

05

El Infinito

Segundo ciclo, Cuarto Año

Asignatura	Tema	Libro Asociado
Matemática	El Infinito	Aventuras Matemáticas



Material elaborado por el Instituto Nacional de Educación Tecnológica, Ministerio de Educación de la Nación.

Autora: Prof. Ing. Haydee Noceti.

Diseño Gráfico: Carolina Macedra y Federico Timerman.

www.inet.edu.ar

Hasta el infinito y más allá

DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN

En el currículo del primer ciclo no aparece la noción de infinito en forma explícita. Recién se visualiza en el segundo ciclo. No obstante, desde el comienzo de la formación escolar los/as estudiantes comienzan a tener conocimiento y conviven con el infinito. En general, el **infinito potencial** no presenta problemas en los/as alumnos/as. No ocurre lo mismo con el **infinito actual** cuando tienen que estudiar el cálculo infinitesimal.

CONTENIDOS

Noción de infinito.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS POR LOGRAR

- 1) Analizar gráficas.
- 2) Utilizar herramienta informática.
- 3) Realizar una lectura comprensiva de textos que contienen información sobre el infinito.
- 4) Comprender la noción de infinito.

MODALIDAD

Estas actividades pueden realizarse en forma presencial o a distancia. Si las realiza a distancia, puede hacerlo mediante Google Classroom 2020. Puede obtener información sobre su aplicación en: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLclJ8nSI2c7KrzlQ3kkHARAvyWgFe9g1v>

ORGANIZACIÓN DEL CURSO

Los alumnos trabajan en equipo. La temática se plantea en tres clases. Al término de cada una, se debaten los trabajos realizados por cada equipo en la puesta común. Al finalizar la última clase se hace la puesta en común de la totalidad de sesiones.

MATERIALES Y RECURSOS

Se trabajará con los siguientes textos: Relato de Bertrand Russell cuando habla del infinito, "Aquiles y la tortuga". Software: *GeoGebra*, *Word*, *Editor de ecuaciones del Word* (constituye una herramienta digital que facilita a los/as docentes y a los/as estudiantes escribir en lenguaje matemático), *Kahoot*. Pinturas y fotografías referidas al infinito recuperadas de Internet.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- 1) Analizar diferentes casos que favorecen la adquisición de la noción de infinito.
- 2) Comprender textos e imágenes que contienen la noción de infinito.
- 3) Utilizar la herramienta informática GeoGebra para representar funciones en las que aparece la noción de infinito.

CLASE 1. Actividades

A través del planteo y la resolución de ejercicios se detectan los conocimientos previos que se requiere tener para el aprendizaje de esta temática: series numéricas, conjunto de números: naturales, enteros, racionales, irracionales y reales, funciones: dominio e imagen. (**Evaluación diagnóstica**)

- 1) Discutan en el grupo qué entienden por infinito mediante la técnica de torbellino de ideas. Anoten sus ideas principales.
- 2) Les presentamos las siguientes imágenes, en las que en los títulos de todas ellas figura la palabra infinito.



- 3) Analicen en cada una, el porqué los autores usaron el infinito en sus títulos.
- 4) ¿Qué título le pondrían a cada imagen? En forma breve, justifiquen la respuesta.

Clase 2. Actividades

- 1) Se realiza una revisión de las actividades anteriores, aclarando las dudas que pudieran existir.
- 2) Realicen una lectura comprensiva de lo que contó Bertrand Russell al hablar del infinito.

Para ello, considero la más famosa de las obras de Laurence Sterne (1713-1768) es *The Life and Opinions of Tristram Shandy, Gentleman* (1759-1767) –[*La vida y las opiniones del caballero Tristram Shandy*](#)–, publicada en nueve volúmenes, y a lo largo de nueve años.

La obra quedó interrumpida por la muerte de Sterne, y se detiene en la infancia de Tristram: en realidad, no hay una auténtica trama, sólo la narración en tono humorístico de la familia de Tristram Shandy y las personas que se relacionan con ella.

Russell (1951) hace el siguiente comentario sobre el personaje principal de la obra de Sterne:

“Como sabemos, Tristram Shandy empleó dos años en escribir la crónica de los dos primeros días de su vida, y se lamentó de que, en esa proporción, el material se acumularía más rápidamente de lo que él pudiese despacharlo, de forma que, a medida que pasaran los años, se hallaría cada vez más lejos del fin de su historia. Ahora bien, yo sostengo que, si él hubiera vivido eternamente y no se hubiese cansado de su tarea, en este caso, aunque su vida continuase tan pródiga en acontecimientos como empezó, ninguna parte de su biografía hubiese quedado sin escribir. Pues, considérese: el día ciento lo escribirá en el año ciento, el día mil en el año mil, y así sucesivamente. Cualquiera que sea el día que elijamos tan distante que no tenga esperanza de alcanzarlo, ese día será descrito en el año correspondiente. Así, pues, cualquier día que pueda decirse será escrito más pronto o más tarde y, por tanto, ninguna parte de la biografía quedará nunca sin escribir. Esta proposición paradójica, pero perfectamente verdadera, depende del hecho de que el número de días en la eternidad no es mayor que el número de años”

Supongamos que Tristram, del que habla Russell, además de haber vivido eternamente, siempre haya existido, parafraseando a los filósofos Craig, W. I.; Sinclair, J. D. (2009), quienes también suponen para Tristram una eternidad pasada.

A partir de esa suposición, Tristram planea escribir su biografía según el siguiente plan de trabajo: primer año: escribir el día 1 (considerado cualesquiera al azar); segundo año: escribir el día anterior al día 1; tercer año: escribir el día siguiente al día 1; cuarto año: escribir el día anterior del día anterior al día 1; quinto año: escribir el día siguiente al día 2... Y, así según pasan los años pasan los días.

Les solicitamos que piensen otro plan de trabajo. Discutan ambos planes y escriban cada uno en forma de sucesión numérica y representen en diagrama de coordenadas cartesianas mediante el GeoGebra.

3) Representen usando el GeoGebra las siguientes funciones:

$$y = \frac{2x^2 - 1}{5x^2 + 2x - 3} \quad y = \ln(x + 2) - \ln x$$

Analicen en ambas funciones qué pasa con el valor de la función para los valores de x mayores que 2 y para x menores que -2. ¿Para algún valor de x mayor que 2 y para x menor que -2 el valor de y será cero?

4) Una vez realizadas las actividades anteriores, revisen sus ideas sobre el infinito, modificando, ampliando o manteniéndolas.

Clase 3. Actividades

1) Se realiza una revisión de las actividades anteriores, aclarando las dudas que pudieran existir.

2) Se les presenta a los/as estudiantes el texto de la paradoja de "Aquiles y la tortuga" (leer en http://matematicasentumundo.es/HISTORIA/historia_Zenon.htm) y en el Capítulo 3 del libro "Aventuras Matemáticas" en la biblioteca digital del INET (www.inet.edu.ar).

Se les solicita que realicen una lectura comprensiva del texto y respondan a las siguientes preguntas: ¿Alcanzará Aquiles a la tortuga? ¿Cuándo? ¿Dónde? ¿Por qué? Pueden ayudarse con un gráfico o con un cuadro, suponiendo tiempos, distancias entre Aquiles y la tortuga y las velocidades de cada uno.

3) Ahora les planteamos un problema. En una hoja de papel dibujen un segmento que ocupe el largo de la hoja. Dividan al segmento en dos partes iguales, al segmento de la derecha en dos partes también iguales, al que queda a la derecha otra vez en partes iguales. Si se siguen haciendo más y más bisecciones, ¿creen que es posible llegar a una situación en la que el punto de la bisección coincida con el extremo derecho del segmento original? ¿Por qué?

4) Consideren la siguiente suma: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \dots$ ¿Cuál creen que es el resultado de esta suma? Justifiquen la respuesta.

Rol del profesor/a

El/la docente tendrá un rol de facilitador del aprendizaje, observando, orientando las discusiones, corrigiendo en el momento los errores que pudieran surgir. Ayudando a los grupos y a cada uno en las dificultades que se pudieran presentar, minimizando los obstáculos. El/la docente tendrá que integrarse a los equipos, constituyendo un integrante más. De este modo, dado que la temática no es fácil, para los/as alumnos/as se transformará en un aprendizaje significativo junto a las actividades programadas.

Evaluación formativa y la sumativa

La evaluación formativa se realizará mediante la observación del trabajo en equipo. Se observarán la distribución de roles, la cooperación y la relación entre sus integrantes, si existe una discusión sobre las diferentes propuestas antes de la toma de decisión, el respeto por la opinión ajena, la ayuda a quien presenta alguna dificultad. También se observará el análisis y el procesamiento de la información y el uso correcto del lenguaje técnico y coloquial. Se evaluará la exposición y defensa de los trabajos finales (evaluación sumativa) mediante indicadores de aprendizaje (estrategias, reflexión sobre proceso y resultado...). Los/as alumnos/as responderán en el informe final un cuestionario ajustado a los propósitos de analizar la situación de partida, la ejecución, la planificación y la toma de decisiones.

Una forma de hacer una evaluación final es mediante la aplicación de la plataforma *Kahoot* ([GetKahoot.com](https://www.getkahoot.com)).

¡ÉXITOS!