

**10**

# Uso de Materiales para la Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad

**Segundo Ciclo, Quinto Año**

Asignatura	Tema	Libro Asociado
Matemática	Temas de la estadística	Estadística para Todos

Material elaborado por el Instituto Nacional de Educación Tecnológica, Ministerio de Educación de la Nación.

**Autora:** Prof. Ing. Haydee Noceti.

**Diseño Gráfico:** Carolina Macedra y Federico Timerman.

[www.inet.edu.ar](http://www.inet.edu.ar)

# Uso de Materiales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad

## Los Materiales de Enseñanza para la Estadística y la Probabilidad

Los materiales didácticos constituyen elementos muy importantes a la hora de diseñar procesos de enseñanza y de aprendizaje referidos a la estadística y a la probabilidad.

Para poder evaluar y seleccionar el material más apropiado a las necesidades e intereses, tanto de los/as docentes como de los/as estudiantes, es preciso conocer la clasificación que se hace de ellos.

### I. CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES

Los materiales didácticos se clasifican según su finalidad, su utilidad y su formato.

**Según la finalidad** con la que fueron creados se agrupan en:

- 1) *Materiales específicos o estructurados*, son aquéllos diseñados con intencionalidad didáctica y creados para trabajar contenidos del currículo educativo.
- 2) *Materiales no específicos o no estructurados*, son los que no han sido pensados con intencionalidad didáctica, sino para otra función, pero que se usan para la enseñanza.

Ambos tipos de materiales pueden ser manipulativos y no manipulativos.

Flores, Lupiáñez, Berenguer, Martín y Molina (2011) establecen la siguiente clasificación:

**Según la utilidad:**

- a) *Contenidos*. Por ejemplo: Aritmética, Geometría, Estadística y Probabilidad.
- b) *Nivel educativo*: educación infantil, educación secundaria, nivel primario, nivel terciario.
- c) *Momento de uso*: preinstruccional, coinstruccional y posinstruccional.
- d) *Tipo de tarea*: mostrar, observar, buscar, resolver problemas...
- e) *Tipo de aprendizaje*: memorizar, comprender, aplicar algoritmos, ejercitarse (dominar la técnica).

**Según el formato:**

- a) *Soporte*: informático, material (plástico, madera, papel...).
- b) *Accesibilidad*: fácil de encontrar en el mercado y solamente en comercio especializado.
- c) *Grado de difusión*: muy conocido y difundido; muy específico, poco difundido.

### II. MATERIALES MANIPULATIVOS ESTRUCTURADOS Y NO ESTRUCTURADOS

En este ítem consideramos los materiales manipulativos, estructurados y no estructurados que pueden ser usados para la enseñanza de algunos conceptos estadísticos. Presentamos tres materiales, pero existen muchos más: fichas de colores, cartas, vasos de plástico, mosaico de colores, ruleta...

1) **Centicubos**, son cubos de 10 colores de plástico que se acoplan. Es un material estructurado.

En el siguiente cuadro se muestran las posibilidades de uso en la enseñanza de los conceptos estadísticos y de la probabilidad.



Fuente: <https://didacticosarcoiris.cl/tienda/didacticos-en-temuco/centicubos-conectables-de-colores/>

CONCEPTOS	USO
Frecuencias	Gráfico de barras.
Muestreo	Se puede ilustrar diferentes técnicas de muestreo mediante técnicas de muestreo por color. Por ejemplo: caso de las edades, cada color representa un intervalo de edad.
Espacio muestral	Se pueden considerar distintos experimentos en los cuales el espacio muestral va cambiando en función de la combinación de las piezas elegidas. Por ejemplo, se arman conjuntos de piezas del mismo color.
Curva de distribución normal	Se puede representar la curva de distribución normal con barras formadas por los cubos.

2) **Dados**, material no estructurado

Existen dados con distinto número de caras, con diferentes símbolos empleados: números, signos, palabras, colores, etc.

A igual que con los centicubos, se pueden trabajar los conceptos estadísticos que se presentan en la siguiente tabla.

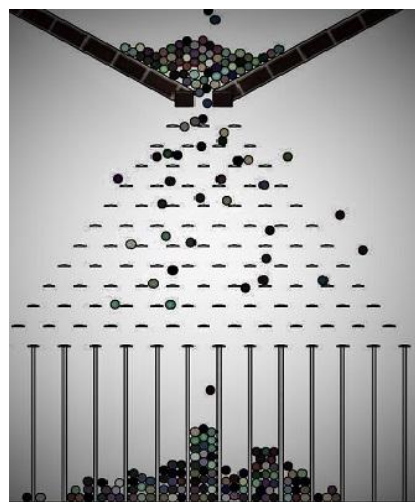
CONCEPTOS	USO
Espacio muestral	Se pueden usar dados de diferentes números de caras para cada experimento.
Regla de Laplace	Con dados de diferentes caras se puede trabajar la Regla de Laplace para el cálculo de las probabilidades
Frecuencias, distribución normal	Los/as estudiantes podrán, agrupados de a dos, lanzar varias veces un par de dados, anotando la suma de las puntuaciones obtenidas. Elaboran una tabla de frecuencias, un diagrama de barras y una distribución normal.

3) **Tablero de Galton**, es un instrumento que se puede construir con una tabla, unas chinchas y algunas bolitas.

El experimento consiste en dejar caer por propia gravedad algunas bolitas desde la parte superior del tablero. Las bolitas en su caída por gravedad golpean distintos resortes que encuentran en el camino, sus trayectorias se desvían y caen en diferentes casilleros, sin poder determinar a priori dónde caerán.

Algunos de los conceptos que se pueden trabajar son:

- a) Tabla de frecuencias, mediante el lanzamiento de las bolitas se interpretan los datos y se confecciona un gráfico de barras.
- b) Distribución normal, en su caída las bolitas dibujan la curva de distribución normal



### III. MATERIALES ONLINE

Entre ellos citamos los siguientes:

- 1) **PHET Interactive simulations:** <https://phet.colorado.edu/es/simulation/plinko-probability>

Es un proyecto de la Universidad de Colorado, Estados Unidos.

Este simulador está organizado por asignaturas. En el de Matemática se encuentra el denominado *Plinko Probability* en el que se presentan dos paneles: el simulador de Galton, en el que es posible lanzar centenas de bolas y analizar los resultados en forma interactiva y el segundo panel que permite estudiar la media, desviación típica y distribución normal de datos.

El simulador tiene informaciones para los/as profesores/as y está vinculado con Google Classroom.

#### 2) ESTADÍSTICA PARA TODOS

Este sitio web presenta un Taller estadístico con múltiples actividades agrupadas en: Lotería y probabilidad, Ley de Bendfor, Paradoja del cumpleaños, El problema de Monty Hall, Gráficas estadísticas, Triángulo de Pascal, Estadística Electoral...

Las actividades que se presentan en cada uno de los apartados antes mencionados favorecen que los/as estudiantes realicen investigaciones a través de curiosidades estadísticas.

### IV. MATERIALES DIGITALES

Entre los recursos digitales no diseñados para la enseñanza pero que son muy utilizados por docentes y estudiantes podemos recordar los siguientes:

- 1) *Word*, como procesador de texto. En el caso de la enseñanza de la Estadística y de la probabilidad, es útil el uso del *Editor de Ecuaciones*.

- 2) *Excel*, muy utilizado por todas las posibilidades que da para la producción de gráficos.
- 3) *Power Point*, para la presentación de un tema, puede ser animado o bien en el formato vídeo.

## V. RECURSOS AUDIOVISUALES

Los recursos audiovisuales son un buen apoyo para la enseñanza de los conceptos estadísticos y probabilísticos.

Entre ellos podemos destacar:

- 1) **Películas:** existe una variedad de películas que hacen referencia a cuestiones de la Estadística y de la Probabilidad. Las películas son motivadoras. Además, en algunos casos constituyen verdaderas fuentes de información estadística.

Mencionamos:

- a) *Black Jack*.
  - b) *Una mente maravillosa*.
  - c) "*Moneyball*", que es una adaptación del libro de Michel Lewis: "*Moneyball: El arte de ganar un juego injusto*".
- 2) Vídeos de YouTube.
  - 3) Videojuegos.
  - 4) Fotografía.

Fuente: Javier Sanz (2018) Diseño y evaluación de materiales didácticos para la estadística y la probabilidad. Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato. UNIR. La Rioja, España.

## CONTENIDOS ESTADÍSTICOS

Frecuencia absoluta, relativa y acumulada. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias. Parámetros de centralización: media aritmética, mediana y moda y de dispersión: desviación media y típica, varianza.

## OBJETIVOS QUE SE PRETENDEN ALCANZAR

- 1) Organizar datos obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcular sus frecuencias absolutas y relativas, la media aritmética, la mediana, la moda, la desviación media y típica y la varianza y, emplear en la resolución de problemas.
- 2) Representar los parámetros estadísticos en diagramas de barras (2D y 3D) y en diagramas de sectores, a través de materiales estructurados y no estructurados.
- 3) Analizar los contenidos relacionados con la estadística o probabilidades que aparecen en el cine.

## Planteo de la situación problema

Con motivo de la comunicación a la prensa por parte del Director Técnico de la selección argentina de fútbol de la nómina de jugadores preseleccionados para la Copa América, se produce una discu-

sión en un curso de quinto año integrado por 16 alumnos y 6 alumnas. El grupo está dividido, hay quienes consideran que la población seleccionada es "vieja" para jugar al fútbol, otros se preguntan por qué el Director Técnico seleccionó diferente cantidad de jugadores para las distintas posiciones que ocupan en el campo de juego. En la conversación entre ellos también entra en análisis el "valor de mercado en millones de euros" de cada jugador. En toda la charla no falta la comparación con la plantilla de la selección española 2018. Esta situación es aprovechada por el profesor de Matemática del curso para trabajar los temas de Estadística que están desarrollando. Además, la producción obtenida en esta clase formará parte de la presentación en la Feria de Ciencias, próxima a inaugurarse.

## Organización del alumnado

### Para la situación de la clase presencial o virtual

Se divide al curso en tres grupos de 6 alumnos/as cada uno (en el caso que la clase sea presencial se organiza el espacio del aula para que cada equipo pueda trabajar cómodamente con los materiales provistos). Esta distribución es sugerida. Cada docente organizará los grupos de acuerdo con las características propias del curso.

El/la docente plantea a cada equipo una actividad diferente, que deben presentar en plenario (presencial u online) A los efectos de poder identificar a cada grupo, en este trabajo los denominaremos: G1, G2 y G3.

Si fuera **no presencial** el/la profesor/a organizará las actividades para cada uno/a de los/as alumnos/as. Se sugiere aplicar la plataforma *Google Classroom 2020*. Se puede obtener información sobre su aplicación en:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLclJ8nSI2c7KrzlQ3kkHARAvyWgFe9g1v>

## Actividades

I. Al **Equipo G1** se le propone que realice las siguientes actividades:

1) Buscar en la página <https://www.transfermarkt.es/argentinien/kader/verein/3437> los datos necesarios para la realización de las actividades propuestas.

2) Confeccionar un diagrama de barras (en 2D) de frecuencias absolutas de las posiciones en el campo de juego de cada jugador (portero o arquero, defensa central, lateral izquierdo, lateral derecho, pivote, medio centro, interior izquierdo, medio centro ofensivo, extremo izquierdo, extremo derecho, media punta y delantero centro), mediante materiales manipulativos no estructurados y no manipulativos estructurados.

Repetir la confección del diagrama a través del *GeoGebra* insertando las imágenes.

3) Construir una tabla de frecuencias absolutas, frecuencias absolutas acumuladas, frecuencias relativas, frecuencias relativas acumuladas y frecuencias relativas en porcentajes, de las posiciones en el campo de juego.

4) Confeccionar un diagrama de sectores de porcentaje de frecuencia relativa, indicando cada porcentaje.

### Materiales que deberá utilizar el equipo G1 en las actividades solicitadas


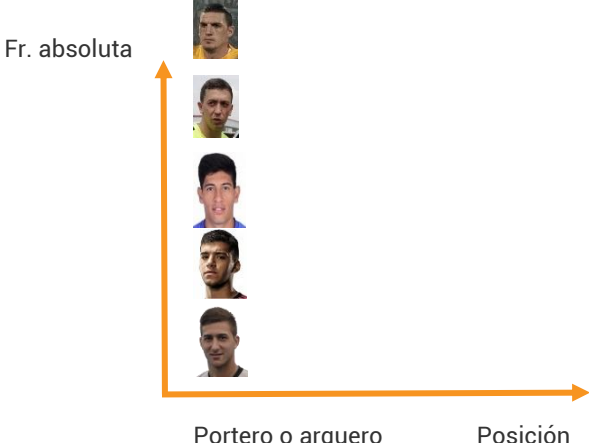
Los materiales que se indican a continuación son sugeridos. El/la docente podrá mantenerlos o modificarlos.

#### Para la actividad indicada en el punto 2.

a) Una placa de poliestireno expandido (Telgopor) de 1m x 1m x 0,02 m, será la base sobre la que se deberá confeccionar el diagrama solicitado.

b) Imágenes de cada uno de los jugadores en tamaño de 5 cm x 5 cm en cartulina o papel grueso, que serán utilizadas para armar las barras correspondientes a cada posición en el juego. Dado que para cada posición habrá uno o más de un jugador la barra correspondiente a cada posición podrá contar con una foto o más, una sobre la otra formando el rectángulo de la barra. Goma de pegar, marcadores, reglas y escuadras.

c) Mediante el uso del *GeoGebra* armar las barras insertando las imágenes de los jugadores.

Placa de Telgopor (poliestireno expandido)	Un ejemplo de confección de una de las barras
	

**Para la actividad indicada en el punto 4.** Se trabajará con una placa de poliestireno expandido (Telgopor) de 0.5 m x 0,5m x 0.02, con cartulinas de varios colores: azul, verde claro, amarillo, rojo, violeta, anaranjado, negro, blanco, rosa, celeste, marrón, verde oscuro, marcadores, goma de pegar, compases, transportadores, tijeras.

II. Al **equipo G2** se le propone que realice las mismas actividades que las del G1, pero con la selección española de fútbol 2018 (los datos se buscan en <https://www.transfermarkt.es>).

III. Al **equipo G3** se le propone que realice las siguientes actividades: en este caso el grupo trabajará sobre las edades de los jugadores argentinos y sobre el valor en mercado de cada jugador.

1) Confeccionar un histograma (en 3D) de frecuencia absoluta y el polígono de frecuencias de los valores de mercado en millones de euros, considerando intervalos de valores sobre el eje de abscisas.

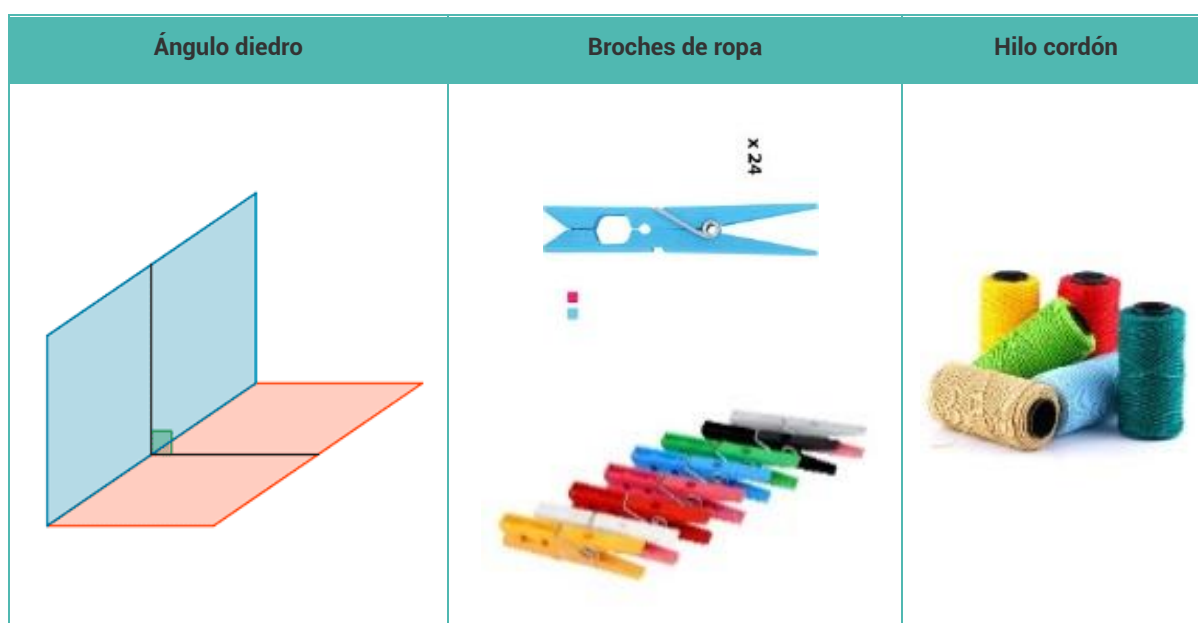
2) Construir una tabla que incluya: intervalos, frecuencia absoluta para cada intervalo, marca de clase y frecuencia relativa.



3) Confeccionar un diagrama de barras (en 3D) de frecuencias absolutas de las edades. Calcular la media, la mediana, la moda, la desviación media, la varianza y la desviación típica.

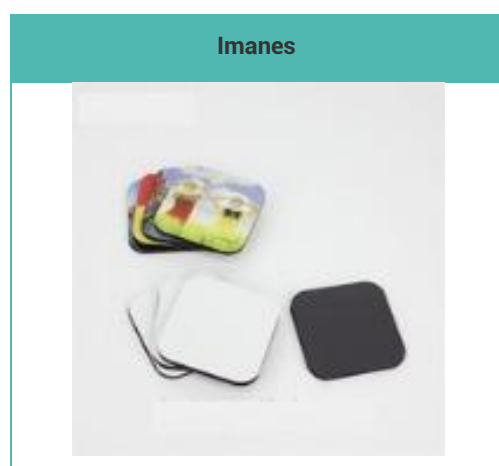
### Materiales que se deberán utilizar en las actividades solicitadas

**Para la actividad indicada en el punto 1.** Dos placas de acrílico: una de 1m x 0.50m x 0.05m y una de 0.50m x 0.50m x 0.02m. Con estas dos placas se formará un ángulo diedro de 90°, como se ve en la figura. Las barras (en 3D) se formarán con 22 broches de ropa color rojo, 9 broches violetas, 1 broche azul, 1 broche verde, 1 broche amarillo y 1 broche blanco. La unidad sobre el eje x será el largo de cada broche y sobre el eje y, el espesor. Con hilo cordón fino se construirá el polígono de frecuencias. Se usará pegamento para pegar los broches entre sí y las caras del ángulo diedro.



Repetir la actividad 1 mediante el uso del GeoGebra.

**Para la actividad indicada en el punto 3.** Una placa metálica 1m x 0.50m x 0.01m y 35 imanes cuadrados de diferentes colores. Con ellos se armarán las barras (en 3D) sobre la chapa. Utilizar el *Editor de ecuaciones de Word* para los cálculos.



**Para todos los equipos: G1, G2 y G3**

1) Uso del simulador del *GeoGebra* y del Editor de ecuaciones del *Word* para el cálculo de probabilidades.

- a) Se plantea el siguiente problema cerrado: Los precios de las acciones de cierta industria se distribuyen en forma normal con una media de \$ 20 y desviación estándar de \$ 3, ¿cuál es la probabilidad de que el precio de las acciones de la empresa se encuentre entre 18 y 20?
- b) Graficar y calcular usando la tabla z y el *Editor de ecuaciones del Word*. Verificar por aproximación el resultado obtenido usando la aplicación del Simulador del *GeoGebra*.

2) Observación de la película: "Moneyball", adaptación del libro de Michel Lewis: "Moneyball: el arte de ganar un juego injusto"

- a) Analizar cómo se introduce algún concepto estadístico o de azar, ya sea que aparezca en forma implícita como explícita.
- b) Describir la trama y las escenas donde aparecen elementos estadísticos y/o probabilísticos.
- c) Utilizar un procesador de textos, por ejemplo: Word.

3) Forma de entrega de los trabajos

Cada equipo obtendrá fotografías de los trabajos realizados y las insertará en un Power Point.

Al término de todas las actividades se realizará un plenario ya sea en forma presencial o virtual. Se puede utilizar WhatsApp, Google Classroom, Zoom, Cisco Webex Meetings, etc.

## Método de evaluación

La evaluación se realizará durante toda la clase: **evaluación inicial**, **evaluación formativa** y **evaluación final**. En todo momento se tiene en consideración los objetivos de aprendizaje a lograr.

Por tratarse de una clase de profundización la **evaluación inicial** (saberes previos) se hará mediante un cuestionario escrito sobre las temáticas a abordar.

Durante la clase, **evaluación formativa**, se observará el trabajo de cada equipo, en cuanto a la adquisición y comprensión del conocimiento, se analizarán las dificultades con el propósito de reforzar las cuestiones complicadas y corregir los errores en el momento. Se observará la discusión grupal y el tratamiento dado a los materiales, a los cálculos y a los diagramas que se realizan.

En la **evaluación final**, en la puesta en común, se considerará la presentación grupal e individual, la discusión de las conclusiones y el análisis de cada experiencia y de los parámetros involucrados. Se realizará una autoevaluación por parte de los/as alumnos/as y del o la docente.

**¡ÉXITOS!**