 horas y recorrió 85 km en cada hora. ¿Cuántos kilómetros recorrió ese día?

300 400 500

- Andrés cumple hoy 10 años. ¿Cuántos días de vida tiene?

300 3000 400 4000

- Una botella de gaseosa te alcanza para servir 8 vasos, ¿cuántos vasos llenarás con 63 botellas?

400 500 600

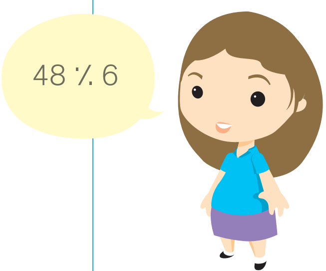
En cuanto al avance sobre formas de calcular divisiones, se pueden plantear situaciones que permitan a los alumnos descubrir otros procedimientos, tanto en casos con resto igual como distinto de 0.

Conviene que en un primer momento los niños resuelvan en pequeños grupos problemas como los planteados en “Plantear situaciones para multiplicar y dividir”, del modo como ya se ha explicado. Un nuevo ejemplo es el siguiente:

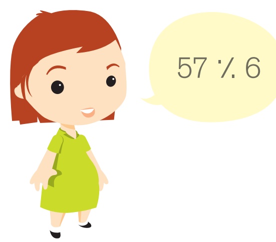
– Marcelo compró 48 caramelos para repartir a 6 amigos en el día de su cumpleaños. ¿Cuántos caramelos colocará en cada bolsita? ¿Y si compra 57 caramelos?

Luego es posible proponerles que comparen los procedimientos que ellos usaron con los propuestos en la siguiente situación, para que focalicen la relación de la división con la multiplicación.

- Analizá cómo pensó cada uno de estas chicas para resolver los cálculos.



Mariela: –Yo pienso por cuánto multiplico a 6 para que me dé 48. Voy probando 6 x 5 = 30, me falta; 6 x 10 = 60, me paso. Entonces pruebo con 6 x 8 = 48.
Ema: –Yo busco en la tabla pitagórica el número en la columna del 6 y miro en que fila está.



Mariela: –Yo pienso que 57 no está en la tabla del 6, entonces voy buscando 6 x 9 = 54 es más chico y si hago 6 x 10 = 60 es más grande. Entonces es 9 y me sobra algo.
Ema: –Yo busco en la tabla pitagórica en la columna del 6 y, como con 60 me paso, elijo 54 que está en la fila del 9. Me sobran 3.

- Usá las formas de Mariela y Ema para calcular 45 ⁒ 9 y 73 ⁒ 8.

Para avanzar en el algoritmo de la división, será necesario considerar números más grandes de modo que no se pueda resolver la cuenta apelando únicamente a la tabla memorizada, ni recurriendo a la tabla pitagórica, como se propone en el primer punto del problema siguiente. Si los niños han trabajado antes con descomposiciones, es probable que esto los conduzca a descomponer los números de algún modo para poder resolver. El análisis de los nuevos procedimientos y la comparación con otros, tal como se plantea en el segundo y tercer puntos, facilitará la comprensión de propiedades y operaciones involucradas en cada uno. Cuando se consideran contextos, vincular los números de la cuenta con las cantidades del enunciado, tal como se plantea en el último punto, permite evaluar la razonabilidad del resultado obtenido.

- Resolvé el problema siguiente

Como Ayelén ya completó su álbum de figuritas, decidió repartir las 89 figuritas que le sobraron entre sus mejores amigas: Belén, Ana, Rosario y María. ¿Cuántas le dará a cada una?

- Analizá cómo lo pensó Ayelén y compará con el procedimiento que vos utilizaste.

$$\begin{array}{r} 89 \\ -\ 40 \\ \hline 49 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ -\ 40 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -\ 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Belén} \\ 10 \\ +\ 10 \\ 2 \\ \hline 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{Ana} \\ 10 \\ +\ 10 \\ 2 \\ \hline 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{Rosario} \\ 10 \\ +\ 10 \\ 2 \\ \hline 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{María} \\ 10 \\ +\ 10 \\ 2 \\ \hline 22 \end{array}$$

- Compará esta división con la que usó Ayelén.

$$\begin{array}{lrl} & 89 & \underline{|\,4} \\ 4 \times 10 \longrightarrow & -\ \underline{40} & \ \ \underline{10} \\ & 49 & \ \ 10 \\ 4 \times 10 \longrightarrow & -\ \underline{40} & +\ \underline{2} \\ & 9 & \ \ 22 \\ 4 \times 2 \longrightarrow & -\ \underline{8} & \\ & 1 & \end{array}$$

- Señalá en la cuenta qué número indica:

la cantidad de figuritas para repartir
la cantidad de amigas
las figuritas que le toca a cada amiga
las figuritas que sobran

El algoritmo que se plantea en el tercer punto es muy similar al que se trabaja en el Segundo Ciclo, tanto para las divisiones con cociente de una cifra, como de dos o más. Si bien esta cuestión será analizada en profundidad en el *Cuaderno para el aula: Matemática 4*, la comprensión de un algoritmo para dividir de manera económica requiere, además de tener disponibles los productos, tener cierto dominio de las propiedades y de las descomposiciones de los números.

Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas en las tablas de multiplicar

En 3er año/grado, es necesario destinar un tiempo para realizar un trabajo específico que favorezca la construcción de un repertorio multiplicativo, es decir, un conjunto de cálculos memorizados y relacionados entre sí. Para ello, es posible apoyarse en los problemas multiplicativos que remiten a la noción de proporcionalidad y que permiten vincular distintas cantidades como en el ejemplo de las listas de precios de una librería planteado en el apartado "Plantear situaciones para multiplicar y dividir".

En la enseñanza clásica, solo se apunta a la memorización de los productos, pero en este caso el objetivo es avanzar a partir del establecimiento de relaciones entre los resultados de una misma tabla y entre los de distintas tablas.

La idea es construir con los chicos la tabla denominada pitagórica, que contiene los productos de números hasta el 10. Para ello, es posible organizar una secuencia de actividades propiciando un espacio de análisis y reflexión en torno de las relaciones numéricas involucradas y de los procedimientos utilizados al completar las tablas.

Paralelamente, se sugiere que cada alumno tenga en su cuaderno un cuadro donde registrará los productos que va memorizando para, luego, independizarse de su uso.

Secuencia para completar la tabla pitagórica: "Relacionar productos"

Actividad 1

Se presenta la tabla de las multiplicaciones como un cuadro de doble entrada, lo que permitirá ordenar los resultados de todas las multiplicaciones de los números hasta el 10. Para ello, debemos llevar a la clase un cuadro grande para trabajar de modo colectivo, por ejemplo en un papel afiche y, además, uno pequeño por alumno que cada uno pegará en su cuaderno.
Podemos explicar con un ejemplo cómo se ubican en la tabla dos factores y su producto: *el producto de 3 x 4 es 12, lo escribimos en…, y el producto 4*

x 3, ¿dónde les parece que se puede escribir? ¿Por qué?
Luego, podemos pedirles que *escriban los resultados que ya conocen.* No se les pedirá que completen toda la tabla, sino que escriban solo los productos que ya tienen memorizados.
Por último, se puede pedir que avancen y *completen el resto de los casilleros,* usando en este caso otro color de lápiz o birome.

Tabla pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Es necesario que, luego de realizada esta segunda consigna, se abra un espacio de reflexión y análisis en torno de lo realizado, en el que los alumnos puedan explicitar los distintos procedimientos utilizados. Por ejemplo, algunos explicarán que la llenaron verticalmente sumando sucesivas veces el número de la columna; otros contarán que, para completar los casilleros como 6 x 2 y 2 x 6, pensaron que algunos productos se repiten; otros dirán que escribieron primero las filas y las columnas de los números que les resultaban más familiares como 1, 2, 5 y/o 10. Una vez más, no se trata de elegir un procedimiento único sino de analizar los distintos procedimientos posibles.

Actividad 2
Para favorecer el establecimiento de relaciones entre los números de una misma columna y entre los de las distintas columnas de la tabla, el docente elegirá el orden para presentar consignas como las siguientes, según cuáles hayan sido las argumentaciones que los chicos explicitaron en la actividad anterior.

- *Consideren las columnas del 5 y del 10. Algunos chicos dicen que estos productos son fáciles de recordar; ¿ustedes están de acuerdo? ¿Por qué?*
- *Si se compara cada número de la columna del 5 con cada uno de los de la columna del 10 para la misma fila, ¿qué relación tienen?*

Las razones que suelen dar los chicos para responder la primera pregunta se refieren a los números en los que terminan todos los de la columna: *todos terminan en 0 o en 5,* y *todos terminan en 0.*
En cuanto a la segunda pregunta, se trata de que establezcan la siguiente relación: los números de la "tabla del 10" son el doble de los de la "tabla del 5", o que los de la "tabla del 5" son la mitad de los de la del 10.

Luego se puede avanzar con la siguiente pregunta:

- *Si continuáramos la columna del 10 poniendo los casilleros para 11 x 10, 12 x 10, hasta el 19 x 10, ¿qué números escribirían como productos?, ¿podrían decir rápidamente cuánto da 35 x 10?, ¿por qué?*

Se trata de arribar con los chicos a una conclusión sobre qué sucede cuando multiplicamos por la unidad seguida de ceros.
En una actividad posterior a esta secuencia, apoyados en la conclusión aquí obtenida, se podrá discutir sobre la multiplicación por los números redondos en general, es decir, x 20, x 30, x 40, x 100, x 200, etcétera.

También es posible preguntar por relaciones entre otras columnas de la tabla, expresadas por multiplicaciones o mediante sumas.

- *¿Qué columnas se pueden duplicar para obtener otras?*
- *Si se compara cada número de la columna del 2 con cada uno de los de la columna del 6 para la misma fila, ¿qué relación tienen? ¿Y si se compara con la del 10?*
- *¿Cómo se pueden obtener los números de la columna del 8 partiendo de los de la columna del 2?*
- *¿Qué columnas es posible sumar para obtener otra?*

Actividad 3

De mismo modo, se puede analizar en la tabla que hay distintos pares de factores para un mismo número, planteando la consigna:

- *Busquen los números que se repitan y, en cada caso, escriban los factores.*

Algunos de los números que se repiten aparecen dos veces y al escribir los factores puede concluirse que son los mismos en distinto orden, es decir, que se cumple la propiedad conmutativa. Por ejemplo, el 35, que es el producto que corresponde a 5 x 7 y a 7 x 5.
Otros productos, como por ejemplo el 12, el 24, el 36 o el 40, aparecen varias veces. Esto permitirá llegar a la conclusión de que algunos números admiten distintas descomposiciones multiplicativas en dos factores. Por ejemplo, para 12, aparecen en la tabla:

3 x 4	2 x 6
4 x 3	6 x 2

También es posible concluir que los números que están ubicados en la diagonal de la tabla pitagórica admiten una descomposición donde los dos factores son iguales.

Actividad 4

Antes de presentar esta actividad, se debe tapar o sacar el afiche con la tabla completada entre todos y aclarar que tampoco se pueden usar las tablas personales.

- Completá las siguientes tablas:

Tabla A

X	5	10	3	6	12
2					
4					
8					

Tabla B

X	5	7	8	9	10
5					
10					

Tabla C

X	4	8	3	7	11
3					
6					
9					

Esta actividad tiene como finalidad indagar si los chicos tienen disponible las relaciones establecidas en las actividades anteriores. Por ejemplo, tendrían que identificar los casos en que los resultados de una tabla son el doble (4 y 2, 8 y 4, 10 y 5, 6 y 3) o el triple (9 y 3) de los resultados de otra, o aquellos que se pueden obtener por suma de otros, como en la tabla C (los productos por 7 como suma de los x 4 y x 3, y los x 11 como suma de los x 8 y x 3).
Es probable que para completar esos casilleros los niños recurran a diversos procedimientos. Será conveniente promover la explicitación de sus argumentos para generar un intercambio en el aula. Por ejemplo, algunos dirán: *sé que 3 x 2 es 6, 3 x 4 es el doble y para 3 x 8 hago otra vez el doble.*

El propósito de esta secuencia no es la memorización de la tabla pitagórica, sino favorecer el establecimiento de distintas relaciones entre los productos. Es importante que alentemos a cada alumno a buscar el procedimiento que le resulte más fácil para recuperar rápidamente un producto que no recuerda, como, por ejemplo, 6 x 8, superando el procedimiento "tan difundido" de empezar a recitar la tabla desde el comienzo 6 x 1, 6 x 2 … hasta llegar a 6 x 8.

Plantear juegos para memorizar productos

Además del trabajo reflexivo que planteamos a propósito de la construcción de las tablas, conviene plantear actividades que permitan a los chicos memorizar los productos. Así como en su momento planteamos la importancia de que dispongan de un repertorio aditivo, en 3er año/grado también sugerimos apuntar a que los alumnos posean un repertorio multiplicativo.

> **"Multiplicando dados":** calcular productos
> **Materiales:** 3 dados.
> **Organización de la clase:** se forman grupos de 4 niños, uno de los cuales es el secretario.
> **Desarrollo:** el secretario es el encargado de tirar los dados y anotar el puntaje. En cada ronda, los tira y los jugadores, al mismo tiempo, deben decir cuál es el resultado de multiplicar los valores obtenidos en los 3 dados. El que primero dice el resultado correcto gana. Antes de anotar el puntaje debe contar al resto cómo lo pensó.

En este juego se pretende que los niños busquen formas de asociar los 3 factores para resolver el cálculo y luego reflexionen sobre cuál o cuáles les resultaron más rápidas y por qué. Para ello, es conveniente efectuar el registro de los cálculos que se realicen.

"El Gato":[17] relacionar productos y factores

Materiales: copia del tablero con el cuadro de productos y la fila de factores, 2 clips o botones para usar como señaladores de los factores y 36 fichas de dos colores diferentes.

Fila de factores

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cuadro de productos

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

Organización de la clase: en grupos de 4 alumnos, subdivididos en 2 equipos; cada equipo toma las fichas de un color.

Desarrollo: un jugador del primer equipo escoge 2 números de la fila de factores, los marca con los señaladores y multiplica estos números colocando una ficha de su color en la casilla que contiene el producto. Por ejemplo, señala 5 y 6 y pone la ficha en el 30.

Luego, un jugador del otro equipo mueve solo uno de los señaladores a otro número en la fila de factores. Este jugador multiplica los números ahora señalados y coloca una ficha de su color en la casilla del producto.

[17] Tomado de Murphy P.; Lambertson L. y Tesler P. (2004), *The Math Explorer: Games and Activities for Middle School Youth Groups and Exploratorium Grades 7–12*, Emeryville, California, Key Curriculum Press.

Por ejemplo, mueve el señalador del 6 al 8 y le queda entonces 5 x 8 = 40. Ambos señaladores se pueden colocar en el mismo número, por ejemplo, para 5 x 5.
Si este producto ya ha sido tomado, pasa el turno al equipo contrario.
Los equipos siguen alternando turnos y gana el jugador que cubre 4 casillas en línea, sin espacios vacíos en medio. La línea puede ser horizontal, vertical y diagonal.
Si alguno de los jugadores descubre que su contrincante comete un error en la multiplicación, puede capturar la casilla correcta, tras decir el producto correcto.

Es interesante destacar que, al anticipar posibles jugadas del jugador contrario para bloquear su camino, los niños comienzan a buscar descomposiciones en factores de los números y fortalecen así las relaciones entre multiplicación y división. En el mismo sentido, luego de varias partidas, resulta conveniente discutir si hay algunos números que son "más fáciles de obtener", explicitando y comparando la cantidad de descomposiciones en factores que admiten distintos números.

En ambos juegos, es necesario que los chicos establezcan relaciones para ganar, pero la rapidez requerida lleva a la conveniencia de memorizar las tablas. Al jugar en reiteradas oportunidades los alumnos podrán observar que sus progresos en la memorización de las tablas producen mejores resultados.

Para trabajar con la información

Cuando consideramos la resolución de problemas aritméticos, es necesario destinar un tiempo para centrarnos en el análisis de los aspectos ligados a la información que se proporciona y a aquella que se quiere averiguar, por ejemplo, la diferenciación entre datos e incógnitas, la selección de la información y su organización, la interpretación en el contexto y su identificación según el soporte en el que se presenta (enunciado verbal, gráfico, tabla, etc.), la discusión acerca del número de soluciones (una, varias o ninguna) o la producción de problemas a partir de la información presentada en diferentes portadores.

Otro aspecto a considerar al trabajar con la información es la recolección y organización de datos. Este trabajo podrá comenzar con actividades de interpretación de tablas ya confeccionadas, para luego avanzar en la elaboración de otras en nuevos problemas. Para la construcción de tablas, en algunos casos, se puede proporcionar la información desordenada y pedir que la organicen y, en otros, se puede proponer que primero recolecten los datos para luego confeccionar tablas.

Plantear situaciones para establecer relaciones entre datos e incógnitas

Dado que muchos niños piensan que un problema es un enunciado con números que tienen que usarse en una o varias cuentas y cuyo resultado constituye la única respuesta a la pregunta planteada, un desafío importante será ofrecer distintas alternativas que cuestionen tal idea, haciendo un trabajo específico sobre el tratamiento de la información. Para ello, propondremos a los alumnos problemas con diferentes formas de presentación, tareas a realizar y número de soluciones.[18]

En este año/grado, resultará interesante plantear situaciones en las que se deba identificar información pertinente, faltante, superflua, contradictoria, ya que la mayoría de los niños suelen pensar que *todos los datos de un problema están para ser usados.*

Por lo tanto, con propuestas como las que se detallan a continuación, apuntamos a que la búsqueda y la selección de los datos de un problema formen parte de su resolución. Veamos cuatro ejemplos.

- Un grupo de folclore se presentó en el club “El Progreso”. Se dieron dos funciones: una a las 18.00 hs. y otra a las 20.30 hs. El precio de las entradas era $ 8 para mayores, $ 5 para menores y $ 3 para jubilados. Asistieron 250 personas en cada función. ¿Podrían saber cuánto dinero se recaudó? Si no es así, expliquen por qué.

Es esperable que los alumnos reconozcan que la información disponible no es suficiente para responder la pregunta ya que no se cuenta con la información relativa a cuántas entradas de cada tipo (mayores, menores o jubilados) se vendieron. Sin embargo, sería posible estimar un valor máximo (250 x 8 x 2) y un mínimo (250 x 3 x 2) para la recaudación. Por otra parte, es posible discutir con los alumnos qué preguntas podrían responderse con la información disponible.

- Juan tenía 345 estampillas en su colección. Su tío le trajo nuevas estampillas de 5 países diferentes de América. ¿Cuántas estampillas tiene ahora Juan?

[18] **Recomendación de lectura:** otras actividades para trabajar con la información se encuentran en *Propuestas para el aula*, material elaborado por el Equipo de Gestión curricular del Ministerio de Educación de la Nación (2000).

En este caso, al igual que en el anterior, también falta información para poder responder la pregunta formulada: la cantidad de estampillas que le trajo el tío. También hay un número que resulta irrelevante para hallar la solución al problema: que las estampillas sean de 5 países de América.

- Alicia dice que, del total de 48 figuritas que tenía cuando era chica, regaló 27 a una prima y 31 a otra. ¿Puede ser? ¿Por qué?

En este enunciado, se espera que los niños puedan identificar que hay información contradictoria.

- Tengo 30 golosinas para repartir en bolsas. Si puedo colocar 10 o 5 en cada una, ¿de cuántas maneras puedo armarlas?

Aquí se apunta a refutar una hipótesis que sustentan los niños: los problemas tienen una única solución. Algunos niños encontrarán una sola respuesta al problema, pero la confrontación con los resultados de otros compañeros pondrá en evidencia que son varias las respuestas posibles. Se espera que puedan aparecer, entre otras, respuestas como: colocar 10 golosinas en 3 bolsas; usar 4 bolsas colocando en 2 de ellas 10 y en las otras 2, 5; armar 6 bolsas con 5 golosinas cada una.

A través de investigaciones didácticas se ha comprobado que algunos alumnos, ante un enunciado como el siguiente, suman los números que figuran en él, sin advertir que la información no es pertinente para responder la pregunta:

- Jorge tiene desde que nació 2 tortugas, 4 perros y 5 gatos. ¿Cuántos años tiene Jorge?

De acuerdo con lo planteado, transcribimos un fragmento del registro de una clase de un 3er año/grado en la que se presentó la siguiente discusión:

Registro de clase

Maestra: –*Les voy a pedir que copien el problema en sus cuadernos, lo lean* (dice "lean" con un tono de voz más alto y pausado), *lo resuelvan solitos, y después lo conversaremos entre todos. Yo voy a ir circulando por los bancos; el que tiene alguna duda, me pregunta.*
Después de un breve lapso de tiempo…
Varios: –*¡Seño, es refácil! ¡Estas cuentas las hacíamos en 1º!*
Maestra: –*Ajá, después lo*

corregimos entre todos…
Federico (meneando la cabeza): *–¡Y yo qué sé cuántos años tiene Jorge! No se puede mezclar una cosa con otra…*
La maestra se acerca a Federico y le dice que si cree que no puede averiguarlo, escriba en su cuaderno por qué y después lo va a leer para todos.
Carolina y Juan Manuel dicen que no lo pueden resolver. La maestra realiza con ellos la misma intervención que con Federico.
Luego de un rato, comienza la puesta en común.
Maestra: *–Voy a pedir que alguien me dicte cómo lo resolvió para que pueda anotarlo en el pizarrón.*
Muchos al unísono: *–¿Puedo yo? Es de suma…*
Maestra: *–A ver, Tomás, te escucho…*
Tomás: *–Hice 4 + 5 + 2 y me dio 11.*
Maestra (escribe el cálculo que le dictó Tomás en el pizarrón): *–¿11 qué?*
Varios a coro: *–Años.*
Federico: *–¡No dan años, dan los animales que tiene Jorge!*
Maestra: *–Carolina, Juan Manuel y Federico creen que este problema no puede resolverse, sin embargo, muchos de ustedes encontraron una solución…*
Renata: *–Sí, encontramos una solución para saber la cantidad de animales, pero no sabemos cuántos años tiene…*
Joaquín: *–Mi prima tiene 7 años y tiene 3 perros y 4 gatos.*
(Silencio.)
Maestra: *–Es una casualidad que haya coincidido, si fuera así todos los que viven con tu prima tendrían que tener 7 años.*
Verónica: *–Yo tengo 2 perros y no por eso tengo 2 años…*
Maestra: *–¿Y entonces?*
Carolina: *–Está mal el problema.*
Maestra: *–¿Cuál sería la respuesta a este problema? Federico, contá vos.*
Federico: *–Yo escribí en mi cuaderno que no puedo contestarlo porque lo que me dice el problema no me sirve para lo que me está preguntando.*
Maestra: *–¿Qué piensan los demás?*
Varios: *–Que tiene razón.*
Maestra: *–¿Qué podríamos cambiarle al enunciado del problema para que sí se pueda responder?*
Brian: *–La pregunta. Si preguntara "¿Cuántos animales tiene Jorge?", entonces sí se podría responder.*
Maestra: *–Bien, entonces, podemos sacar una conclusión: es importante mirar bien si lo que dice el enunciado me sirve o no para contestar la pregunta.*
Hablan varios chicos a la vez:
–Tenemos que fijarnos en lo que nos dice el problema y lo que nos pregunta.
Maestra: *–Los que tienen algo para corregir en sus cuadernos, lo hacen ahora. Mientras tanto, yo voy a escribir las conclusiones a las que llegamos en el pizarrón para que las copien a continuación.*

En el pizarrón queda escrito: *para resolver un problema tengo que fijarme si lo que dice el enunciado me sirve para contestar la pregunta.*

La maestra aclara que la información de un problema que se usa para responder la pregunta se llama dato.

Además de presentar diferentes enunciados de problemas, podemos generar un espacio de discusión en el aula en el que los alumnos tengan que modificar un enunciado dado para que un problema que tiene una única solución admita otras posibles o a la inversa. Por ejemplo:

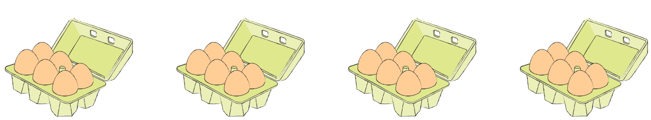
- La mamá de Nati pagó $ 130. ¿Qué billetes usó?

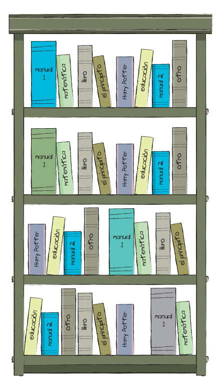
Tal como está planteado, este problema admite varias respuestas (1 billete de $ 100, 2 de $ 10 y 2 de $ 5; 2 billetes de $ 50 y 3 de $ 10, etc.). Pero si agregamos al enunciado que *la mamá de Nati pagó con la menor cantidad de billetes posible*, entonces solo podrá responderse de una manera: un billete de $ 100 y tres de $ 10.

Situaciones similares a las propuestas nos llevarán a reformular enunciados para que tengan información contradictoria, faltante, superflua, etcétera.

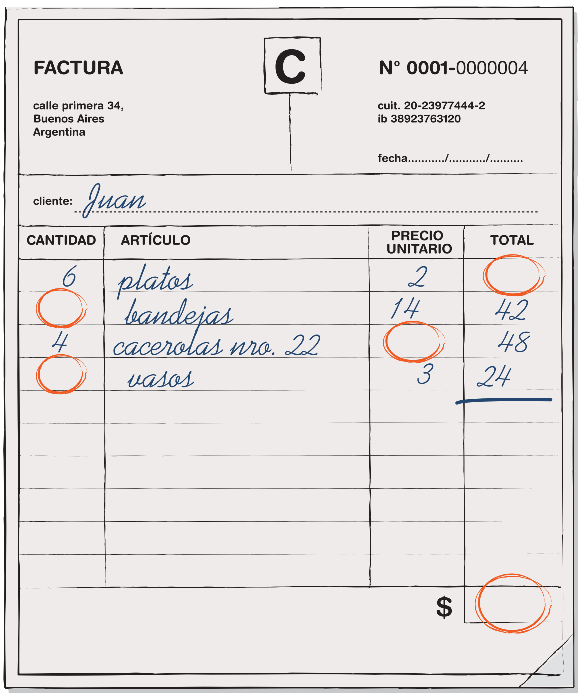
Las actividades en las que se propone elaborar problemas a partir de informaciones presentadas en diferentes soportes requiere que los alumnos seleccionen qué incluirán en su enunciado y elaboren una pregunta, para lo cual tendrán que anticipar la o las operaciones que permitan responderla. Por ejemplo, se puede presentar solo información gráfica o una combinación de esta con información numérica en diferentes contextos.

- Para cada dibujo inventá dos problemas: uno que se pueda resolver con una división y otro que requiera una multiplicación.





- Completá los espacios en blanco de la siguiente factura.



FACTURA **C** N° 0001-0000004

calle primera 34,
Buenos Aires
Argentina

cuit. 20-23977444-2
ib 38923763120

fecha........../........../..........

cliente: Juan

CANTIDAD	ARTÍCULO	PRECIO UNITARIO	TOTAL
6	platos	2	
	bandejas	14	42
4	cacerolas nro. 22		48
	vasos	3	24

$

También se puede, para la misma información, mostrar una resolución realizada por un alumno y que la tarea sea elaborar una pregunta que pueda dar lugar a dicha resolución.

Sin duda, la variedad de consignas que cada maestro puede proponer en clase estará determinada por el grupo con el que trabaja, así como por la confianza que tenga en que, frente al enunciado de un problema, un trabajo como el propuesto independizará a los chicos del “no entiendo”.

Plantear situaciones para obtener y organizar datos

La tarea de recolección y organización de datos es conveniente plantearla en el marco de una actividad que le otorgue sentido. Por ejemplo, si los alumnos de la escuela tuvieran que elegir un nombre para la nueva biblioteca o los chicos de 3º tuvieran que decidir cuál de los nombres que han sido propuestos para participar en un torneo –“Tercero aventura”, “Tercera estación” y “Ter-cero”– será el elegido.

En cualquiera de los casos, es posible debatir con los niños acerca de la manera más conveniente de recabar la información necesaria y de cómo organizar y registrar los resultados obtenidos.

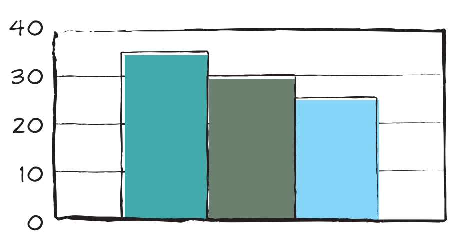
Por ejemplo, en el último caso, luego de la votación, se pueden registrar los votos en una tabla para luego contarlos:

Nombre del grupo	Cantidad de votos	Total
Tercero aventura	IIIII IIIII IIII	14
Tercera estación	IIIII I	6
Tercero	III	3

Podemos plantear preguntas como las siguientes: *¿cuál fue el nombre más votado? ¿Cuántos votos obtuvo? ¿Cuántos chicos votaron en total? ¿Qué diferencia de votos hay entre el que ganó y el que salió en tercer lugar?* Algunas de estas preguntas las contestarán identificando los datos en la tabla y otras operando con ellos.

También podemos proponer actividades que apunten a la interpretación de la información contenida en otras representaciones diferentes de un enunciado, como es el caso de las tablas o los gráficos. Para este último caso, por ejemplo, podemos proponer que resuelvan la siguiente situación:

- Este gráfico representa la cantidad de alumnos que hay en 1º, 2º y 3er años/grados de una escuela. Si sabemos que la mayor cantidad de alumnos es de 1º y la menor cantidad está en 3º, podría preguntarse:



¿qué año representa cada color? ¿Podemos saber qué cantidad de alumnos hay en cada grado? ¿Qué tuvieron que mirar para poder responder?

La variación y la significatividad de los contextos propuestos en los problemas, la diversidad de tareas que se propongan a los alumnos, una gestión de la clase en la que se incluyan el análisis del resultado y el procedimiento elegido y la validación de las respuestas dadas permitirán que los alumnos "entren en el juego" de interesarse por modelizar matemáticamente.

De este modo, la lectura del problema y la interpretación de la consigna configuran un espacio de intercambio entre el docente y los alumnos en el que es posible discutir, sin que el docente explique lo que los alumnos deberán construir, pero sí aclare todo lo necesario para que puedan entender la consigna y realizar correctamente la tarea propuesta. Los alumnos, a la vez, ganan más confianza para interpretar lo que se les pide, solo preguntan lo necesario para entender y progresan de este modo hacia una forma de trabajo más autónoma.

nap

El reconocimiento y uso de relaciones espaciales en espacios explorables o que puedan ser explorados efectivamente.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características.*

La diferenciación de distintas magnitudes y la elaboración de estrategias de medición con distintas unidades.

* La complejidad de la tarea crece en función de la combinación entre la figura utilizada, el tipo de papel y los instrumentos que se proporcionen.