ACERCA DE LA PRODUCTIVIDAD DEL CAPITAL, LA ASIGNACION DE FACTORES DE PRODUCCION Y EL CRECIMIENTO*

FRANCIS M. BATOR**

INTRODUCCION

El análisis teórico del crecimiento económico se ha basado muchas veces en conceptos que fueron desarrollados dentro de la teoría pura de la producción. Este es un hecho positivo y fructífero. La moderna teoría de las asignaciones es un mecanismo poderoso de análisis, que apenas hemos puesto en marcha, destinado a penetrar con mayor perspicacia en los. fenómenos de crecimiento económico. Pera su use impone elevados requisitos de rigor y precisión. Una exposición imprecisa puede extraviar a un investigador que tenga imaginación, además de conducir a errores en el análisis y a malas prescripciones.
Como cuestión que viene al caso, quisiera examinar en las Secciones I y II algunos aspectos muchas veces mal entendidos de la relación que existe entre el tipo de interés, la productividad marginal del capital y un nuevo miembro de reciente popularidad entre los

* Artículo aparecido en *Quarterly Journal of Economics*, LXXI, N° 1, febrero 1957. Versión al castellano de Osvaldo Fernández Balmaceda.

** Quedo agradecido a R. M. Solow y R. S. Eckaus por sus comentarios sugestivos.

conceptos con que se maneja el economista, la relación capital-producto[1].

En la Sección III se considera un falso concepto que es frecuentemente sostenido acerca de las combinaciones óptimas en la asignación de factores. El tema de discusión versa sobre la deseabilidad de procesos con uso intensivo de capital en países donde el capital es escaso en relación a la mano de obra. La Sección IV contiene algunos comentarios generales sobre asignación de factores como problemas de maximización y sobre la estrategia de la teorización sobre el crecimiento económico.[2]

I

En primer lugar, quisiera considerar, dentro del contexto de un modelo global simple, la vinculación entre la relación capital-producto global, *k,* y el tipo de interés, *i*. Resulta tentador hacer el análisis histórico del crecimiento económico sobre la presunción de que, descontando las innovaciones, *i* y *k* se moverán necesariamente en direcciones opuestas, es decir que una declinación del tipo de interés debe estar asociada con una tendencia creciente de la relación capital-producto. La suposición de la existencia de una ligazón de esa naturaleza entre *i* y *k* proporciona las bases, por ejemplo, de una sugestión, que se ha formulado recientemente, según la cual durante los últimos ochenta años las innovaciones en los Estados Unidos y, en el Reino Unido deben haber tendido a reducir la relación capital-producto[3]. Las series de EE. UU. y del R. U. que abarcan, estos años parecen indicar una secular declinación en el tipo de interés, tanto en valores absolutos como en relación a los salarios reales. Sin innovaciones, proseguiría ese razonamiento, una tal declinación en el

[1] En honor a la verdad hace ya tiempo que se baraja ese concepto bajo el nombre de la productividad promedio del capital. Pero fue necesaria el advenimiento de la dinámica moderna para invertirlo y colocarlo en lugar preponderante.

[2] Aunque las secciones I y II (no las III y IV) hacen uso de algunos cálculos elementales, el lector que se desinteresa de la parte técnica puede pasarlos por alto, sin perder continuidad, salvo algunas simples anotaciones.

[3] Por Henry J. Bruton en "Modelo de Crecimiento y Economías Subdesarrolladas", Journal of Political Economy, LXIII (agosto 1955), 322. Fellner también tiene trabajos dentro de este esquema. Sin embargo él invoca consideraciones acerca de la distribución de la renta además de las variaciones de *i* y *k* (ver sección II).

tipo de interés se hubiese asociado necesariamente a un alza de la relación capital-producto. Pero desde el punto de vista histórico, k se ha mantenido más o menos estable en ese periodo.

Por consiguiente, de acuerdo con estas líneas de pensamiento, las experiencias innovadoras de los Estados Unidos y el Reino Unido deben haber sido "ahorradoras de capital"- en algún sentido neto; de otro modo la declinación de los tipos de interés hubiese tenido como resultado una elevación de la relación capital-producto[4].

¿Pero, es realmente así desde un punto de vista de la necesidad lógica? ¿Una declinación del tipo de interés necesariamente implica una tendencia creciente en la relación capital-producto? ¿Existe un nexo (inverso) rígido entre di/dt y dk/dt?

Yo no lo creo. Solamente en el caso denominado "filo de la navaja", de beneficios perfectamente constantes en relación a las variaciones proporcionales en mano de obra y capital, es decir en el caso de funciones de producción homogéneas de primer grado las variaciones en i *y* k serán necesariamente en direcciones opuestas. Si existiera no linealidad inherente en la física y la topografía del universo o algún tercer recurso oculto de oferta elástica finita que no entra directamente en la función de producción (por ejemplo la tierra), los beneficios de escala no serían constantes y una caída (elevación) de i no necesariamente implicaría una elevación (caída) de k. En realidad es fácil construir funciones de producción de curvatura normal: beneficios que no se incrementan con la escala a isocuantas convexas con respecto al origen, que contengan etapas consistentes con un nivel declinante de i y un k constante y aún declinante.

El modelo de crecimiento más ampliamente utilizado, el de Harrod y Domar, pone bastante en dada la cuestión; supone un k constante[5]. En el presente trabajo adoptaré un planteo de espíritu más neoclásico; puede considerarse como una versión descongelada del modelo Harrod-Domar. Supongamos un artículo de consumo Q y dos

[4] No importa aquí la validez de la evidencia. Incidentalmente estoy usando el término "ahorro de capital" para designar una innovación que tendrá una tendencia a reducir k. No queda implicada en él ninguna de las relaciones particulares con las definiciones usuales que se encuentran en la literatura de la teoría de producción.

[5] La constancia de los coeficientes es además una suposición de importancia vital dentro del modelo Harrod-Domar -en el sentido de que los resultados característicos reaccionan con gran sensibilidad a esta suposición. Ver esta formulación y un desarrollo de gran elegancia de un modelo tipo Harrod-Domar con proporciones variables, en R. M. Solow: "A Contribution to the Theory of Economic Growth", The Quarterly Journal of Economics (LXX, Feb. 1956), 65.

factores de producción *K* y *L*. La oferta tanto de *K* como de *L* se considera como una función dada del tiempo *(t).* Simplificará la cuestión suponer que *K* es el mismo bien de consumo que *Q*, y que una vez que éstos sean congelados en forma de capital tendrán una duración perpetua (el consume de capital es igual a cero). Una unidad física de *K* reditúa por valor *de r* dólares por período; su precio, así como el de la unidad de *Q*, es *p* dólares. La producción se rige por medio de una función de la forma *Q(t) = F(K(t),L(t))*; esto supone que los beneficios no se incrementan con la escala y que las isocuantas son convexas con respecto al origen[6].

¿En qué punto interviene el tipo de interés? Suponiendo un comportamiento competitivo "tomando los precios como dados", los productores atomizados que persiguen beneficios maximizados equilibrarán el sistema en el punto dado por:

$$p\,\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = r \qquad [1]$$

Es decir que el capital se usará como un recurso hasta el momento en que el valor de su producto marginal (en cada período) sea exactamente igual a su valor de renta en ese período. Si se divide por el precio de una unidad *K,* tendremos:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = \frac{r}{p} = \frac{\$\text{ por manzana por año}}{\$\text{ por manzana}} = \text{número puro/año}$$

Pero *r /p*, la renta de un dólar de la ganancia del capital, es el tipo de interés en manzanas que, estando en equilibrio y con un nivel de pre-

[6] Desde que en virtud de la función de producción, las producciones y los insumos son simultáneos, podemos suspender la designación de tiempo al tratar individualmente cualquier (arbitrario) unidad período (o instante). Donde no se formule explícitamente la dimensión de tiempo las variables se refieren siempre a un mismo período. Debe además suponerse que $\frac{d\dot{Q}}{dt} > 0$, por lo que $t_1 > t_0 \doteq \dot{Q}_1 > \dot{Q}_0$

(Un punto sobre la variable indica que es una magnitud que fluye y que se mide como una tasa de tiempo.) Finalmente vamos a suponer doble diferenciabilidad y tangencias internas únicas de parte a parte: no habrá tangencias de vértice, desigualdades, etc.

cios constante, equivaldrá exactamente al tipo de interés del dinero[7]. Nuestra fórmula [1] puede entonces escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = i \qquad [2]$$

En equilibrio competitivo, con un nivel de precios constante, el producto marginal del capital es llevado a igualarse con el tipo de interés[8].

¿Qué sucede con *k*, la relación capital-producto? No interesa para el caso si entendemos por *k* una relación capital-producto media: *K/Q,* o una relación de incremento $\frac{\Delta K}{\Delta \dot{Q}}$.[9] [9] Sea promedio o incremental, *k* no es en ningún sentido equivalente a la recíproca de la productividad física marginal de capital $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$.[10] [10] Esta distinción es crucial $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ mide la respuesta dada en *Q* debida a una variación producida solamente en *K*, con todos los otros factores mantenidos

---

[7] La relación general (de equilibrio) entre el tipo de interés propia del bien de consumo y la tasa en dinero está dada. Por $i = \frac{r}{p} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{1}{p}$ (cf. *P*. A Samuelson, "Some Aspects of the Pure Theory of Capital", The Quarterly Journal of Economics, LI (Mayo 1937), 471. Incidentalmente, debe notarse que la suposición de un capital inagotable anula la necesidad de hacer una distinción entre la renta bruta y la renta neta.

[8] Debe recordarse que en nuestra exposición el "producto" y "el capital" se miden con las mismas unidades físicas. por eso no hay dificultad en igualar el producto marginal físico de *K* con el tipo de interés. Las "manzanas" quedan eliminadas y □*Q/*□*K* es un tipo propio de interés.

[9] En el contexto Harrod-Domar las dos son iguales: las isocuantas tienen forma de *L* y son equidistantes a lo largo de una arista que conecta los vértices con el origen. Peso la esencia de nuestro problema consiste en que no puede esperarse que sea válida una constancia tecnológica tan estricta. Para la mayoría de los propósitos,: *DK/DQ* es más importante: e1 *k* de la condición Harrod-Domar modificada para un crecimiento equilibrado es incremental, y la mayor paste de la evidencia de EE. UU. y del R. U. relaciona las series de tiempo de la formación de capital con los cambios en el nivel de producción.

[10] El índice promedio se relaciona más bien con la productividad promedio del capital. *Q,'K* - una es recíproca de la otra Presúmase, incidentalmente, que toda la capacidad del capital está en use par lo tanto no hace falta distinguir entre la productividad promedio de la totalidad del capital en existencia y la del capital que está realmente en uso.

constantes $\frac{\Delta K}{\Delta \dot{Q}}$ por otra parte denote un movimiento durante el curso del cual los otros factores (*i*;) se ajustan de un modo óptimo[11].

¿Una caída/elevación de $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} (= i)$ implica necesariamente -eliminando las innovaciones- una elevación/caída de $\frac{K}{\dot{Q}} \left(0 \ \frac{\Delta K}{\Delta \dot{Q}} \right)$?

Resulta fácil demostrar a través de un ejemplo contrario que esto no es así. Tomemos, por ejemplo, la siguiente función simple:

$$\dot{Q} = \sqrt{K} + \dot{L} \qquad [3]$$

Esto implica una familia de isocuantas con la curvatura usual y beneficios de escala en disminución a todo lo largo de $\frac{\dot{L}}{K} =$ constante[12].

Aún para valores de *Q* y *K* que se mantienen en una relación $\frac{K}{\dot{Q}}$ constante (por ejemplo cuando *c* > 0) la función da un $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ decreciente[13].

Para ver esto debe diferenciarse parcialmente [3] con respecto a *K*:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = \frac{1}{2\sqrt{K}} \qquad [4]$$

Si *K/Q* permanece constante,. *Q* crece cuando *K* crece. Pero con un *K* aumento, □*Q/*□*K* evidentemente decrece, por lo tanto un *Q* en ascenso se asocia con un □*Q/*□*K* en descenso.

Si tenemos entonces una función de producción de curvatura normal, a lo largo de cualquier camino para la acumulación de capital que se

---

[11] Si. y únicamente si $\frac{\partial \dot{Q}/\partial K}{\partial \dot{Q}/\partial \dot{L}}$ permanecen constantes en el tiempo tal movimiento:, seguirá un camino de expansión.

[12] Por otro camino, es decir por uno que no sea el que circunscriba el eje *L*. Este último muestra beneficios constantes: para una mayor conveniencia aritmética y desde que no cambia nada. Elegí uno como exponente de *L*. Desde que esto hace que □*Q/*□*L* sean =1*,* asegura que *i* e [*i /* (tasa de salarios reales*)*] se muevan en la misma dirección.

[13] Utilizó un caso en que *K/Q* permanecen constante y por lo tanto igual a *K/ Q,* con lo que se evita la distinción entre promedio e incremental.

caracterice por una relación capital-producto constante, la productividad marginal del capital -el tipo de interés implícito- caerá[14]. Además, cualquier función de producción que tenga la forma $\dot{Q} = f(K) + g(\dot{L})$ con $\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2} < 0$ dará el mismo resultado,[15]

[5] $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = f'(K)$, de allí si $\dot{Q}\left(= \frac{1}{c} K\right)$ crece, $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ debe declinar.

Más generalmente, el recorrido en el tiempo en equilibrio de □*Q/*□*K* (=i) y *K/Q* son funciones de [1] la acumulación de capital, [2] el crecimiento de la mano de obra y [3] la curvatura de la función de producción. Un poco de matemáticas mostrará que la dirección del movimiento de *K/Q* y □*Q/*□*K* está regida por las expresiones [5] y [6][16]:

---

[14] Un ejemplo en números puede resultar útil Si tomamos el caso de K/Q=2 podemos substituir *Q* = *K* en la función de producción [3] y obtener *L*= *K*- □*K.* Junto con [3] y [4] puede servir esto para evaluar *L, Q,* y □*Q/*□*K* para varias K_{-s} especificadas. Las columnas 1-5 de la Tabla I resumen los cálculos para un *k=2.*

[15] Esto hace que *K* y *L* sean independientes, pero como queda en evidencia más adelante, en [5] y [6], esto no es esencial.

[16] Derivaciones:

$$\dot{Q}(t) = F(K(t), \dot{L}(t)); \frac{\dot{Q}}{K} = \frac{1}{K(t)} \cdot F(K(t), \dot{L}(t));$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{Q}}{K}\right) = \frac{\partial}{\partial K}\frac{\dot{Q}}{K}\frac{dK}{dt} + \frac{\partial}{\partial \dot{L}}\frac{\dot{Q}}{K}\frac{d\dot{L}}{dt} = \frac{1}{K}\left[\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} - \frac{\dot{Q}}{K}\right)\frac{dK}{dt} + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}}\frac{d\dot{L}}{dt}\right]$$

con $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}, \frac{\dot{Q}}{K}, \frac{dK}{dt}, \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}}, \frac{d\dot{L}}{dt}$ todos positivos, a invirtiendo $\frac{\dot{Q}}{K}$ [5] inmediatamente se obtiene. En cuanto a [6], $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = F'_K(K(t), \dot{L}(t)); \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}\right) = \frac{\partial F'_K}{\partial K}\frac{dK}{dt} +$

$$+ \frac{\partial F'_K}{\partial \dot{L}} \cdot \frac{d\dot{L}}{dt} = \frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial \dot{L} \partial K} \cdot \frac{d\dot{L}}{dt}$$

Nótese de que si *L* se mantiene mantiene constante un $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ en disminución implica $\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2} < 0$, mientras que un $\frac{K}{\dot{Q}}$ en disminución requiere que $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} > \frac{\dot{Q}}{K}$. Si *K* fuese realmente el único factor variable (a la larga) esta configuración implicaría una no convexidad de la variedad beneficios crecientes a escala. Con *L* variable $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ y $\frac{K}{\dot{Q}}$ pueden ambas disminuir, aunque estén disminuyendo los beneficios de escala, sólo por los efectos sobre $\frac{K}{\dot{Q}}$ de $\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}}\right)\left(\frac{d\dot{L}/dt}{\partial K/dt}\right)$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{K}{\dot{Q}}\right) \lesseqgtr 0 \doteq \frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}} \cdot \frac{\frac{d\dot{L}}{dt}}{\frac{dK}{dt}} \gtreqless \frac{\dot{Q}}{K} \qquad [5]$$

$$\frac{d}{dt}\ \frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} \lesseqgtr 0 \doteq \frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial \dot{L} \partial K}\ \frac{d\dot{L}}{dt} \lesseqgtr 0. \qquad [6]$$

Con $\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K} < 0$ y $\frac{dK}{dt}$, $\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial \dot{L} \partial K} \cdot \frac{d\dot{L}}{dt} > 0$, [6] se reduce a

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}\right) \lesseqgtr 0 \doteq \left|\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2}\right| \gtreqless \frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial \dot{L} \partial K} \cdot \frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}. \qquad [6']$$

Esto muestra que por lo menos en el caso "normal." que rige [6´], $\frac{d}{dt}\frac{\partial Q}{\partial K}$ varía como lo hace $\frac{dL/dt}{dK/dt}$ (ceteris paribus), mientras que $\frac{d}{dt}\frac{K}{\dot{Q}}$ se moverá en dirección inversa a $\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}$. Pero el nexo inverso $\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}$ no corresponde necesariamente. Se ve claramente si observamos [5] y [6´] que, por ejemplo; un $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ reducido, y/o $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial L}$ y/o $\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}$ relativo a $\frac{\dot{Q}}{K}$ daría como resultado un $\frac{K}{\dot{Q}}$ ascendente, mientras que un $\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial \dot{L} \partial K}$ elevado y/o un $\left|\frac{\partial^2 \dot{Q}}{\partial K^2}\right|$ reducido podría anular el efecto del $\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}$ y causar el ascenso de $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}$ también.[17]

Resumiendo: se ha demostrado que no hay nexos rígidos que puedan ligar definitivamente la dirección del movimiento del tipo de interés a la de la relación capital-producto; de modo particular es evidente que funciones de producción "que se comportan debidamente" no requieren que un tipo de interés en disminución esté acompañado por un aumento en la relación capital-producto promedia o incremental. Esta conclusión depende por supuesto del sentido que se le dé a "comportarse debidamente". Si sólo se admiten en esta calificación las funciones homogéneas y de primer grado, entonces un *K/Q* en

[17] Nuestra función [3], $Q = \square K + L$ implica una compensación opuesta: $\square^2 Q/\square L \square K$ es cero.

aumento/declinación no implica una en ascenso/declinación[18]. Guiándose por una función de esa naturaleza lo único que importa son las proporciones, y una vez que se haya "congelado" una proporción: *K*/*Q* todo, menos la escala, queda fijado. Pero si se permiten ganancias decrecientes como consecuencia de cambios proporcionales que se hayan operado en *L* y en *K*, las variaciones que sufra *i* no serán las únicas determinantes del comportamiento de *K.* De allí se desprende que las inferencias basadas en una única relación, entre *di/dt* frente a *dk/dt* por ejemplo, que en los Estados Unidos y el Reino Unido las innovaciones deben haber manifestado una tendencia a reducir la relación capital-producto descansan sobre supuestos especiales acerca de la forma de la función de producción y sobre los recorridos en el tiempo de *K* y de *L,* los cuales requieren articulaciones explícitas y una defensa[19].

II

¿Existe algún medio para salvar la inferencia que dentro de la experiencia de los EE. UU. y del R. U. las innovaciones han demostrado haber tenido una tendencia a reducir *k*? ¿Una combinación en-

[18] Prueba: $\square Q/\square K = F'_K(1, L(t)/K(t))$, por la propiedad de homogeneidad de grado cero de las primeras parciales de funciones homogéneas de primer grado.

$d/dt\, \square Q/\square K = F_K\, d/dt\, L/K.$ Además $Q/K = F(1, L(t)/K(t))$ por homogeneidad de primer grado, de donde $d/dt\, Q/K = F_L'\, d/dt.$ Con F''_{KL} y $F_L' > 0$, de donde es válida la conclusión.

[19] Por desgracia para su argumento, el trabajo de Bruton (op. cit.) no propone las ganancias constantes a escala -explícitamente introduce ganancias decrecientes a escala basados en un tercer factor de elasticidad finita. Se me hizo la sugerencia. basada en una nota al pie de página, que lo que tenía en mente Bruton era un tipo de función Cobb Douglas con ganancias decrecientes contra un factor oculto y fijo. Una función semejante con sus elasticidades de substitución unitarias, también. salvaría la Iógica del argumento. Pero la dependencia de una función tan especial le quita ímpetu a la inferencia.

Las funciones de producción como la [3] implican que el "tercer" factor implícito -cuya elasticidad finita es responsable de la disminución de las ganancias con relación a incrementos proporcionales de *L* y *K*- es cada vez más adecuada para combinarse con *L* en vez de *K* a medida que se extiende la escala de producción. No deseo defender lo plausible que pueda ser la hipótesis de que estos fenómenos estén muy difundidos, aunque puedan no ser totalmente irreales: depósitos de fácil acceso pueden expIotarse a máquina pero los pozos marginales que ofrecen una mayor resistencia necesitan manó de obra, (¿Y en dónde queda el incremento de bienes en elaboración y los requisitos de eficacia?)

tre un tipo de interés en declinación con una relación capital-producto que no ascienda implica acaso algo acerca del mundo, que podría ser aprobado o quizá refutado por hechos observables?

La respuesta, por lo menos a la segunda de las preguntas, es afirmativa. Dos modus de encarar la cuestión que están relacionados entre sí se autosugieren. Uno, hay una relación definitoria entre la productividad marginal del capital, su productividad promedio $1/k$, y la parte del producto que se les imputa a los dueños de ese capital. El teorema declara [1] que una productividad marginal de capital en declinación es consistente con [2] una relación capital-producto que no aumenta sola en el caso de que [3] esté declinando la renta que le corresponde al capital. Existe una prueba elegante de esta proposición en el nuevo libro del profesor Fellner[20].

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} = \left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}\right)\left(\frac{K}{K}\right)\left(\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}}\right) = \left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}\cdot\frac{K}{\dot{Q}}\right)\left(\frac{\dot{Q}}{K}\right) \quad [7]$$

Si $\frac{\partial Q}{\partial K}$ está disminuyendo, $\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K}\cdot\frac{K}{\dot{Q}}\right)\left(\frac{\dot{Q}}{K}\right)$ también deben ir declinando por identidad. Luego, si Q no está disminuyendo, $\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\cdot\frac{K}{\dot{Q}}\right)$ debe estar reduciéndose. Pero este último es la participación de la renta del capital $Q/ K.K$, en el total del producto Q.[21]

¿Esta demostración ayuda en alguna forma la inferencia acerca de las innovaciones? Depende de la forma que uno interprete los hechos de la historia económica[22]. Si estos hechos demuestran que la "parte" secular que les corresponde a los dueños del capital del total de la renta no ha disminuido durante un período en que han ido declinando los tipos de interés, y si se postula la imputación de la renta "como en" mercados perfectos, resultaría entonces que al no aumentar K/Q

---

[20] "Trends and Cicles in Economic Activity" (New York; Henry Holt, 1956), p. 222.

[21] No nos ocupemos aquí de las ambigüedades intrínsecas que se asocian con la imputación de renta a través de la productividad marginal en situaciones de disminución de ganancias de escala, ej. el no agotamiento del valor producto, etc. (cf. mi "Simple Análitics of Welfare Maximization", American Economic Review, a aparecer.

[22] Y nuestra aceptación del modelo. Para referencia ver algunos trabajos recientes de Phelps-Brown y Hart y de Phelps-Brown y Weber en el Economic Journal LXIII (Juni 1953.)

queda implícito equiparar las innovaciones a las del tipo "ahorrativo de capital".

Esta no es la ocasión adecuada para examinar la evidencia. Dentro de la experiencia reciente de los EE. UU. la parte de la renta que le corresponde a la "mano de obra" (sueldos, salarios más alguna fracción que se le imputa de la renta de empresas no corporativas) parece haber permanecido más o menos estable. En un mundo que sólo contenga dos factores esto implicaría constancia en la parte que le corresponde al capital. Pero cualquiera sea la información que demuestren los datos, éste es un camino de investigación que podría dar validez histórica a algunas inferencias acerca de las innovaciones.

El recorrido en el tiempo de *L/Q* proporciona una relativa ruta para la exploración. Multiplíquese los dos miembros de [5] por *K* y el segundo término del miembro izquierdo por *L*/*L* para obtener:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{K}{\dot{Q}}\right) \lesseqgtr 0 \doteq \frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} K + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}}\ \dot{L}\ \left(\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}\ \frac{1/\dot{L}}{1/K}\right) \gtreqless \dot{Q} \quad [5']$$

Sabemos por el teorema de Euler que cuando hay ganancias que dis minuyen por la escala $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial K} K + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{L}} \dot{L} < \dot{Q}$. Se desprende de esto que para que el valor de equilibrio de $\frac{K}{\dot{Q}}$ disminuya dentro de una función de producción dada, de menos de primer grado, es necesario, aunque no suficiente, que $\left[\frac{d\dot{L}/dt}{dK/dt}\ \frac{1/\dot{L}}{1/K}\right] \dot{>} 1$, o lo que es equivalente, que *K* aumente. Si la tasa de crecimiento relativo del capital excede la de la mano de obra; y si presumimos ganancias de escala en disminución, sólo la innovación puede tener como resultado un *K*/*Q* que no aumente. Este es el modo en que yo me inclinaría a defender la tesis de Bruton[23].

[2 3] (Cf. columna 7 de la tabla I). Tomar nota además de las implicaciones de [5] para las ganancias constantes y en aumento en escala. Para un análisis más comprensivo daría resultado el proponer un modelo más explícitamente dinámico y resolver los recorridos en el tiempo de las variables bajo suposiciones alternativas en cuanto a las funciones de producción. El ensayo previamente mencionado de R. M. Solow provee de la maquinaria necesaria. Desafortunadamente las implicaciones del interés de precio se ponen problemáticas en situaciones en que las ganancias a escala no son constantes.

III

La distinción crucial en el orden analítico que se ha destacado en las páginas que anteceden es la que existe entre una noción marginal y una promedio: para especificar más, la distinción entre la productividad marginal del capital y su productividad promedio "ajustada"

La confusión en que se incurre acerca de una distinción análoga entre varias nociones acerca de la productividad de la mano de obra y la relación que hay entre ellas y la producción per capita (renta)[24] ha turbado parte de la literatura reciente sobre la asignación de factores y de inversiones en el crecimiento económico. El resultado ha sido una serie de consejos bastante dudosos sobre cómo deben utilizarse los recursos en aquellos países que evidencian un deseo de lograr un desarrollo acelerado.

Siendo un tema que hace a la cuestión quisiera examinar alguno de los argumentos que sé ha adelantado a favor de procesos de producción de use intensivo de capital (un *K* elevado) en países en que escasea el capital y abunda la mono de obra. La defensa más completa de este punto de vista -una verdadera defensa en profundidad- se hallará en un artículo reciente de los profesores Galenson y Leibenstein[25].

Pero desde que ellos erigen la mayor parte de su causa sobre la base de los efectos de la distribución de la renta con respecto al volumen de ahorro y sobre una sensibilidad neo-Malthusiana de la tasa de crecimiento de la población con relación a la estructura de la inversión, preferiría examinar un pasaje del artículo de Bruton previamente citado que enfoca plenamente las dificultades[26]. La sección IV está dedicada a las conclusiones más amplias que

[24] En nuestro modelo cerrado con un solo bien de consumo que consiste exclusivamente de magnitudes reales, la renta es idénticamente igual al producto.

[25] «Investment Criteria, Productivity and Economic Development", Quarterly Journal of Economics,LXIX (Agosto 1955) 343 versión castellana en esta revista,,. Vol. 1, N° 2, Julio-Setiembre 1961, 43.

[26] Es necesario decir que la mayor parte del artículo de Bruton tiene poco que ver con la asignación de factores y que el pasaje que cito, tal como yo lo interpreté está planteado a modo de aforismo. Solo puede considerarse cómo un punto de partida conveniente, porque a diferencia de muchos ejemplos recientes de la literatura económica las dificultades no se hallan enterradas bajo una capa de retórica inexpugnable.

emergen del estudio de Galenson y Leibenstein. Lo que sigue implica tanto una paradoja como su solución.

"¿Ahora bien, cuál es la vinculación de todo esto con el caso de los países subdesarrollados? Dado que su producción es reducida si se la compara con la de los países mas desarrollados, su principal objetivo es el de incrementar la capacidad de producción de su economía lo más rápidamente posible. Para lograr esto es evidentemente deseable que el capital produzca lo más que sea posible, es decir un *K/0* tan bajo como sea posible. (1) En la medida que el tipo de interés refleje la escasez de capital con relación a la mano de obra, se obtendrá un *K/0* bajo. (2) Pero esto significa una productividad baja par trabajador y por lo tanto una renta real por capita baja. (3) Por lo tanto para aumentar la renta por capita debemos aumentar la proporción que le corresponde al capital en el conjunto de factores: debemos movernos alrededor de la curva de igual-producto, utilizando más capital y menos mano de obra para obtener la misma producción." [27]

A mi modo de ver la "paradoja", a saber que es igualmente deseable el tener un K/Q bajo y que al mismo tiempo es indeseable porque implica una producción menor per cápita, es ilusoria; más aún, la solución sugerida o sea (3) es inaceptable.

El punto delicado de is dificultad reside, uno podría sospecharlo, en la confusión entre [1] la productividad marginal de la mono de obra *□Q/□L*, [2] la productividad promedio de la mano de obra ocupada Q/L_e y [3] la renta por cápita de la población, Q/P.[28] Pero sea cual fuere la causa, la prescripción que de ella resulta conduce a caminos tan errados y dentro de una forma más o menos difusa suficientemente común, como para justificar un examen de las frases críticas numeradas.

(1) No es cierto que un tipo de interés elevado debido a la escasez de K con respecto a L implique necesariamente un K/Q bajo. Tómese un caso extremo de escasez de K con respecto a L: una situación semejante a la que se plantea en la figura I en la que la mano de obra es técnicamente redundante.[29] En una situación semejante la maximización de la producción requiere que la producción tenga lugar

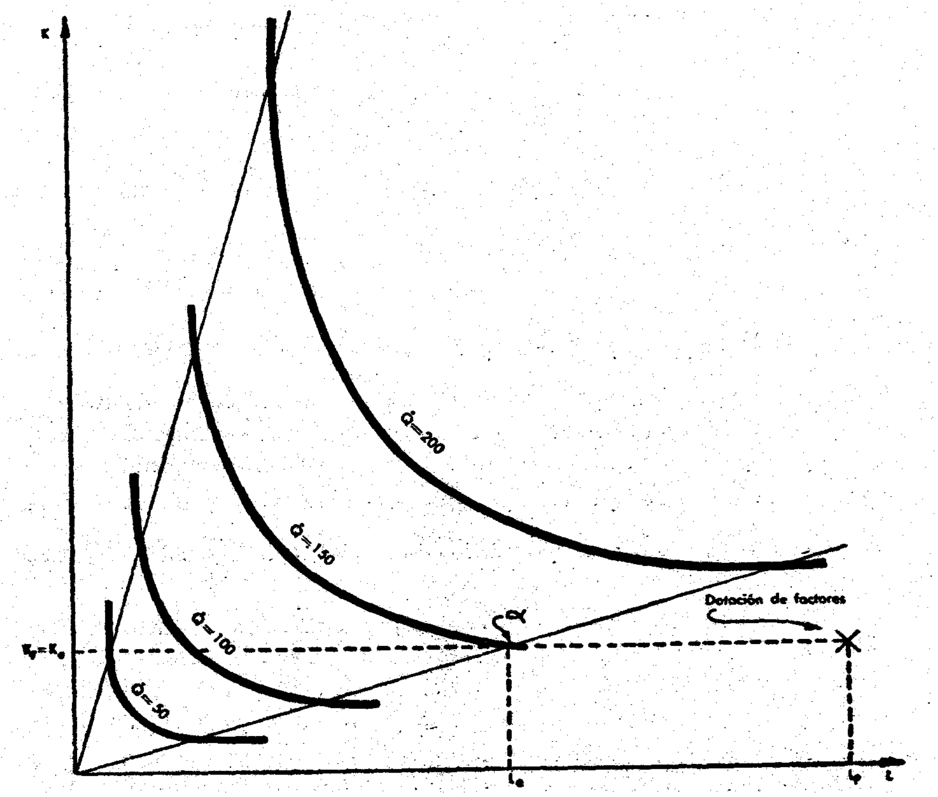
[27] Bruton op. cit. *p*.327. La numeración de las oraciones es mía.

[28] La "productividad promedio" de la potencial "totalmente ocupada" fuerza de trabajo puede presumirse o no, como siendo proporcional a Q/P.

[29] Ej. El punto de dotación de factores en el espacio LK se encuentra fuera de la línea ondulada que representa la intensidad de mono de obra.

en un punto a, donde la productividad marginal de *L* es igual a cero y toda la producción es imputable el capital, el factor no redundante[30]. Pero nada de esta configuración exige que dicha producción sea muy elevada con respecto a *K*.

FIGURA Nº I



En realidad dentro de esta situación polar, un tipo de interés elevado, ejemplo, un 25%, implica un *K*/*Q* no "muy bajo", de cuatro.

(2) La noción de que un *K*/*Q* bajo significa "una baja productividad por trabajador; y por lo tanto una renta real por cápita baja", es evidentemente errónea. Con el *K* dado, cuanto más bajo sea el *K/Q* tanto más elevado será el *Q*/*P*. Es verdad que, si la maximización de la producción requiere, como en la figura I, proporciones en los factores que reduzcan, la productividad marginal de la mano de obra a cero, y si además; la distribución de la renta está determinada por, o "como si fuera por", un sistema de mercados perfectos, entonces

[30] Por lo menos en el caso neoclásico en que las líneas isocuantas se suavizan totalmente. Si en la figura I las isocuantas consistieran de segmentos rectos con codos abruptos, la tasa de salarios/ por la tasa de la renta del capital en a sería, dentro de un cierto rango, indeterminada. Esto proporcionaría alga de flexibilidad para el use no deformador de las leyes de salario mínimo, etc.

todo el producto se le imputará a los dueños del capital.[31] Pero una situación exactamente igual a ésta sólo se requiere en el caso de que se pretenda maximizar el producto por cápita corriente.

El hecho que la distribución de la renta sea tan "mala", en términos de algunos valores que hacen a la cuestión, como para exigir redistribución, aunque fuera a costa de algún sacrificio de la producción[32], se encuentra, en cuanto a lo que aquí se debate, fuera de la cuestión. Un K/Q reducido -y en la medida que lo exigen la proporción de los factores y la función de producción, un ☐Q/☐L reducido- obtendrá más probablemente como resultado un Q y un Q/P más elevados en vez de más reducidos.

(3) Se deduce de lo anterior que la prescripción de la frase (3) a saber: para elevar la renta por cápita "debe de aumentarse la proporción de capital en el conjunto de factores" y "moverse alrededor de la curva de producto equivalente, usando más capital y menos mano de obra para obtener el mismo resultado" es en verdad un consejo muy malo. Si el propósito que se persigue es el de maximizar la producción (o sea la producción por cápita de la población dada) entonces lo peor que se puede hacer es aumentar el K/L en el conjunto de factores, por L lo menos durante el tiempo en que L permanezca redundante. Hasta que la totalidad de L esté productivamente ocupado, debe uno abrazarse lo más posible a la línea de intensidad de mano de obra, aunque esto impliqué una productividad marginal de la mano de obra igual a cero.

Aún una vez fuera de la línea de redundancia -por medio de una acumulación suficiente de capital como para contrarrestar los efectos del crecimiento de la población- los intentos que se hagan para escoger proporciones de los factores que logren obtener una productividad marginal mayor de la mano de obra no tienen muchas

[31] El propósito con que se emplearon estas palabras fue el de retener una independencia antiséptica de los contextos institucionales. La opinión que hay detrás de este tipo de imputación es neutral entre [1].maximizadores de ganancias reales que actúen en un mercado real pero perfectamente competitivo; [2] Burócratas al estilo de Lange-Lerner ("tomar los precios como dados y maximizarlos, o Siberia"); ó [3] los técnicos que usan máquinas electrónicas y que se esfuerzan por idear rutinas de cómputo eficientes.

[32] Debido a la pérdida de incentivo que significan los impuestos más el pago de transferencia; o, si se lograra la redistribución, por ejemplo, con un mínimo de salario IegaI, a la errónea asignación de factores. (En la figura I una tasa de salarios positiva empujaría a los productores maximizadores de ganancia hacia el "oeste", lejos de a y a una posición de producto reducido.)

probabilidades de encaminar un sistema dentro de un sendero similar al estipulado por Pareto para lograr la "bienaventuranza". Si el interés que se persigue es el de la producción,[33] ésta debe ser maximizada y dejar que □*Q*/□*L* resulte como sea.[34]

Todo esto puede exponerse de un modo más positivo. Suponiendo que:

a) la tasa de crecimiento de la población no es sensible a la selección de los procesos de producción;

b) la "plena ocupación" potencial de la mano de obra (medida como un flujo en el tiempo: L_f) es una función de la población (*P*);

c) la tasa de ahorro es independiente de una distribución del ingreso imputado al mercado; y reteniendo los dos factores, un producto, consumo de capital nulo para evitar en él modelo problemas de producto compuesta, se sigue que:

(1) La maximización de *Q*, o en forma equivalente de *Q*/*P* o *Q*/*L* no implica la maximización de □*Q*/□*L*, ni de la productividad promedio de la mano de obra que está actualmente ocupada: *Q*/*L*[35]

(2) No hay ningún conflicto entre el hecho de maximizar *Q*/*P* por dentro de cualquier período corto, y maximizar la tasa de crecimiento de *Q*/*P* sujeta a la función de producción, a la dotación de factores y a la tasa de ahorro. Por el contrario la maximización del producto corriente es una condición necesaria para obtener el producto máximo en cualquier período futuro

(3) Más aún, si la dotación de factores se encuentra fuera de la línea ondulada correspondiente a la mano de obra; la maximización *de Q (Q/P, Q/L_f),* implica:[36]

---

[33] La suposición de que haya un solo bien de consumo salva muchas dificultades: *convierte* a la idea de renta real ea un hecho *sólido y o*bservable. Al hacerlo, sin embargo, se invita al tratamiento del problema del producto compuesto.

[34] Para tener en cuenta calificaciones posibles; ver sección IV abajo.

[35] No nos ocupemos aquí de las dificultades de decidir en un mundo de desocupación parcial cuántas horas de qué persona están o no están ocupadas. Lo importante qué debe tenerse en cuenta es que *L*. es una tasa fluctuante de servicios de mano de obra y no el "stock" de mano de obra.

[36] Mi colega, R. S. Eckaus, ha hecho un análisis exhaustivo de este caso: "Factor Proportions in Underdeveloped Areas", American Economic Review, XLV (Sept.1955). En lo que a mí se refiere pienso que la hipótesis de mano de obra redundante en su formulación más arriesgada es poco plausible: hay muchas "mercancías" en el mundo y el comercio international no es ilegal. Pero si se toman en cuenta consideraciones de demanda, puede prepararse una sólida defensa de esta hipótesis alegando que contiene un fondo de verdad. De todos modos lo

(i) La adopción de aquellos procedimientos que requieran la mayor intensidad de mano de obra y la ampliación de *K* para tantos obreros como para que el resultado de $\square Q/\square L > 0$. [37]
(ii) $\square Q/\square L = 0$, exceptuando el caso de una indeterminación, cuando la función de producción tiene ángulos abruptos (ver nota 3).
(iii) La maximización de la productividad promedio de *K*: Q/K y si la función de producción arroja beneficios constantes de escala, maximización también de $\square Q/\square K$.

(iv) Que Q/L_e sea igual, mayor o menor que lo que podría ser por el empleo de una técnica inferior a la óptima la cual combina la cantidad de capital dado con menos mano de obra, además esta relación es irrelevante para la elección de técnicas.

(4) Finalmente si la dotación de factores se encuentra dentro del cono formado por las líneas onduladas y no hay redundancia tecnológica de mano de obra, la maximización de Q, Q/P o Q/L_f implica:

(*i*) Que la configuración del producto máximo requerirá el empleo de la totalidad de la mano de obra disponible: $L_e=L_f$. En un mundo de productos múltiples, esto nuevamente requiere una calificación debido a las consideraciones que surgen de la diversidad de la demanda (ver nota 37).

---

plausible que pueda resultar la hipótesis empíricamente no viene al caso de los temas que aquí se dilucidan.

[37] Desde el momento que dejamos de Iado la suposición de que no hay más que un solo bien de consumo esto debe ser calificado: consideraciones acerca de conjuntos de productos complejos y por lo tanto de la demanda, se convierten en factores relevantes. Si (1) las técnicas que requieren mayor intensidad de mano de obra producen solamente manzanas, y (2) la gente desea sobretodos además de manzanas por más que se encarezcan los sobretodos en relación a las manzanas; además, si (3) por cualquier razón, como por ejemplo ganancias en escala en veloz disminución, la ventaja comparativa no permite una especialización completa, y por lo tanta no puede hacerse frente a la totalidad de la demanda de sobretodos con la exportación de manzanas, entonces y solamente entonces deberá utilizarse parte del capital para la producción de sobretodos. Si se hiciera esto habría menos personas ocupadas que si se produjeran sólo manzanas. El punto en cuestión radica en que la superficie de posible producción puede perfectamente exhibir zonas en que hay empleo total de todos los factores además de zonas de redundancia, y la demanda y las condiciones de comercialización pueden colocar el sistema en un punto de la segunda. Pero permanece en pie la conclusión cualitativa: para cualquier conjunto de productos dado será siempre preferible is técnica en que se emplee una mayor intensidad de mano de obra y que al mismo tiempo ahorre más capital.

(ii) Que ni Q/K ni Q/L_e estarán en el máximo[38] –pero ver las calificaciones que se enumeran en el rubro (*i*) anterior- aunque por supuesto tanto Q/K_f y Q/L_f van a estar en su máximo de valores. Las decisiones que se tomen basándose en economizar un solo factor resultaran en puro gasto. Si los dos componentes escasean, la elección de un procedimiento que se base en ignorar el costo de oportunidad tanto del capital como de la mano de obra, no dará nunca el mejor resultado.
Ni la teoría del valor trabajo, ni la más recientemente puesta en boga o sea la "teoría del valor capital"[39] son defendibles.

IV

Todo lo que antecede descansa sobre la premisa de que el máximo al que se debe aspirar es al de la producción[40]. Esta no es la ocasión propicia para explorar la clase de restricciones surgidas de las Funciones del Bienestar Social, y si estas dan validez a la proposición de que llevar al máximo la producción –o, en un mundo de n-bienes de consumo el estar en la superficie de posibilidad de una eficiente producción igual a la proclamada por Pareto- es una condición

[38] Por la definición de este caso, o sea que □Q/□K >0, □Q/□L>0,y al menos en un mundo de ganancias de escala no decrecientes – ni Q/K ni Q/L pueden estar en su máximo. Si lo estuviesen, solo sería igual a □Q/□L, por lo tanto □Q/□L. Le agotaría todo el Q y □Q/□K tendría que ser 0 (para K>0).

[39] Debo la sugerencia de esta simetría a mi colega *P*. N. Rosenstein Rodan. Debe tomarse nota que lo que antecede pertenece a la selección de factores (de procesos) para un conjunto dado. De modo particular se refiere solo de modo indirecto a la elección de la producción local de bienes de capital que requieren "capital intensivo" (futuros insumos). Y su importación a cambio de exportaciones que requieren intensidad de mano de obra. Para ese problema un modelo que contenga un solo producto dentro de una economía cerrada es un instrumento poco adecuado.

[40] En tanto que la población se mantenga independiente de la combinación de factores, etc. La maximización del producto es equivalente a la maximización del producto per cápita. Un modelo más completo puede contener efectos de realimentación derivados de la estructura de producción, de la distribución de la renta, e igualmente de la tasa de crecimiento de la población. Un tema importante del artículo previamente citado de Galenson y Leibenstein es que justamente estos efectos de realimentación son probablemente para rendir al máximo de la producción actual (vía procedimientos que requieren una intensificación de la mano de obra) inconsistente con una producción máxima futura per cápita. Considero que la evidencia empírica en que descansan los numerosos eslabones de la cadena de razonamiento constituye una base demasiado tenue para renunciar a la producción corriente por temor al índice futuro de natalidad, pero por supuesto no niego la posibilidad lógica de su hipótesis. El resto de mi discusión se basa en la presunción de que la tasa de crecimiento de la población se mantiene independiente de la selección de los procesos de producción.

necesaria para gozar al máximo de los beneficios de estas funciones de Bienestar.

Basta hacer notar que el contenido normativo de la eficiencia de Pareto está sobrecargado de valores. Mas adelante hablaremos algo mas acerca de este tema—ahora pondré punto final con algunos últimos comentarios.

(1) En todo lo que antecede he usado sin protesta la noción de relación capital-producto. Corresponde en este momento poner sobre aviso a inocentes, ya que a juzgar por la literatura que aparece sobre el tema del desarrollo parecería que la inocencia, en cuanto a lo que se refiere a este rubro, es un estado bastante generalizado. Existen pocos conceptos de uso corriente dentro del análisis económico cuyos cimientos sean tan inestables.[41]

Pueden superarse algunas dificultades siendo explícito y riguroso: por ejemplo en el caso de "neto" y "bruto". Otra manera de proceder con las dificultades es la de "suponer" que ya no existen: el modelo que se ha utilizado aquí así lo hace. Pero es importante darse cuenta en qué medida se descartan dichos supuestos. En la mayoría de los problemas tratados por la teoría del capital la verdadera noción de las relaciones capital-producto ó capital-capacidad es totalmente inaplicable.[42] Una labor central de la teoría del capital es la de proporcionar un mecanismo por intermedio del cual se puedan hacer comensurables los factores y los productos que no son simultáneos en el tiempo. La relación capital-producto que relaciona los incrementos "del" Capital con los incrementos en el flujo de la tasa de

[41] No nos ocupemos aquí de las dificultades, muchas veces relacionadas, de medición. Podría preguntarse por qué una noción de capital-producto, esto es una relación producto promedio del capital, da más trabajo que la noción del producto promedio que rinde la mano de obra. Independientemente que esto también da trabajo -ver sección III del trabajo, y la presunción crónica que existe hasta en la literatura profesional que un aumento de la productividad de la mano de obra de algún modo convalida al mercado para que haya un aumento en la tasa de salarios- la relación Q/K entraña algunas dificultades fundamentales que elude la Q/L. En □*Q*/□*L*.

□*L* es una fluctuación, que se calcula en horas trabajo. En □*Q*/ □*K*, □*K* es un incremento de capital cuya contribución no sólo debe juzgarse en los términos del *Q* que permite hoy, si no que también deben tenerse en cuenta sus efectos sobre los. *Q*-s del futuro.

[42] La distinción que se hace entre las relaciones capital-producto y capital-capacidad es crucial en un mundo que se parece más al de Keynes que al de J. B. Say. Con un atraso de dos años el incremento de la relación capital-producto entre los años 1929 y 1931 fue negativo. La distinción se relaciona incidentalmente a la

la "capacidad" de producción, se limita a enterrar el problema.[43]. En general el mecanismo de descuento de la teoría del capital es indispensable para todos aquellos problemas en que la configuración temporal y la duración de los factores para las "inversiones" y el flujo de la producción varían notablemente.

No obstante haber dicho lo que antecede, defendería el punto de vista de que para algunos propósitos una noción del producto capital puede esclarecer considerablemente algunos problemas en cuanto a apreciaciones cualitativas o de "orders de magnitud. Pero hace falta un cirujano cauto para operar con instrumentos defectuosos.[44]

(2) La suposición del modelo Harrod-Domar, de que existe un solo bien de consumo, puede salvar muchos problemas arduos con respecto a los números índices que causan dificultades en un mundo donde hay muchos bienes de consumo. La suposición de que existe un algo homogéneo que: se llama "capital", circunscribe la serie de cuestiones complejas que surgen del hecho de que si lo que se persigue es evaluar las posibilidades de producción de una comunidad, el capital de ésta es un "quién es quién de todos las bienes en existencia".[45] Igualmente conveniente resulta aquí el hecho de que "el producto real" no es muchos números expresados por un solo número; es verdaderamente un solo número, por lo menos de un punto de vista estático y que abarque un solo período. La

---

que se establece en la sección III entre el Q/L_e vs. Q/L_f es más útil cuando se trata de capital el adjuntarle sufijos a Q.

[43] Más estrictamente a la tasa de fluctuación de la capacidad "valor agregado". Para un modelo conjunto de una economía cerrada esa distinción no tiene importancia. Pero si uno se pope a considerar partes individuales de la economía, es seguro que la tiene (ej. considerar la relación K/Q del correo que originan las industrial del hogar). La idea de capacidad es de por sí escurridiza. No existe una presunción a priori de que las curvas de costo tengan codos abruptos y se dirijan directamente al norte, y si éste no es el caso, el rendimiento de la "capacidad" se convierte en un asunto` de precio y maximización de la ganancia.

[44] Luego de haber escrito esto he tenido ocasión de traducir dos artículos de crítica excelentes por Albert Kervyn. Estos consideran gran parte de las cuestiones que se tratan en el presente artículo amén de otras. "Le Rapport du Capital au Revenu", Bulletin de l'Institut de Recherches Economiques de l'Université de Louvain, XX (Agosto 1954.) XXI (Feb.1955.)

[45] En la imposibilidad, exceptuando suposiciones muy arriesgadas, de encontrar un solo número para representar el "capital" que dado L denote únicamente el potencial de productividad del sistema; ver R.M.Solow, "The Production Function and the Theory of. Capital". Review of Economic Studies, XXIII. 101.

eficiencia de Pareto para posibilidades de producción instantánea o de un solo período con factores dados cuyo abastecimiento es inelástico no es una superficie multídimensional sino sólo un punto. Todas las complejidades que surgen de la interdependencia simultánea de la mejor composición de la producción con la distribución de la renta y la combinación de los factores son dejadas de lado.[46]

(3) Una vez que salimos de los cómodos limites de la estática estacionaria, surge un problema análogo, aún en el caso de haber un solo bien físico de consumo. Una manzana hoy, no es igual que una manzana la semana siguiente, y si permitimos que parte del producto de cada período se congele para formar parte del capital que será utilizado en producir un mayor producto en períodos futuros, la elección ya no es la de más o menos manzanas. Más bien tendremos que escoger de entre varios recorridos en el tiempo del consumo de manzanas. [47]

¿Puede darse la posibilidad de que el recorrido en el tiempo más deseable -en términos de valores, o en los términos del señor Nehrú; o de algún consenso político[48], requiera la violación de la regla de un período, a saber que dentro de cualquier período corto debe maximizarse la producción de manzanas? La respuesta es afirmativa, pero sólo bajo supuestos muy extremos, tanto cuantitativos como cualitativos.

Si una distribución distinta de la renta da como resultado tasas de ahorro "ampliamente" divergentes, o sea tasas de posible formación de capital que varían profundamente de una a la otra; y si, además existen severas limitaciones en lo que respecta a la interferencia en cuanto a la distribución de la renta tal como la que se le imputa a los

[46] La "mejor" combinación de alimentos y artículos de vestir depende de la distribución relativa de la renta (poder adquisitivo abstracto) entre los Gourmets y los Dandys; pero esto a su *vez* depende de lá productividad relativa de los factores poseídos por los *G-s* o por los *D-s* en el proceso de producción de la combinación específica de alimentos y de artículos de vestir elegida, etc.

[47] Nada depende exclusivamente de la noción de "unidad de período". Podríamos pensar igualmente en términos de porcentaje de corrientes instantáneas. Analíticamente la distinción es equivalente a la que se establece entre diferencia y ecuaciones diferenciales.

[48] Supongamos aquí que estos sistemas de valores poseen regularidades que hacen obligatoria la eficiencia Pareto para obtener un máximo. Ninguna parte del argumento toma en cuenta funciones de bienestar "raras". Debe además suponerse que el índice de crecimiento de la población está dado de modo independiente.

mercados, o por derivaciones parciales que se computan electrónicamente[49], entonces en verdad es posible que un producto por debajo del máximo en el día lunes pueda dar lugar a un volumen de inversión que sea lo bastante más elevado como para justificarse. ¿"Justificarse", en qué sentido? En el sentido de que el sacrificio de consumo de manzanas que se hizo el lunes, que se debió no sólo al ahorro para inversión sino a un método de producción "ineficiente", pueda estar más que compensado por la tasa mayor resultante de posible producción de manzanas, en los días martes, miércoles, y otros días futuros.[50]

Queda mucho que decir sobre este tipo de cuestiones. Será suficiente aquí con afirmar que:

a) Hasta en el caso de suposiciones extremas acerca de la sensibilidad que demuestra la tasa de ahorro con respecto a la distribución de la renta, y acerca de limitaciones impuestas a la redistribución por la posibilidad de hacer factibles esas medidas de redistribución o por imposiciones dadas por una escala de valores, no son causa suficiente para seleccionar las proporciones de la inversión en términos de los efectos que tendrán sobre las múltiples productividades marginales de los factores. "La tesis Galenson-Leibenstein" a saber que un *K*/*L* es deseable dentro de los procesos de producción aún en aquellos lugares en que la mano de obra es redundante, porque la tasa de ahorro, y por lo tanto de inversión, variará de modo inverso con la fracción de la renta que pase a los asalariados, requiere para confirmar su validez la suposición cuantitativa siguiente:

(i) Un □*Q*/□*L* más elevado, y un menor L_e se asociarán necesariamente con una planilla de salarios más reducida que lo que lo haría un □*Q*/□*L* más reducido y un L_e más elevado. No hay duda que esto pueda quedar implícito dentro de "la" superficie de producción, o por arreglos institucionales explícitos cuyo designio es el de conservar aislada la tasa real de salarios del tirón hacia arriba

[49] Esto puede deberse a combinación compleja de consideraciones que tengan en cuenta tanto valores como la posibilidad de que ocurra en realidad. ¿Qué parte de este recurso tan escaso que representa el funcionario público eficiente, debe adjudicarse a la puesta en marcha de un servicio de rédito interno? ¿Qué posibilidades existen y qué límites de valor para la aplicación de métodos coercitivos y de arreglos institucionales, etc.?

[50] En los términos de la función individual *W* esto significa "contar".

ejercido por la demanda,[51] pero con toda seguridad no ha sido ordenada de esta forma.[52] En el caso polar de redundancia de mano de obra, al menos, donde en el punto que fija el máximo de la producción $\square Q/\square L=0$, la suposición de que la planilla de salarios será menor si se adoptan procedimientos menos que eficientes con un K/L elevado, se ve claramente que es equivocada. Cero es un número absoluto sumamente pequeño.[53]

(ii) Una planilla de sueldos más reducida (W) dividida por un Q más reducido necesariamente dará por resultado un W/Q más reducido y de allí una tasa menor de salarios en proporción al beneficio que lo que daría un W más elevado y un Q más elevado. De otro modo la propensión a ahorrar relativamente alto que tienen los receptores de beneficios, en la que se apoyan Galenson y Leibenstein, será causa de que la tasa conjunta de ahorro (ahorro/renta) se vuelque a los procesos que impliquen un K/L elevado.

(iii) Una tasa mayor de ahorro con una renta menor dará como resultado necesariamente un volumen mayor de ahorro, por lo tanto de inversión, que lo que haría una tasa menor con una mayor producción. No es suficiente que disminuya la tasa de beneficio de los

[51] O si se deja de lado la suposición de producción, a través de la solución total del sistema de Walras con la inclusión de no óptimos prescriptos.

[52] Los arreglos institucionales vienen al caso porque si se toman en cuenta las posibles interferencias que se interpongan a los mecanismos de mercado entonces el porcentaje real de salarios (w) no hace falta que varíe como lo hace $\square Q/\square L$ (aún dentro de un mundo que contenga un solo bien). Se pueden concebir políticas para tomar en cuenta un caso extremo, que harían que w fuese totalmente independiente de $\square Q/\square L$, o sea totalmente determinado por la oferta. Dada una tal política, y una oferta de mano de obra con inclinación positiva, menos Le implica un promedio menor y no mayor de salarios. Si esto es asi el punto (*i*) debe adjudicársele a Galenson y Leibenstein por omisión. Pero esto no basta, además necesita (ii) y (iii). Además si esto es lo que tienen en mente, entonces por lo menos algunas de sus sugerencias en cuanto a medidas, a saber "una legislación que establezca salarios mínimos relativamente elevados... " pueden muy bien resultar contraproducentes. wL_e es la cantidad clave por lo tanto les hace falta un Le bajo y un w relativamente bajo (para el total de la cita ver más abajo).

[53] Demás está decirlo que el quid de la discusión no reside en que la cuenta de salarios real pueda alguna vez aproximarse a cero. Pero si el propósito que se persigue es que los salarios reales se mantengan en un mínimo de subsistencia, entonces es posible que sea de alguna utilidad un salario presuntamente imputado may bajo.

salarios para que haya una tasa más elevada de ahorros (inversión). Lo que interesa es el producto de esa tasa con el total del producto.[54] Cualquiera sea el punto de vista de uno acerca de la probabilidad conjunta de que se den las combinaciones de circunstancias cualitativas y cuantitativas arriba mencionadas, es difícil aceptar como concluyente la prescripción de Galenson-Leibenstein, a saber: "que los países subdesarrollados deberían modificar las condiciones de manera tal que haya una escasez artificial de mano de obra, conformándose así a nuestro criterio... Esto debe hacerse por medio de una legislación que establezca salarios mínimos relativamente elevados como también condiciones de trabajo; por un control directo de la potencia humane por parte del gobierno; o en el caso de industries estatales, imponiendo a la dirección de las empresas un rendimiento elevado de la mano de obra", y que "las islas de ocupación privilegiada deben ser protegidas por el gobierno... pues los empresarios individuales encontrarán dificultades para resistir la tentación constante que constituye la mano de obra barata". [55]

b) Por lo general, y dentro del contexto de los confines tradicionales de los mecanismos formales que utiliza el economista para obtener máximos, la eficiencia instantánea de Pareto es una condición necesaria para lograr una eficiencia total intertemporal y dinámica.[56] En el caso de un modelo que contenga un solo bien de consumo esto significa que para estar dentro de un camino de crecimiento "eficiente" -es decir en un camino donde ningún aumento en el

---

[54] Cf. Galenson y Leibenstein, op, cit. *p*. 351. Debería tomarse en cuenta de que la posibilidad que al menos (*i*) puede en realidad actuar en contra de su tesis, lo reconocen los autores en una nota al píe de página luego de varias carillas de argumentos apoyando su tesis (Nº 6. *p*. 368).

[55] Op. cit. 368. Mi escepticismo no es inconsistente con una percepción de la necesidad que existe si es que ha de desarrollarse un país pobre, de incrementar el volumen de sus ahorros; de las muchas razones series que existen para que esto no sea posible sin la perpetuación de una pronunciada desigualdad en la distribución de la renta; sobre todo si es imposible asirse de renta que no sea urbana o institucional, etc. Pero quizá haya medios mejores, que asignar los recursos de modo insuficiente; y sacrificando servicios y bienes de valor. Tampoco tacho las muchas razones políticas y sociológicas que puedan justificar "monumentos" de capital intensivo que den a la gente una sensación de progreso, etc. Pero deben medirse los beneficios que éstos puedan rendir contra la pérdida que se sufra en la producción. asi como un ritmo de crecimiento más lento, etc.

[56] Esta aseveración descansa sobre un trabajo que ha abierto nuevos caminos, Y que pronto se publicará, de *P*. A, Samuelson y R. M. Solow del M.LT.

consumo de cualquier bien dentro de cualquier período es posible sin que se reduzca al mismo tiempo otro consumo se debe llevar al máximo la producción existente, sean cuales fueren las consecuencias que por ello sufran los derivados parciales de la productividad marginal.

(4) Con suposiciones bastante intensas acerca de la inestabilidad de la intransigencia de los sistemas de valores, con incertidumbre y conocimientos imperfectos, cuando no se producen convexidades en la tecnología, con una serie de limitaciones institucionales, se puede probar cualquier cosa o no probar absolutamente nada. La cuestión sobre que clases de complicaciones bien reales deben introducirse dentro de un mecanismo formal de maximización sólo tiene respuesta en términos derivados de la estrategia de la teorización, o dentro del nivel de la estrategia de planificación. El modelo con dos factores y una producción que nos provee el marco del que se desprende gran parte de lo que aquí se ha dicho, es a mi modo de ver útil en la única forma en que puede hacerse útil a la economía la teoría sumamente abstracta y pura. A través de suposiciones flexibles y fácilmente variables aunque intensas, acerca de las formas de las relaciones de funcionamiento, los parámetros y los datos (ej. la redundancia de la mano de obra) permite explorar los límites de lo que es cualitativamente posible y consistente con un máximo. Pero la visión que nos proporciona sólo puede, en el mejor de los casos, ser considerada como sugestiva, y no puede proporcionar una base para una prescripción cuantitativa. Si se utilizan con precaución y "buen sentido", son capaces de darnos modos de cotejar en el campo cualitativo o dentro del orden de magnitud, tanto en una planificación cuantitativa detallada o en el campo de la asignación que a su vez se basa en combinaciones de modelos mucho más grandes y menos flexibles y además en el buen sentido de los planificadores -o planificar en términos de instituciones, del impacto monetario fiscal, etc.[57]

[57] El simple modelo estadístico neokeyseniano de gastos que se maneja en términos de renta conjunta, inversión y gastos por parte del gobierno, etc, es lo que más se acerca a una excepción. Peso su punto fuerte reside también en dar respuestas cuantitativas que tienen un significado cualitativo y de orientación. El sistema Leontieff y sus variantes programáticas constituyen el mejor ejemplo del amplio y menos flexible sistema que hace falta para dirigir una planificación cuantitativa. Su gloria, a saber que permite la identificación de ` constantes de

Peso hay una cosa clara. Si en algún modo puede tener sentido la utilización de un mecanismo formal de maximización, tanto en lo que se refiere a una percepción cualitativa como en cuanto a usarlo como guía en problemas cuantitativos, la irrealidad de que adolece no puede nunca justificar la violación de su lógica interna ni de su consistencia. Una lógica equivocada es un método muy deficiente para ser utilizado como compensación al hecho de que el mundo es complicado.

Centro de Estudios Internacionales.
Instituto Tecnológico de Massachusetts.

estructura' de operaciones observables, se basa en supuestos muy altos a inflexibles (coeficientes fijos y constantes beneficios a escala).