

Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo

Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo

Palabras previas

Quienes enseñamos necesitamos revisar permanentemente qué hacemos y para qué lo realizamos. Sabemos, por una parte, que cada una de nuestras experiencias tiene características singulares e irrepetibles; así, cada año, un nuevo grupo de alumnos nos plantea un desafío renovado. Por otra parte, los conocimientos que enseñamos y nuestras estrategias de enseñanza también se modifican; y son, además, cajas de resonancia de múltiples transformaciones y necesidades que tienen lugar en la sociedad, en sentido amplio y, en particular, en los campos de saber.

Por eso, en estas páginas volvemos sobre ciertos aspectos de la tarea de enseñar que seguramente no son nuevos, pero sí centrales para promover mejores aprendizajes.

Preguntarse qué significa aprender Matemática; qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema; analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos; estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudarnos a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

Pensar la actividad matemática en la ciencia y en la escuela

El conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales.

Cuando se quiere estudiar una determinada situación o interactuar con ella desde la Matemática, se formulan preguntas que pueden referirse tanto al mundo natural y social como a la misma Matemática. Para responderlas, se utilizan **modelos matemáticos** conocidos o se elaboran conjeturas y se producen nuevos modelos. En todos, las conclusiones que se elaboran se interpretan para determinar si responden o no a las preguntas planteadas inicialmente.

También forma parte de este proceso mejorar la eficacia de los modelos que se crean y de las formas de comunicar los descubrimientos, así como establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya se conoce.

El proceso de construcción y las conclusiones resultantes tienen rasgos específicos: un modo particular de pensar y proceder, y conocimientos con características particulares. Estos conocimientos permiten **anticipar** el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente. Por ejemplo, para determinar *de cuántas formas distintas puedo combinar 5 entradas, 12 platos centrales y 10 postres diferentes en un restaurante*, es posible calcular el producto $5 \times 12 \times 10$ sin necesidad de armar las diferentes posibilidades y contarlas. Por otra parte, los resultados se consideran **necesariamente verdaderos** si, para obtenerlos, se han respetado reglas matemáticas. Por ejemplo, para la multiplicación planteada en el problema anterior, se puede justificar que $5 \times 12 \times 10 = 5 \times 2 \times 6 \times 10 = (5 \times 2) \times 10 \times 6 = 10 \times 10 \times 6$, aplicando propiedades de la multiplicación. En el mismo sentido, al trabajar con figuras en geometría es posible afirmar, aun sin hacer ningún dibujo, que si se construye un cuadrilátero cuyas diagonales son distintas, este no puede ser un cuadrado pues, si lo fuera, tendría sus diagonales iguales.

A la vez, la obtención de nuevos resultados conlleva la necesidad de crear un lenguaje para comunicarlos. Los números, las figuras y las relaciones tienen **representaciones** cuyo uso se conviene entre los matemáticos.

De esta manera, la actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados.

Esta forma de trabajar en Matemática debería ser también la que caracterice la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de que los alumnos **entren en el juego matemático**, es decir, que se ocupen de producir conocimientos nuevos (para ellos) frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos. Luego, con la intervención del maestro, los reconocerán como conocimientos que forman parte de la Matemática. Así, en la escuela, los niños deberían ser introducidos en la cultura matemática, es decir, en las formas de trabajar “matemáticamente”.

Desde esta perspectiva, entendemos que **saber Matemática** requiere dominar los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Reconsiderar el sentido de la Matemática en la escuela

La concepción que cada persona se va formando de la Matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se

aprende de un modo sistemático a usar la Matemática. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la Matemática, en lugar de plantearse **como la introducción a la cultura de una disciplina científica**, se presenta solo como el dominio de una técnica, la actividad en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación “hay que hacer” en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo ni en qué circunstancia hacer cada cosa. Esta enseñanza ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de “éxito”, cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender Matemática de este modo. Por otra parte, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar solo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar “matemáticamente”, también es insuficiente. El trabajo que implica volver sobre lo realizado, por uno mismo o por los compañeros, exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento que se pone en juego en la resolución de los problemas, en las formas de obtenerlo y de validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela (las nociones y las formas de trabajar en Matemática) no tendrán, a futuro, las mismas posibilidades de reutilización, ya que quedarían asociados a su uso en algunos casos particulares.

En síntesis, “cómo” se hace Matemática en el aula define, al mismo tiempo, “qué” Matemática se hace, y “para qué” y “para quiénes” se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la Matemática de unos pocos o de todos.

Priorizar un tipo de trabajo matemático

Resulta pues vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la Matemática, la **construcción del sentido** de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos y que suponga para cada uno:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado, vinculando lo que se quiere resolver con lo que ya se sabe y plantearse nuevas preguntas.

- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutir las con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.
- Producir textos con información matemática avanzando en el uso del vocabulario adecuado.

Elegir los problemas

Estamos afirmando que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos?

En principio, la posibilidad de dominar una noción matemática con suficiente nivel de generalidad como para poder utilizarla en distintas situaciones dependerá de que la variedad de problemas considerados al estudiarla sea representativa de la diversidad de contextos de uso, de significados y de representaciones asociados a la noción. También habrá que tener en cuenta que la noción que se quiere enseñar surja como una “herramienta necesaria” para resolver el problema y no como una definición que hay que aplicar, y que la presentación de la información no fomente ideas estereotipadas acerca de los modos de resolución.

Consideramos que cada actividad constituye un **problema matemático** para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones.

En este sentido, la actividad que puede resultar problemática para un alumno no lo es necesariamente para otro, puesto que depende de los conocimientos de que dispone. Así, para atender la heterogeneidad en cada grupo de alumnos

respecto de sus conocimientos iniciales y dar a todos la posibilidad de construir una solución es necesario plantear buenas preguntas, confiar en que todos los niños pueden responderlas de algún modo, admitir diferentes procedimientos y, luego, trabajar con los conocimientos que surjan para avanzar hacia los que se quiere enseñar por medio del planteo de nuevas preguntas.

Los contextos

Se parte de la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución.

Esos problemas constituyen el o los contextos para presentar la noción a los alumnos. Por ejemplo, el cálculo de puntos en un juego, la construcción de una figura, la elaboración de un procedimiento para realizar un cálculo son contextos posibles para presentar la suma, los rectángulos o la propiedad conmutativa.

Para cada noción es posible considerar diferentes contextos que nos permitan plantear problemas en los que la resolución requiera su uso. Estos contextos podrán ser matemáticos o no, incluyendo entre estos últimos los de la vida cotidiana, los ligados a la información que aparece en los medios de comunicación y los de otras disciplinas.

Por ejemplo, la noción de multiplicación de decimales es frecuentemente tratada por medio de la resolución de problemas, como *¿Cuál es el precio de 2,5 kg de carne sabiendo que el kg vale \$ 8,7?* En este caso, se trata de un **contexto no matemático** de la vida cotidiana. También habrá que plantear que *calculen el área de un rectángulo de 2,5 de base y 8,7 de altura* (expresadas en una unidad arbitraria de longitud), que también requiere realizar una multiplicación. En este caso se trata de un **contexto matemático**. En los dos casos, la multiplicación es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y “funciona” en esos casos particulares.

En este sentido, al producir la solución, el alumno sabe que en ella hay conocimiento matemático, aunque no logre identificar cuál es. Para que pueda reconocerlo, tendremos que intervenir nombrando las nociones del modo en que se usa en la disciplina y reformulando las conclusiones alcanzadas por el grupo con representaciones lo más próximas posibles a las convencionales, es decir reconociendo como conocimientos matemáticos los que se usaron como instrumento de resolución, ahora independientemente del contexto. Asimismo, se podrán relacionar esos conocimientos con otros que fueron trabajados anteriormente.

Al presentar cada noción en diferentes contextos, y descontextualizarla cada vez, se amplía el campo de problemas que los alumnos pueden resolver con ella. De este modo, con cada nuevo problema, los chicos avanzan en la construcción de su sentido.

En todos los casos, los contextos tendrán que ser **significativos** para los alumnos, es decir que implicarán un desafío que puedan resolver en el marco de

sus posibilidades cognitivas y sus experiencias sociales y culturales previas. Asimismo, los conocimientos involucrados en el problema deberán cobrar interés para ellos y ser coherentes desde el punto de vista disciplinar.

Al interactuar en su vida social, los niños aprenden las prácticas habituales de cada comunidad y construyen saberes, algunos de los cuales están ligados a la Matemática. Son estos saberes los que debemos recuperar en la escuela para vincularlos con los conocimientos que deben aprender, ya sea para reconocerlos como parte de ellos y sistematizarlos, como para utilizarlos en nuevos contextos. De este modo, es esperable que los alumnos puedan incorporar en su vida cotidiana nuevas prácticas superadoras y valorar el aporte brindado por la escuela para su adquisición.

Los resultados de investigaciones realizadas sobre el uso de conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, como hacer compras de alimentos, dan cuenta de los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos acerca de “cuánto” compramos y muestran que a veces no utilizamos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, tenemos en cuenta las preferencias o necesidades de los integrantes de la familia y no sólo la relación precio/cantidad o restringimos la compra a la cantidad de dinero disponible. Al formular ese tipo de problemas con propósitos de enseñanza, seleccionamos algunos datos que intervienen en la situación o contexto real. Así, las relaciones que se establecen entre los datos para encontrar la respuesta están más relacionadas con los conocimientos que se quieren enseñar que con la situación real que da origen al problema.

Al elegir los problemas, también es esencial revisar los enunciados y las preguntas que presentamos, pues muchas veces se incluyen preguntas que carecen de sentido en sí mismas, pues no aluden a problemas reales o verosímiles. Por ejemplo, si en un enunciado se habla de la suma de las edades de dos hermanos o de la cantidad de hormigas de dos hormigueros, cabe preguntarse quién puede necesitar estos valores y para qué.

Un contexto muy utilizado en la clase de Matemática es el de los juegos. El sentido de incluirlo va más allá de la idea de despertar el interés de los alumnos. Jugar permite “entrar en el juego” de la disciplina matemática, pues se eligen arbitrariamente unos puntos de partida y unas reglas que todos los participantes acuerdan y se comprometen a respetar. Luego, se usan estrategias que anticipan el resultado de las acciones, se toman decisiones durante el juego y se realizan acuerdos frente a las discusiones.

No debemos perder de vista que, al utilizar el juego como una actividad de aprendizaje, la finalidad de la actividad para el alumno será ganar, pero nuestro propósito es que aprenda un determinado conocimiento. Por eso, el hecho de jugar no es suficiente para aprender: la actividad tendrá que continuar con un momento de reflexión durante el cual se llegará a conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el juego. Luego, convendrá plantear pro-

blemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: partidas simuladas, nuevas instancias de juego para mejorar las estrategias, tareas a realizar con los conocimientos descontextualizados.

Los significados

Cada noción matemática resuelve un cierto conjunto de problemas; sin embargo, no tiene el mismo significado en todos los casos. Por ejemplo, el número racional $3/4$ es respuesta a distintos problemas. Veamos algunos: *Si de 4 bolitas, 3 son negras, ¿qué parte de las bolitas es negra?*; *María tiene 3 tortas para repartir en partes iguales entre sus 4 hijos, ¿cuánto come cada uno?*; *si el segmento A mide 3 cm y el segmento B mide 4 cm, ¿cuál es la medida de A en relación a B?* En estos problemas se establecen diferentes relaciones entre las cantidades involucradas. En el primer problema, $3/4$ representa la relación entre una parte (en este caso subconjunto de cardinal 3) con el todo (conjunto de cardinal 4). En el segundo problema, $3/4$ indica el resultado de dividir 3 entre 4 (en este caso repartir 3 entre 4), mientras que en el tercer problema, indica la medida de un objeto, resultado de la comparación entre los tamaños del segmento A y del segmento B.

Cada uno de estos significados exige y pone en funcionamiento aspectos diversos del concepto de número racional y también de distinto orden de complejidad. Esto obliga a pensar en cómo es posible organizar su abordaje en el tiempo.

A lo largo de su recorrido por el Segundo Ciclo, los alumnos deben ir trabajando con estos significados, pero a su vez en cada uno de ellos se requiere del planteo de distintos problemas que permita tratar aspectos relativos al orden de racionales, a la equivalencia, a la operatoria aditiva y multiplicativa. Esto indica que para cada significado es necesaria la construcción de un conjunto de problemas de diferentes niveles de complejidad.

Las representaciones

En el conjunto de problemas que seleccionamos también es necesario tener en cuenta las distintas representaciones posibles de la noción que queremos enseñar, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en sus distintas representaciones pudiendo pasar de una a otra y elegir la más conveniente en función del problema a resolver.

Es importante señalar que, por ejemplo, cuando no se articulan las distintas representaciones del mismo número racional, muchos niños conciben “las fracciones” como objetos distintos de “los números decimales”. Para representar un mismo número racional se pueden escribir las siguientes expresiones: $1 + 1/2$; $1 \frac{1}{2}$; $3/2$; $3 \times 1/2$; 1,5 y 1,50, utilizar la recta numérica,

establecer equivalencias con otras expresiones fraccionarias y decimales o expresiones como: $1 + 5 \times 1/10$ o 150%. Sin embargo, y aunque podrían ser usadas indistintamente en tanto refieren al mismo número, los contextos de uso y las estrategias de cálculo suelen determinar la conveniencia de utilizar una u otra representación.

Otras representaciones de las fracciones que suelen aparecer en las producciones de los alumnos son distintas formas gráficas, como círculos o rectángulos. En estos casos, deberían ser analizadas en el grupo, socializadas, para darles un lugar entre los conocimientos construidos en la clase y, posteriormente, incluirlas en las actividades que presentemos. El tiempo que aparentemente se “pierde” en este trabajo de analizar las representaciones en función del problema que se está resolviendo, se “gana” en la significatividad que cobran para el alumno. Del mismo modo, el uso o no de materiales “concretos” debería ser decidido por el alumno en función de sus necesidades, que estarán ligadas al estado de sus conocimientos.

Asimismo, en Geometría, para representar una figura se usan dibujos, textos que describen el conjunto de propiedades que cumple e instructivos que permiten construirla. Durante este Ciclo, habrá que propiciar discusiones acerca de las características de estas distintas representaciones, y la transformación de una en otra, para que los alumnos avancen en la conceptualización de los objetos matemáticos y los diferencien de sus representaciones. En este caso, el obstáculo fundamental es la identificación de una figura con un dibujo particular.

Al plantear los problemas, deberemos promover que la representación que cada alumno utilice sea una forma de expresar lo que está pensando, y que el debate posterior a las producciones sobre la pertinencia y economía de estas permita su evolución hacia las representaciones convencionales. Que los alumnos vayan evolucionando en el uso de las representaciones será una tarea a largo plazo.

Las relaciones entre preguntas y datos

Algunos de los problemas que se presentan y funcionan como contexto para utilizar una noción permiten trabajar lo que denominamos **tratamiento de la información**. En estos casos, tanto para los contenidos del Eje “Número y Operaciones”, como para el de “Geometría y Medida”, lo que se pone en juego es la relación entre las preguntas y la construcción de datos para responderlas.

Muchas veces, detectamos que los alumnos intentan resolver un problema aritmético buscando la operación que deben realizar para solucionarlo. Esa forma de enfrentarse al problema está fomentada por la estructura y el contenido de muchos enunciados que forman parte de la tradición escolar y por el tratamiento que se les da en clase. En ellos suelen aparecer todos los datos necesarios para responder a la pregunta que se hace y esta se refiere al resultado

de una operación entre ellos. En muchos casos, además, el maestro que ya enseñó los cálculos propone a los alumnos que identifiquen “la” operación y espera que resuelvan el problema sin dificultad.

La resolución de problemas requiere, en cambio, generar en los chicos la necesidad de leer e interpretar el enunciado o la información que se presenta para construir una representación mental de la situación que les permita plantearse alguna estrategia inicial para su resolución. Esta necesidad se puede instalar variando tanto la forma de presentación del enunciado como el tipo de tarea que el alumno debe realizar, e incluyendo problemas que tengan una, varias o ninguna solución.

Los enunciados pueden ser breves relatos o textos informativos de otra área de conocimiento, tener datos “de más” e incluir imágenes. Las preguntas también serán variadas: algunas no se podrán contestar, otras se contestarán con un dato y sin operar, y otras requerirán hacer una operación, pero la respuesta podrá ser una información diferente del resultado de la misma. También los alumnos podrán proponer problemas, para lo cual se puede dar información y pedir que formulen preguntas o presentar datos y respuestas para elaborar una pregunta que los relacione. A la vez, tendremos que organizar la clase de modo que cada alumno pueda interpretar el problema y tomar una primera decisión autónoma a propósito de su resolución.

En Geometría, la tradición escolar sólo incluye problemas para el caso de cálculos de medidas, como el perímetro, la superficie y el volumen, y su tratamiento es el mismo que el mencionado.

La propuesta de este enfoque es problematizar el trabajo con las construcciones, considerándolas un medio para conocer las propiedades geométricas. En este sentido, las actividades de reproducción de figuras permiten a los alumnos poner en juego en forma implícita las propiedades involucradas y avanzar luego hacia otras que requieran su explicitación. Además, en Segundo Ciclo es importante proponer problemas con una, varias o ninguna solución, como por ejemplo determinar cuáles son las figuras que cumplen un conjunto de condiciones iniciales.

Construir condiciones para resolver problemas

Para que cada alumno se involucre en el juego matemático, además de elegir un problema desafiante pero adecuado para sus conocimientos, y en el que la noción a enseñar sea un instrumento eficaz de resolución, es necesario tener en cuenta un conjunto de condiciones: cuáles son los materiales necesarios, qué interacciones prevemos derivadas de la forma de organizar la clase y nuestras intervenciones durante su transcurso.

Cuidar estas condiciones, anticiparlas al planificar la clase, es, en realidad, uno de nuestros grandes desafíos como maestros.

Las situaciones de enseñanza

En algunas ocasiones, la tarea que se propone al alumno puede presentarse sólo mediante el enunciado de un problema o con una pregunta para un conjunto bien elegido de cálculos o con un interrogante que deba ser respondido a partir de una información publicada en el diario o en un texto de Ciencias Naturales o de Ciencias Sociales. En otras ocasiones, habrá que proporcionar los instrumentos de Geometría para realizar una construcción o los materiales para un juego –por ejemplo dados y tablas para anotar puntajes–, el croquis de un recorrido, un mapa, etc. En todos los casos, una primera condición es asegurarnos de tener disponibles los **materiales** a utilizar.

También habrá que anticipar cuál es el **tipo de interacciones** que queremos que se den para organizar distintos momentos de la clase: las de cada alumno y el problema, las de los alumnos entre sí y las de los alumnos con el maestro. Para ello, habrá que proponer, según convenga y de manera no excluyente, momentos de trabajo en forma individual, en pequeños grupos o con toda la clase.

Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o calcular. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o calcularon, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto. En otras oportunidades, será el maestro el que presente una afirmación para que los alumnos discutan sobre su validez.

En Segundo Ciclo, es importante también que los alumnos comiencen a analizar el **nivel de generalidad** que tienen las respuestas a los problemas que resuelven. Así, comprobar que se pueden obtener dos triángulos iguales plegando un cuadrado de papel glasé no es suficiente para afirmar que las diagonales de cualquier cuadrado son congruentes. Asimismo, habrá que descubrir y explicitar que algunas afirmaciones son verdaderas en un campo numérico, o para un conjunto de figuras, y no lo son para otros. Por ejemplo, el producto de una multiplicación es mayor que cualquiera de sus factores, siempre que se opera con números naturales, pero esto no es cierto si, por ejemplo, los factores son números racionales menores que 1.

Al anticipar el desarrollo de la clase y prever las condiciones necesarias para que ocurran las interacciones que nos interesan, diseñamos una **situación problemática** a propósito del conocimiento que queremos enseñar. Esta situación

incluye un conjunto de elementos y relaciones que estarán presentes en la clase: el problema, los materiales, una cierta organización del grupo, un desarrollo con momentos para diferentes intercambios. Al planificar, también anticipamos los diferentes procedimientos y las representaciones que podrán usar los alumnos, nuestras preguntas y las conclusiones matemáticas posibles.

La gestión de la clase

Hemos planteado ya que, para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que buscamos promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase.

El trabajo de resolución de problemas que se propone en este enfoque genera muchas veces inseguridad. Pensamos: *¿cómo voy a presentar este problema si no muestro antes cómo hacerlo?*, *¿cómo voy a organizar la clase si cada uno responde de una manera distinta?* o *¿cómo voy a corregir si hay distintos procedimientos en los cuadernos?* Respecto de la primera pregunta, para iniciar el aprendizaje de un nuevo conocimiento en el proyecto de cada año escolar tendremos que **presentar un problema** asegurándonos de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Para que cada alumno acepte ocuparse de él, es esencial generar el deseo de resolverlo. Este tipo de intervención, que busca que el alumno se haga cargo de la resolución, es siempre parte del inicio de la clase, pero puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. Es una invitación para que el chico resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo o qué debe hacer.

Para comenzar, los niños lo **resuelven** de manera individual o en pequeños grupos, con diferentes procedimientos, según los conocimientos de los que dispone cada uno. Por ejemplo, en 4° año/grado, aunque aún no se haya trabajado sobre las cuentas de dividir es posible plantear a los niños un problema como: *Los lápices se venden en paquetes de a 10, ¿cuántos paquetes se deben comprar para dar un lápiz a los 127 niños de la escuela? ¿Y si fueran 250 niños?* Los niños podrán recurrir a una variedad de procedimientos para resolverlo: procedimientos aditivos o sustractivos, de a diez, de a dobles; o procedimientos multiplicativos.

Luego, habrá que dar lugar a un **intercambio** donde participen todos los alumnos y en el que se vayan explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que se quiere enseñar, y debatir sobre ellas. Al analizar las diferentes soluciones, tendremos que valorizar de igual modo todas las producciones, ya sea que permitan o no arribar a una respuesta al problema planteado.

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados por los chicos, es necesario animarlos a **dar razones** de lo realizado, a explicar por qué lo hicieron de cierta forma, a argumentar sobre la validez de sus produc-

ciones. Esto les permitirá volver sobre lo que han pensado, para analizar sus aciertos y errores, y controlar, de este modo, el trabajo. Alentarlos a hablar o participar a aquellos que no lo hacen espontáneamente significa trabajar suponiendo que los chicos pueden progresar y no que van a fracasar.

En algún caso, recuperar todas las producciones escritas distintas, y presentarlas en conjunto para compararlas y discutir cómo mejorar cada una, puede contribuir a “despersonalizar” las mismas, focalizando el análisis en su validez o nivel de generalidad y no en los conocimientos de quienes las elaboraron. Así el “error” de unos se capitaliza en la reflexión de todos.

Este trabajo incorpora a los alumnos en el proceso de evaluación en un lugar diferente del habitual, donde quedan a la espera de la palabra del docente que les ratifica de inmediato si lo que hicieron está bien o no. Si han asumido como propia la tarea de resolución, querrán saber si lo producido es o no una respuesta a la pregunta que organizó el quehacer matemático en el aula. El debate del conjunto de la clase dará por válida o no una respuesta, y llevará a la modificación de los procedimientos que conducen a errores.

En un comienzo, las razones que los alumnos den al debatir se apoyarán en ejemplos, comprobaciones con materiales como plegar papeles o tomar medidas, entre otros casos, para luego avanzar hacia el uso de propiedades.

A la vez, estas últimas se enunciarán con distintos niveles de generalidad; por ejemplo, pasaremos de: *Podés hacer $4 + 3$ y te da lo mismo que $3 + 4$* , en el Primer Ciclo, a: *Al sumar es posible cambiar el orden de los números*, en el Segundo Ciclo.

Con la intervención del maestro, se reconocerán y sistematizarán los saberes que se van descubriendo. Esta tarea de establecer relaciones entre las conclusiones de la clase y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específicos, y entre los conocimientos ya incorporados y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del maestro y que resulta imprescindible para que los alumnos identifiquen qué han aprendido. Para esto, no tenemos que basarnos en ningún esquema rígido. Esas intervenciones pueden darse en distintos momentos, siempre que sean oportunas; es decir que lleguen después de que los alumnos hayan desplegado sus propios razonamientos.

El camino propuesto no implica diluir la **palabra del maestro**. Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿qué grupo conviene que hable primero?, ¿cuáles tienen una respuesta similar?,

¿qué procedimiento es el más potente para hacer avanzar el debate hacia el conocimiento que se espera enseñar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común, de manera que no resulte tediosa para los alumnos ya que, cuando los procedimientos son muy similares, bastará con tomar como objeto de análisis la producción de uno solo de los grupos.

El docente tampoco queda al margen del debate de la clase, puesto que es él quien lo conduce. A veces, las conclusiones a las que los chicos llegan en conjunto son parcialmente válidas. Allí, el maestro podrá decir, por ejemplo: *Por ahora acordamos que resolvemos así; en la próxima clase lo seguiremos viendo*. De esta manera, interviene en el proceso sin anticiparse, pero dejando marcas, planteando la provisoriedad de lo acordado o alguna contradicción que queda pendiente por resolver. Así, no invalidaremos el trabajo de la “comunidad clase”, pero dejaremos instalado que hay alguna cuestión que hay que seguir discutiendo.

En relación con el modo de **organizar la clase** frente a las distintas respuestas y tiempos de trabajo de los niños, los docentes muchas veces planteamos situaciones para que sean resueltas por todo el grupo, lo que nos permite valorar, corregir, hacer señalamientos a las intervenciones de los alumnos.

Es cierto que es más fácil llevar adelante el trabajo colectivo sobre un único procedimiento, pero de este modo se corre el riesgo de que solo un grupo de alumnos participe activamente siguiendo al maestro, mientras otros se quedan al margen de la propuesta; y aunque todos lo siguieran, lo aprendido se limita a una única manera de pensar.

La alternativa que proponemos a la organización habitual de la clase, según nuestros objetivos, será organizar la actividad de distintas maneras: individual, por pares o grupos de más alumnos, y aun con distintos tipos de tareas para cada grupo o dentro del mismo grupo, alentando la movilidad de los roles y estando atentos a la posible configuración de estereotipos que, lamentablemente, algunas veces hacen que la discriminación se exprese en la clase de Matemática. Tanto los momentos de trabajo individual como los compartidos en grupo aportan al alumno un tipo de interacción diferente con el conocimiento, por lo que ambos deberán estar presentes en la clase.

Muchas veces, cuando estamos a cargo de un **plurigrado**, separamos a los niños según el año/grado que cursan, y vamos atendiendo a un grupo por vez. Sin embargo, a la hora de realizar adaptaciones a las actividades presentadas, es importante tener en cuenta el enfoque de enseñanza, de manera de no perder la riqueza de las propuestas que ofrecemos. Por ejemplo, para alcanzar determinados aprendizajes, es indispensable generar espacios de debate en los que deberían participar alumnos que compartan repertorios de conocimientos y niveles de análisis similares. Sin embargo, ocurre muy frecuentemente que en estos escenarios haya solo uno o que sean muy pocos los alumnos en alguno de los años/grados, lo que hace imposible organizar un verdadero deba-

te entre ellos. En estos casos, proponemos agrupar niños de varios años/grados y organizar actividades con un contexto común, proponiendo una tarea distinta a cada grupo, de modo que los desafíos sean adecuados a los distintos conocimientos de los alumnos. Esto permite que en el momento de la confrontación todos los alumnos puedan entender las discusiones que se originen e incluso puedan participar de las mismas, aunque no sean originadas por la actividad que le correspondió a su grupo. Por ejemplo, se podría proponer para grupos armados con niños de 4°, 5° y 6° año/grado un juego como "La escoba del uno"¹ de cartas con fracciones, diferenciando la complejidad a la hora de analizar las partidas simuladas.

En esta propuesta, **el cuaderno o la carpeta** tiene diferentes funciones: en él, cada chico ensaya procedimientos, escribe conclusiones que coinciden o no con su resolución y, eventualmente, registra sus progresos, por ejemplo, en tablas en las que da cuenta del repertorio de cálculos que ya conoce. De este modo, el cuaderno o la carpeta resultan un registro de la historia del aprendizaje y los docentes podemos recuperar las conclusiones que los alumnos hayan anotado cuando sea necesario para nuevos aprendizajes.

En este sentido, conviene además conversar con los padres que, acostumbrados a otros usos del cuaderno, pueden reclamar o preocuparse al encontrar en él huellas de errores que para nosotros juegan un papel constructivo en el aprendizaje. De todos modos, es recomendable discutir con el equipo de colegas de la escuela cómo se registra en el cuaderno la presencia de una producción que se revisará más adelante.

También el **pizarrón** tiene diferentes funciones. Allí aparecerá todo lo que sea de interés para el grupo completo de la clase, por ejemplo: los procedimientos que queremos que los alumnos comparen, escritos por un representante del grupo que los elaboró o por el maestro, según lo que parezca más oportuno. Convendrá usar también papeles afiche o de otro tipo para llevar el registro de las conclusiones, como tablas de productos, acuerdos sobre cómo describir una figura, etc., para que el grupo las pueda consultar cuando sea necesario.

Promover la **diversidad de producciones** es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y de poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la Matemática.

¹ Actividad propuesta en este *Cuaderno*.

Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los **errores** y los **aciertos** surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y validados con argumentos y explicaciones. Es así como pretendemos que los niños vayan internalizando progresivamente que la Matemática es una ciencia cuyos resultados y progresos se obtienen como consecuencia necesaria de la aplicación de ciertas relaciones y del debate entre quienes las plantean, y no como una práctica de la adivinación o del azar o un saber que no sufre transformaciones.

De todos modos, sabemos que seleccionar problemas y secuencias de actividades que puedan ser abordadas por los alumnos de la clase con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar, supone para nosotros una dificultad mucho mayor que la de presentar un problema que la mayoría resuelve de la misma manera. Quizá nos dé un poco de tranquilidad saber que a trabajar en grupo se aprende y que, en el inicio de este aprendizaje, hay que tolerar una cuota de desorganización, hasta que los alumnos incorporen la nueva dinámica.

Una cuestión ligada a la organización de la enseñanza que conviene tener en cuenta es la de articular, en cada unidad de trabajo, algún conjunto de actividades que formen una secuencia para desarrollar cierto contenido. El criterio que utilizamos al presentar algunos ejemplos en el apartado “Propuestas para la enseñanza” es que en cada nueva actividad de una misma secuencia se tome como conocimiento de partida aquel que haya sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Otra cuestión también ligada a la elaboración de una unidad de trabajo, y que permite mejorar el **uso del tiempo de clase**, es la articulación de contenidos. Algunos contenidos relacionados con distintos NAP pueden abordarse en una misma unidad y aún en una misma secuencia. Por ello, es conveniente tener en cuenta que la presentación de los NAP no indica un orden de enseñanza y que, antes de armar las unidades, es indispensable tener un panorama de la totalidad de la propuesta.

Evaluar para tomar decisiones

En cuanto a los objetivos con que presentamos los problemas, podemos plantear distintas opciones: para introducir un tema nuevo, para que vuelvan a usar un conocimiento con el que trabajaron pero en un contexto distinto o con un significado o representación diferentes, o para recuperar prácticas ya conocidas que les permitan familiarizarse con lo que saben hacer y lo hagan ahora con más seguridad. Pero los problemas son también un tipo de tarea que plantearemos para evaluar.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamen-

tal de la evaluación es recoger información sobre el **estado de los saberes de los alumnos**, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades.

El modo de trabajo propuesto en estas páginas introductorias permite tomar permanentemente información sobre qué saben los chicos acerca de lo que se ha enseñado o se desea enseñar. Los problemas seleccionados para iniciar cada tema pueden funcionar para tener algunos indicios de los conocimientos del grupo y considerarlos en un sentido diagnóstico para terminar de elaborar la unidad didáctica. De este modo, la evaluación diagnóstica, en lugar de focalizarse en el inicio del año, se vincula con la planificación de cada unidad y de cada secuencia de trabajo.

Al considerar las producciones de los alumnos, pueden aparecer errores de diferente origen, pero muchas veces los que llamamos “errores” no son tales. Algunos de ellos están vinculados con una distracción circunstancial, como copiar mal un número del pizarrón que sólo habrá que aclarar. Otros, en cambio, estarán mostrando una forma de pensar provisoria, por ejemplo, cuando los chicos dicen, frente al dibujo de un cuadrado, *Esta figura no es un rectángulo*. Esto último no es cierto si se considera que el cuadrado es un paralelogramo con cuatro ángulos rectos, condición que caracteriza a los rectángulos. Sin embargo, las primeras clasificaciones que realizan los niños parten de la idea de que un objeto pertenece a una única clase: si una figura es un cuadrado, no puede ser un rectángulo.

Frente a los “errores” descubiertos será necesario analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear actividades de distinto tipo. Tanto en el caso de cuestiones presentes en las producciones de muchos alumnos del grupo como respecto de algunas ideas provisorias como las mencionadas respecto de la multiplicación de números racionales y de las relaciones entre cuadrado y rectángulo, habrá que volver sobre la noción involucrada en ese momento, cuestionándolos con ejemplos que contradigan sus ideas. No es evitando los “errores” como se acorta el proceso de aprendizaje, sino tomándolos como se enriquece.

Avanzar año a año en los conocimientos de Segundo Ciclo

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela llevan mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

El Eje “Número y Operaciones” incluye como aprendizajes prioritarios, durante el Segundo Ciclo, avanzar en el conocimiento del sistema de numeración y de fracciones y decimales; y en el uso de las operaciones y las formas de calcular

con naturales, fracciones y decimales para resolver problemas. Al finalizar el Ciclo, se espera lograr que los chicos puedan analizar las relaciones entre las distintas clases de números y sus distintas representaciones, iniciando la sistematización de relaciones numéricas y propiedades de las operaciones.

Para ello, en relación con los **números naturales** y según lo abordado en el Primer Ciclo, en el Segundo Ciclo se parte de los conocimientos que los niños tienen sobre las relaciones entre la serie numérica oral y la serie numérica escrita hasta el orden de las unidades de mil y las vinculaciones entre la descomposición aditiva y la descomposición aditiva y multiplicativa de los números (456 se puede descomponer como $400 + 50 + 6$ y como $4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$) para trabajar con números más grandes, analizando equivalencias de escrituras, procedimientos de orden y comparación basados en distintas representaciones y la conveniencia de una u otra, según el problema puesto en juego.

Con respecto a los **números racionales**, en 3^{er} año/grado los niños han tenido aproximaciones a algunas fracciones y algunos decimales surgidas al abordar situaciones del Eje “Geometría y Medida”. En 4^o año/grado se usan expresiones fraccionarias y decimales de los números racionales asociadas a contextos que les dan significado, como el de la medida, el de sistema monetario, situaciones de reparto y partición, para resolver problemas de equivalencia, orden, comparación, suma y resta o producto por un natural. También se inicia el trabajo con problemas en contexto matemático que se profundiza en 5^o y 6^o años/grados.

A partir de 5^o año/grado, se aborda la equivalencia entre expresiones fraccionarias y decimales, y se incluye la representación en la recta numérica. En 6^o año/grado se incorpora la escritura porcentual y se avanza en la transformación de una expresión en otra, reconociendo además la conveniencia del uso de unas u otras según los problemas a resolver. Además, se inicia el reconocimiento de que las reglas del sistema de numeración estudiadas para los naturales se extienden a los racionales.

Otro aprendizaje prioritario del Eje “Número y Operaciones” es el de las **operaciones básicas**, tanto en relación con los problemas aritméticos que deben resolver los niños, como con las formas de calcular. En Segundo Ciclo, es esperable que los alumnos avancen en nuevos **significados** de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales, y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, incluyendo la construcción de otros más económicos. Este trabajo contribuirá a lo largo del ciclo a sistematizar relaciones numéricas y propiedades de cada una de las operaciones.

En particular, se iniciará en 5^o año/grado la explicitación de las **relaciones de múltiplo/divisor** en la resolución de problemas, así como la relación entre dividiendo, divisor, cociente y resto en contextos matemáticos.

También comienzan a tratarse en forma sistemática las **relaciones de proporcionalidad**, ligadas inicialmente a la operatoria multiplicativa y avanzando hacia el análisis de sus propiedades. Los problemas que incluyen la representa-

ción de un conjunto organizado de datos mediante gráficos estadísticos (gráficos de barras, circulares y de líneas) resultan de interés para enriquecer los contextos de uso de estas relaciones.

En relación con las **formas de calcular**, es importante considerar como inicio del trabajo el uso de diferentes procedimientos en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones, antes de analizar y utilizar procedimientos más económicos.

La evolución de las formas de calcular con números naturales dependerá de la disponibilidad que tengan los alumnos tanto del repertorio multiplicativo como de las propiedades, de las intervenciones del docente, y de las comparaciones y validaciones que se hagan de las distintas formas de calcular que conviven en la clase. En particular, el cálculo escrito de la división debiera evolucionar desde estrategias de sucesivas aproximaciones en 4° año/grado, hasta lograr aproximaciones al dividendo en menos pasos.

La operatoria aditiva y la multiplicación por un entero con fracciones y decimales se inicia en 4° año/grado ligada a los contextos que le dan sentido. La misma avanza en 5° y 6° años/grados, tanto con las expresiones fraccionarias como con las decimales, con la intención de elaborar y comparar procedimientos de cálculo para llegar a sistematizarlos.

Al hablar de **tratamiento de la información** en relación con los contenidos del Eje "Número y Operaciones", nos referimos a un trabajo específico que permita a los alumnos desplegar en forma progresiva ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en diferentes portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar los datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados.

La lectura y organización de la información, así como su eventual recolección a partir de experiencias significativas para los alumnos, se iniciará en 4° año/grado y avanzará en el Ciclo en las formas de representación en gráficos, finalizando en 6° año/grado con problemas que requieran tomar decisiones entre distintas alternativas de organización y presentación de datos.

En el Eje "Geometría y Medida" incluimos el estudio del **espacio**. Las referencias espaciales construidas en el Primer Ciclo se articulan progresivamente en un sistema que permite ubicar los objetos en el espacio sensible, y en la representación de ese espacio en el plano. En este Ciclo se avanza en el tamaño del espacio que se representa y en las referencias que se usen, comenzando por la elección de referencias por parte del alumno en 4° año/grado, y evolucionando hacia la inclusión de representaciones convencionales en función de un sistema de referencia dado, en 6° año/grado.

En paralelo con el estudio del espacio, se estudian los objetos **geométricos**, es decir las formas de dos y tres dimensiones. Para ello, es posible trabajar con las **figuras** y los **cuerpos** sin relacionarlos necesariamente con objetos del mundo sensible.

El avance de los conocimientos geométricos, en este Ciclo, no se plantea en relación con el repertorio de figuras y cuerpos, sino en función de las propiedades que se incluyan. Se inicia en 4° año/grado la consideración de bordes rectos o curvos, número de lados y de vértices, ángulos rectos o no para las figuras, y de las superficies curvas o planas, número y forma de las caras para el caso de los cuerpos. Para las figuras se avanza incluyendo el paralelismo de los lados y las propiedades de las diagonales. Se evolucionará también en el tipo de argumentaciones que se acepten como válidas –desde las empíricas hacia otras basadas en propiedades–, lo que irá en paralelo con la conceptualización de las figuras como objetos geométricos y con el uso de un vocabulario cada vez más preciso.

Los problemas del Eje “Geometría y Medida” en el Segundo Ciclo en principio funcionan como articuladores entre la Aritmética y la Geometría, en el sentido que permiten atribuir sentido a los números racionales y cuantificar ciertos atributos de los objetos y de las formas. Los problemas reales de medición efectiva de longitudes, capacidades, pesos y tiempo que se incluyan en cada año deben permitir al alumno elaborar una apreciación de los diferentes órdenes de cada magnitud y utilizar instrumentos para establecer diferentes medidas.

En este Ciclo se hace necesario, además, un trabajo profundo en relación con los cambios de unidades. En 4° año/grado habrá que establecer, a propósito de diferentes magnitudes, qué relación existe entre las unidades elegidas y las medidas correspondientes. Luego, se hace necesario avanzar en la comprensión de la organización decimal de los sistemas de unidades del SIMELA, lo que constituye un soporte interesante para la comprensión de la escritura decimal de los racionales. En 6° año/grado habrá que explicitar las relaciones de proporcionalidad involucradas en la expresión de una misma cantidad con distintas unidades.

Articular el trabajo en la clase de 5° año/grado

Al organizar unidades de trabajo, es necesario tener en cuenta, además de las decisiones didácticas que tome el docente, las vinculaciones matemáticas entre las nociones que se enseñan y que tienen que ver con su origen y, por lo tanto, con las características que le son propias.

El trabajo con los contenidos vinculados a “Número” y los vinculados a “Operaciones” supone, tanto para los naturales como para las fracciones y decimales, considerar relaciones de distinto tipo. El trabajo sobre numeración se relaciona con el de cálculo, dado que los métodos de cálculo, redondeo, aproximación y

encuadramiento están ligados a la estructura del sistema de numeración decimal. Por su parte, las diferentes estrategias de cálculo exacto y aproximado dependen del significado que se les da a las operaciones en los distintos contextos.

En relación con los contenidos vinculados a “Geometría” y los vinculados a Medida, es necesario considerar que el estudio de las propiedades de las figuras y los cuerpos incluye nociones de medida, por ejemplo, las longitudes de los segmentos o las amplitudes de los ángulos.

A su vez, los contenidos de “Medida” se relacionan con los de “Número y Operaciones”, ya que la noción de número racional, entendida como cociente entre enteros, surge en el contexto de la medición de cantidades. Por lo tanto, habrá que avanzar simultáneamente con la comprensión de los usos de los números racionales y del proceso de medir.

En relación con las decisiones didácticas, solo señalaremos en este apartado que los contenidos de tratamiento de la información son transversales a todas las unidades de trabajo. Presentar la información de diferentes modos en los problemas y variar la tarea, tanto en los problemas aritméticos como geométricos, dará lugar a que los alumnos no conciban la idea de problema de una manera estereotipada, tanto en lo que se refiere a la forma de los enunciados como a las formas de resolución y el número de soluciones a investigar.

nap El reconocimiento y uso de los números naturales y de la organización del sistema decimal de numeración, y la explicitación de sus características en situaciones problemáticas.

El reconocimiento y uso de fracciones y expresiones decimales, en situaciones problemáticas.

El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales y la explicitación de sus propiedades, en situaciones problemáticas.

El reconocimiento y uso de las operaciones entre fracciones y expresiones decimales en situaciones problemáticas.