

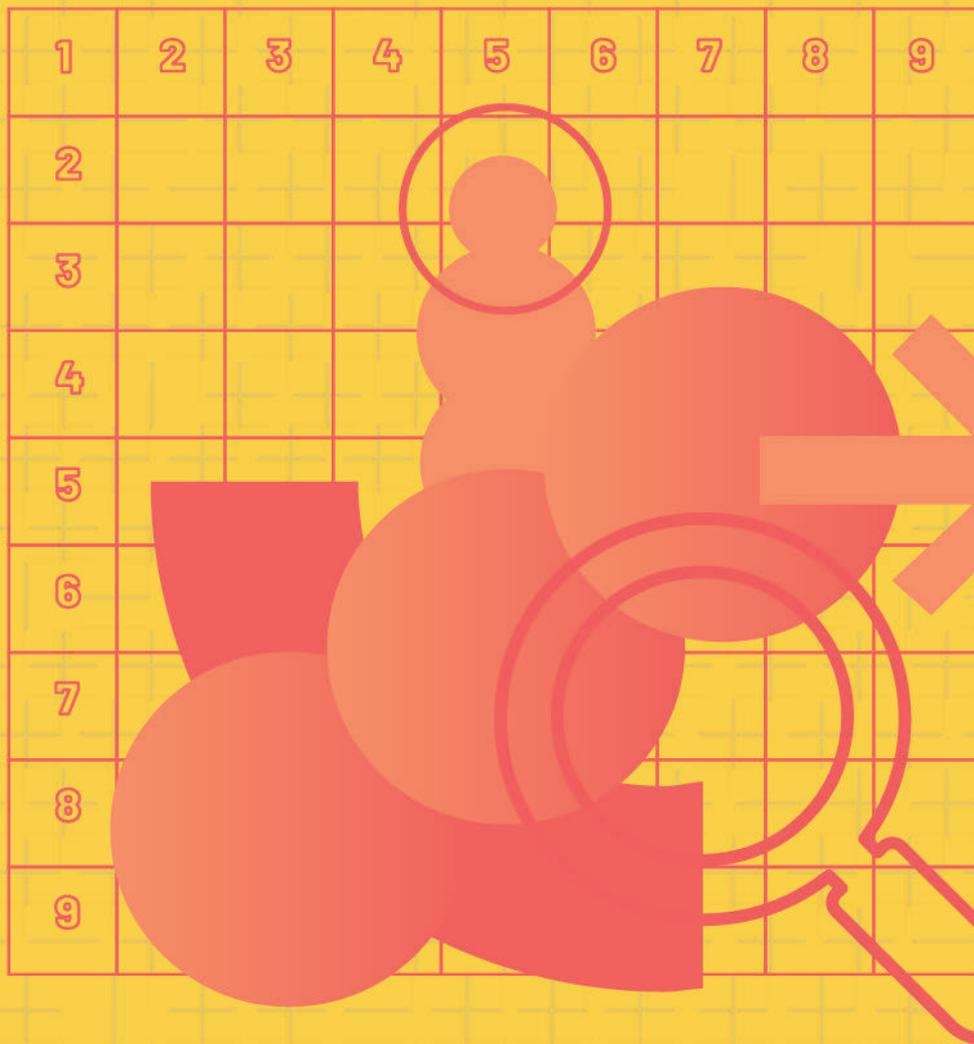
Matemática

1

TRANSICIONES

Entre primaria y secundaria

Cuaderno para docentes



conectar
igualdad

educ.ar
portal

educ.ar
SOCIEDAD DEL ESTADO



Ministerio de Educación
Argentina



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional. Este material se puede copiar, adaptar y redistribuir en cualquier medio o formato, siempre que se atribuya convenientemente.

Ministerio de Educación de la Nación
Matemática : cuaderno para docentes 1 / 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires :
Ministerio de Educación de la Nación, 2021.
Libro digital, PDF - (Transiciones : entre la primaria y la secundaria)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-00-1463-2

1. Educación Primaria. 2. Matemática. 3. Docentes. I. Título.
CDD 371.32

Presidente:

Alberto Fernández

Vicepresidenta:

Cristina Fernández de Kirchner

Jefe de Gabinete de Ministros:

Juan Manzur

Ministro de Educación:

Jaime Perzyc

Unidad Gabinete de Asesores:

Daniel Pico

Gerente General Educ.ar:

Rubén D'Audía

Directora Nacional de Tecnología Educativa:

Laura Penacca

Coordinación Pedagógica General:

Valeria Aranda

Autores:

Alejandro Rossetti, Rodolfo Murúa, María Mónica Becerril y Victoria Guerci.

Colaboradores:

Adriana Díaz.

Coordinación de Materiales Educativos:

Alicia Serrano (coordinadora general), Gonzalo Blanco (coordinador editorial), Gabriela Baby (editora), Lucía Ledesma (diseñadora), Camila Torre Notari (diseñadora), María Florencia Nicolini (diseñadora) Manuel Vazquez (responsable de diseño) y Héctor Arancibia (documentalista).

Ministerio de Educación de la Nación

Pizzurno 935, CABA
República Argentina

CUADERNO I:

MULTIPLICAR Y DIVIDIR CON NÚMEROS NATURALES

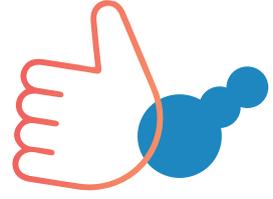


$$1 \times 6$$

$$3 : 2$$

	1	2	3	4
	3	6	9	12

INTRODUCCIÓN



A lo largo de toda la escuela primaria están presentes las operaciones “básicas” con números naturales. Las operaciones adición y sustracción comienzan a trabajarse en los primeros grados y la multiplicación y la división en los grados medios y altos. Por otro lado, en el segundo ciclo se amplía el campo numérico a los números racionales.

En relación al párrafo anterior, en el Cuaderno 1 se propone un trabajo con los números naturales para luego abordar los números racionales en el Cuaderno 2, dentro del contexto de la proporcionalidad directa.

Este primer cuaderno contiene tres partes. En cada una de ellas se presenta una secuencia didáctica en torno al aprendizaje de las operaciones con los números naturales. Las conclusiones matemáticas alcanzadas en la secuencia 1 resultan un punto de apoyo para la secuencia 2 y ésta a su vez se constituye como antecedente para encarar los problemas de la 3.

Se propone un inicio que recupera problemas de la escuela primaria para analizar posibles procedimientos realizados por los y las estudiantes. En función de las reflexiones sobre estas actividades se podrá estudiar las operaciones y las propiedades involucradas en la multiplicación y división con números naturales como objeto de conocimiento en sí mismo.

Las secuencias presentan una situación inicial y a partir de ella se desprenden varias actividades donde se pone en juego lo trabajado en dicha situación. Por ejemplo, en algunos problemas se plantean diversas estrategias llevadas a cabo por hipotéticos estudiantes con el objetivo de ponerlas “en diálogo”.



Primera parte: La tabla pitagórica y el cálculo mental

En esta primera parte del Cuaderno 1 se propone abordar varias modalidades de cálculo: mental, algorítmico, aproximado y estimativo. Algunos de los problemas invitan a la reflexión acerca de diversas estrategias de cálculo mental y en otros se analizan diversos algoritmos. Además, en varias actividades se puede recurrir al uso de la calculadora.

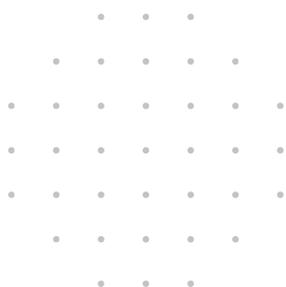
Cuando se habla de cálculo mental no significa que no se involucre la escritura o que no se hagan cálculos, sino que se hace referencia a estrategias “artesanales”, que muchas veces no se pueden expresar como algoritmos ni son generalizables. Como sostienen Ponce y Sadovsky, el cálculo mental es el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados. Es decir, se caracteriza por la presencia de una diversidad de técnicas que se adaptan a los números en juego y a los conocimientos (o preferencias) del sujeto que las despliega (Quaranta; M; Ponce, H; Sadovsky, P; 1994, p.13)

En este sentido, la intención pedagógica de estos Cuadernos es que se validen dichas estrategias analizando cuáles son las propiedades matemáticas involucradas.

Este trabajo matemático resulta interesante porque atiende a la diversidad del aula teniendo en cuenta los conocimientos disponibles de las y los estudiantes.

En cambio, los pasos que se siguen en los cálculos algorítmicos no varían, todas y todos los estudiantes siguen el procedimiento y los cálculos algorítmicos resultan uniformes.

Por otra parte, los cálculos mentales otorgan una gran oportunidad para reflexionar acerca de las propiedades de las operaciones y, a su vez, las operaciones habilitan diversos procedimientos para un mismo cálculo.



Segunda parte: Los sentidos de la multiplicación y de la división con números naturales y sus propiedades

En este apartado se presentan problemas que recuperan los sentidos de las operaciones multiplicación y división con números naturales y sus propiedades. Diferentes aspectos de las operaciones suelen ser recorridos a lo largo de la escuela primaria, entre ellos el sentido con el que se usa una operación. En algunos problemas la multiplicación puede referir a una cantidad que se replica, en otros permite contar combinaciones y en otros calcula un área a partir del producto de dos longitudes. Estos sentidos de la multiplicación, permiten elaborar distintas ideas acerca de qué es multiplicar.

¿Qué significa saber multiplicar? Algunos aspectos de lo que implica la enseñanza de la multiplicación en la escuela son claros, en cambio otros aparecen más desdibujados. Saber multiplicar es reconocer en qué problemas la multiplicación es un recurso para su resolución, es disponer de procedimientos para calcular productos, es establecer relaciones entre diferentes sentidos de este concepto (proporcionalidad, combinatoria, producto de medidas), es elegir las estrategias más económicas según la situación que se esté abordando y saber multiplicar es también reconocer los límites del concepto, es decir en qué casos la multiplicación no resulta un instrumento adecuado para resolver un problema. (Broitman et al., 1997, p.5)

En relación a los sentidos de la multiplicación, por ejemplo cuando se quiere calcular cuántas ruedas se necesitan para fabricar tres bicicletas se puede concebir que la multiplicación es una operación que permite calcular un valor que se repite. Cuando se calcula el área de un patio rectangular de tres metros de largo por dos metros de ancho, se está pensando en otro sentido de la multiplicación. Los problemas de productos de medida abordan aspectos distintos que las situaciones donde está involucrada la proporcionalidad directa. Transitar por los diversos sentidos de la multiplicación permite que la noción evolucione adquiriendo mayor complejidad.

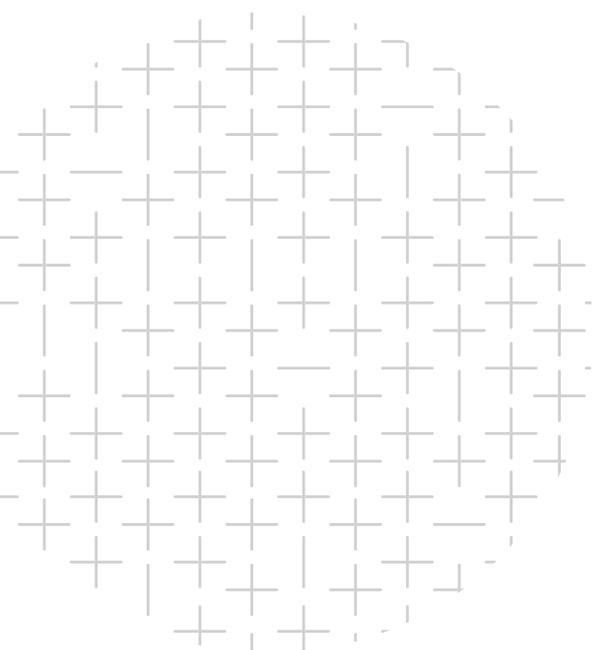
Con respecto a los sentidos de la división, es posible identificar problemas que remiten a la división entera o euclídea, esto es, dados dos números naturales (dividendo y divisor) existen otros dos números naturales (cociente y resto) de manera tal que: $\text{dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$ ($a = b \times q + r$), con resto mayor o igual que cero y menor que el divisor. En cambio, otros problemas refieren a la división exacta, es decir, cuando el resto es 0. Dentro de los problemas vinculados a la búsqueda de cociente y resto, se pueden diferenciar los problemas de reparto equitativo y los problemas de iteración (por ejemplo, "hoy es miércoles, ¿qué día de la semana será dentro de 200 días?").

Cuando se aborda la división entera, los sentidos están estrechamente vinculados a los de la multiplicación.

Tercera parte: Propiedades de las operaciones con números naturales a partir del trabajo con organizaciones rectangulares

En la tercera parte se proponen problemas en contexto de organizaciones rectangulares como una instancia que habilita la reflexión acerca de las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación y también respecto de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta.

A modo de cierre, consideramos que aprender matemática implica aprender a conjeturar, formular, explicar y validar. Estos quehaceres matemáticos se recorren a lo largo de todo el trayecto escolar y tienen sus particularidades según el contenido abordado.



Multiplicar y dividir con números naturales

Primera parte: La tabla pitagórica y el cálculo mental

ACTIVIDAD 1

La siguiente tabla se denomina "tabla pitagórica". A modo de ejemplo, la segunda fila está completa. Noten que para llenar cada casillero tienen que resolver una multiplicación. Por ejemplo, $2 \times 1 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, etc

A Completan las demás celdas. No se preocupen por aquellas que no recuerden, ellas podrán completar cuando avancemos en el cuaderno!



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



Con respecto a la actividad 1:

El propósito de esta actividad consiste en completar el cuadro para luego establecer diferentes relaciones entre algunas tablas de multiplicar. De manera análoga a lo mencionado respecto del repertorio aditivo, se trata aquí de que los alumnos puedan construir una red de relaciones que les faciliten la memorización de algunos productos, o una fácil reconstrucción a partir de resultados memorizados. Por ejemplo, recordar 7×8 sabiendo que es el doble de 7×4 , o el cuádruple de 7×2 , o a partir de $5 \times 8 + 2 \times 8$, o de $7 \times 10 - 7 \times 2$; etc. Buscamos así apoyar la memorización en la comprensión, de modo de contribuir a evitar una escena tan frecuente en las aulas: los niños se olvidan las tablas, a pesar de que se les solicita estudiarlas y repasar las todos los años. (Quaranta, et al. 2010, p.31)

ACTIVIDAD 2

A. En la calculadora tienen que hacer las siguientes multiplicaciones, ¿cómo podrían resolverlas si no funcionara la tecla **8**? Expliquen cómo las resolvieron.

$$\begin{aligned} 4 \times 8 &= \\ 5 \times 8 &= \\ 6 \times 8 &= \\ 7 \times 8 &= \end{aligned}$$

B. ¿Y si no pudieras usar la tecla del **6**? Expliquen cómo las resolvieron.

$$\begin{aligned} 9 \times 6 &= \\ 8 \times 6 &= \\ 7 \times 6 &= \end{aligned}$$

C. ¿Si no funcionara la tecla del **7**? Expliquen cómo las resolvieron.

$$\begin{aligned}4 \times 7 &= \\10 \times 7 &= \\5 \times 7 &= \end{aligned}$$



Las actividades para realizar con calculadora tienden a poner en juego estrategias que surgen de un uso intuitivo de las propiedades. Por ejemplo, para multiplicar por 8 se puede multiplicar por 4 y después duplicar, o se puede multiplicar por 10 y por 2 y después restar. La propiedad asociativa y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la resta están detrás de estos procedimientos.

También, se propone abordar el trabajo con la multiplicación y división por potencias de 10 y luego por otros números terminados en cero. Este trabajo se considera fundamental para que las y los estudiantes tengan una base más sólida en su recorrido por la escuela secundaria.

Para dicho objetivo se proponen las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 3

A. ¿Pueden dar rápidamente el resultado de **25 x 10**? ¿Y el de **64 x 10**?

B. ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por **10**? Expliquen su respuesta.

1687

980

7809

9800

5076

3460

Aquí se espera que los y las estudiantes reconozcan que los resultados de una multiplicación por 10 terminan con una cifra cero. Esta regularidad, a futuro, permitirá caracterizar a los múltiplos de 10.



ACTIVIDAD 4

A. Calculen:

$$23 \times 100 =$$

$$20 \times 100 =$$

$$105 \times 100 =$$

$$123 \times 100 =$$

$$120 \times 100 =$$

B. ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por **100**? Expliquen su respuesta.

450	400	2350	2300
2003	2030	1.200.000	



Completan el número faltante y expliquen cómo lo pensaron.

$45 \times \square = 4.500$	$\square \times 100 = 1.300$
$128 \times \square = 1.280$	$\square \times 100 = 4.000$
$17 \times \square = 17.000$	$\square \times 1.000 = 7.000$
$\square \times 10 = 320$	$\square \times 1.000 = 29.000$
$\square \times 100 = 800$	$\square \times 1.000 = 50.000$



Anoten divisiones que se pueden conocer a partir de las multiplicaciones que hicieron en los problemas anteriores. Por ejemplo, si $45 \times 100 = 4.500$, entonces se puede escribir:

$$4.500 : 100 = 45$$
$$4.500 : 45 = 100$$



Transitar por los cálculos del ítem a) permitirá pensar a aquellos números que terminan en dos cifras cero con un número multiplicado por 100. Por ejemplo $1.200.000 = 12.000 \times 100$.

Algunas preguntas adicionales que se podrían plantear son:

- Si un número se puede escribir como una multiplicación por 100, ¿se lo podrá escribir como una multiplicación por 10?
- Si un número se puede escribir como una multiplicación por 10, ¿seguro que se lo puede escribir como una multiplicación por 100?

Una vez concluido el abordaje con multiplicaciones y divisiones por potencias de 10, es posible extender este trabajo a otros números terminados en cero. **Para esto proponemos las siguientes actividades:**

ACTIVIDAD

5

Sin hacer la cuenta, analicen estos cálculos para anticipar cuáles darán el mismo resultado. Expliquen cómo lo pensaron.

$$4 \times 2 \times 10$$

$$80 \times 10$$

$$4 \times 2 \times 10 \times 10$$

$$4 \times 20$$

$$5 \times 10 \times 4 \times 10$$

$$50 \times 40$$

Se espera que en esta actividad se analicen las distintas equivalencias entre las escrituras de los números presentados.



ACTIVIDAD

6

Imagínense que el visor de la calculadora muestra cada uno de los números que aparecen en la columna de la izquierda. Anoten cómo es posible, con una única operación en cada caso, lograr que aparezca en el visor el resultado escrito en la columna de la derecha. Les pedimos que primero lo anticipen y, recién después, lo verifiquen en su calculadora.

28		280
6		120
470		47
8		2400
6300		63
12		3600
4000		40



Luego de este trabajo se pueden utilizar estos cálculos conocidos para realizar multiplicaciones por otros números cercanos a los "redondos", por ejemplo, 19 o 21.



ACTIVIDAD 7

A. Melina, Carla y Agustina tienen que calcular 3×19 mentalmente. Como ellas saben resolver 3×20 , sus estrategias fueron:

Melina	Carla	AGUSTINA
$3 \times 19 = 3 \times 20 - 1$	$3 \times 19 = 3 \times 20 - 3$	$3 \times 19 = 3 \times 20 - 20$

Sin hacer la cuenta, decidan cuál es la estrategia correcta. Expliquen su respuesta.

B. Calculen mentalmente estos productos:

$$5 \times 19 =$$

$$7 \times 19 =$$

$$30 \times 21 =$$

Este mismo trabajo se puede extender con multiplicaciones por números cuya distancia a un "redondo" es mayor que 1, por ejemplo 22, 53, etc (ver páginas 39 y 40 del documento Matemática-Cálculo mental con números naturales-Aportes para la enseñanza).



Por otro lado, la estrategia de realizar un cálculo a partir de uno conocido también puede permitir abordar la descomposición de un número en factores o el trabajo con la propiedad distributiva.

En la siguiente actividad 8, si bien las cuentas propuestas se pueden resolver directamente, la intención es que se identifiquen y se pongan en juego distintas equivalencias entre los números. Por ejemplo, para resolver 6×40 , sabiendo que $3 \times 40 = 120$, se puede escribir el cálculo 6×40 como $2 \times 3 \times 40$.

ACTIVIDAD 8



A. Ramón tenía que calcular 3×400 sabiendo que $3 \times 40 = 120$. Como él sabía que $400 = 40 \times 10$, realizó la cuenta $3 \times 40 \times 10 = 120 \times 10 = 1200$. ¿Fue correcto su razonamiento? Expliquen su respuesta.

B. Sabiendo que $3 \times 40 = 120$, calculen:

$$30 \times 40 =$$

$$300 \times 4 =$$

$$6 \times 40 =$$

$$9 \times 40 =$$

C. Sabiendo que $80 \times 20 = 1.600$, calculen:

$$80 \times 40 =$$

$$80 \times 80 =$$

$$80 \times 60 =$$



En esta actividad se espera comparar distintas explicaciones para poder relacionar diversos argumentos ligados a un mismo cálculo.

ACTIVIDAD 9

A. David dice que cuando él no se acuerda algún producto, por ejemplo, 6×8 , lo piensa así:

$$6 \times 8 = 6 \times 4 \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

- ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?
- Busquen otros productos de la tabla del 8 que no se acuerden y piénsenlos como lo hizo David

B. ¿Cómo le explicarían a un amigo o amiga el procedimiento de David para resolver multiplicaciones con números más grandes?

Esta actividad tiene la intención de construir un repertorio de productos disponibles en la memoria. Recordar los productos por 2 y por 4 permiten calcular los productos por 8. El ítem b) habilita extender las relaciones entre los productos por 2, por 4 y por 8 a otros productos. Estos "otros" productos pueden, o no, estar presentes en la tabla pitagórica.



Reflexionar sobre lo que aprendimos

- A.** Revisen los procedimientos que usaron en las actividades 1 y 2 y anoten en sus cuadernos las relaciones matemáticas que identifican.
- B.** Si le tuvieran que contar a un compañero o compañera cómo multiplicar un número por **1000**, ¿qué le aconsejaría? ¿Y por **10.000**?
- C.** Elaboren una regla que sirva para las divisiones por **10, 100 ó 1.000**.
- D.** Revisen los procedimientos que se usaron para resolver la actividad 7. Propongan otras multiplicaciones ayudándose con lo que saben sobre los cálculos con números "redondos".



ACTIVIDAD DE ESTUDIO 2

Reflexionar sobre lo que aprendimos

- A.** Recorran los problemas trabajados hasta acá y elaboren un “machete” donde se mencionen cuáles de las actividades les costaron más (identificando por qué), propiedades vistas, ejemplos donde ellas se pongan en juego, conclusiones, carteles de precaución, etc.
- B.** Intercambien el “machete” realizado con el de otro/a compañero/a con la idea de hacerle algún aporte y luego completen el suyo.



El trabajo con la actividad de estudio 2 es una buena oportunidad para ofrecerles a los y las estudiantes un momento de reflexión y revisión sobre esta primera parte del cuaderno.

No hay aprendizaje sin un trabajo personal del alumno. Este trabajo personal es el estudio y es responsabilidad del docente contribuir a que el alumno lo desarrolle. Entender qué significa estudiar en Matemática es un aprendizaje. Requiere que el docente prevea no sólo el trabajo en la clase y la tarea, sino otros momentos de estudio (Tarasow, 2010, p.23).

El “machete” es un dispositivo que se interpreta como un conjunto de notas referidas al contenido trabajado.

Es necesario que los y las jóvenes formen parte activa en el estudio previo a una evaluación. “De esta manera, se está enseñando a los alumnos a organizar un repaso, que no necesariamente debe realizarse antes de una prueba, sino que puede hacerse en cualquier momento del aprendizaje e irse completando” (Napp et al, 2005, p.17). Es decir, la elaboración de un “machete” es un objeto de enseñanza y forma parte del proceso de aprendizaje, siendo un momento muy importante de estudio. Además, puede formar parte de un trabajo colaborativo. Por ejemplo, las y los estudiantes pueden intercambiarse sus escritos con la idea de hacerle algún aporte al compañero/a y luego cada uno completar el suyo. Estas ideas pueden volcarse en un padlet o documento compartido.

Por último, es esperable que los y las estudiantes puedan contar con el machete elaborado, ya sea el propio o el “colectivo”, en el momento de la evaluación.

Segunda parte: Los sentidos de la multiplicación y división con números naturales y sus propiedades

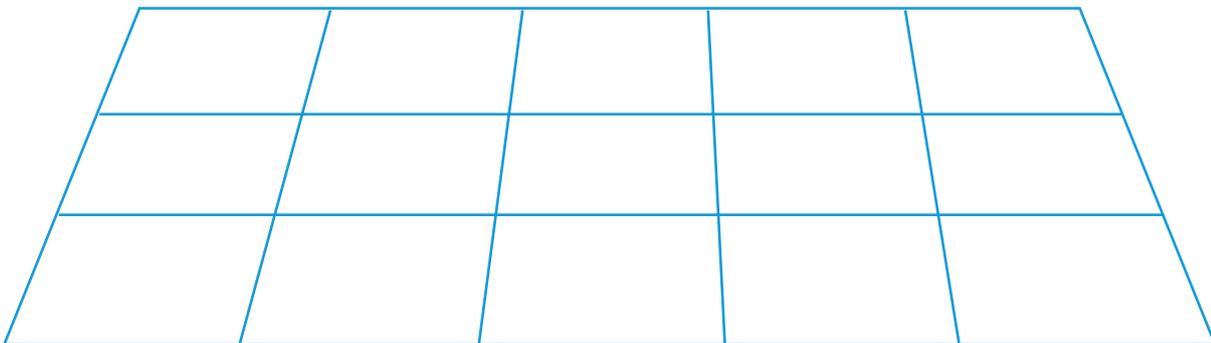
ACTIVIDAD 1

Resuelvan los siguientes problemas:

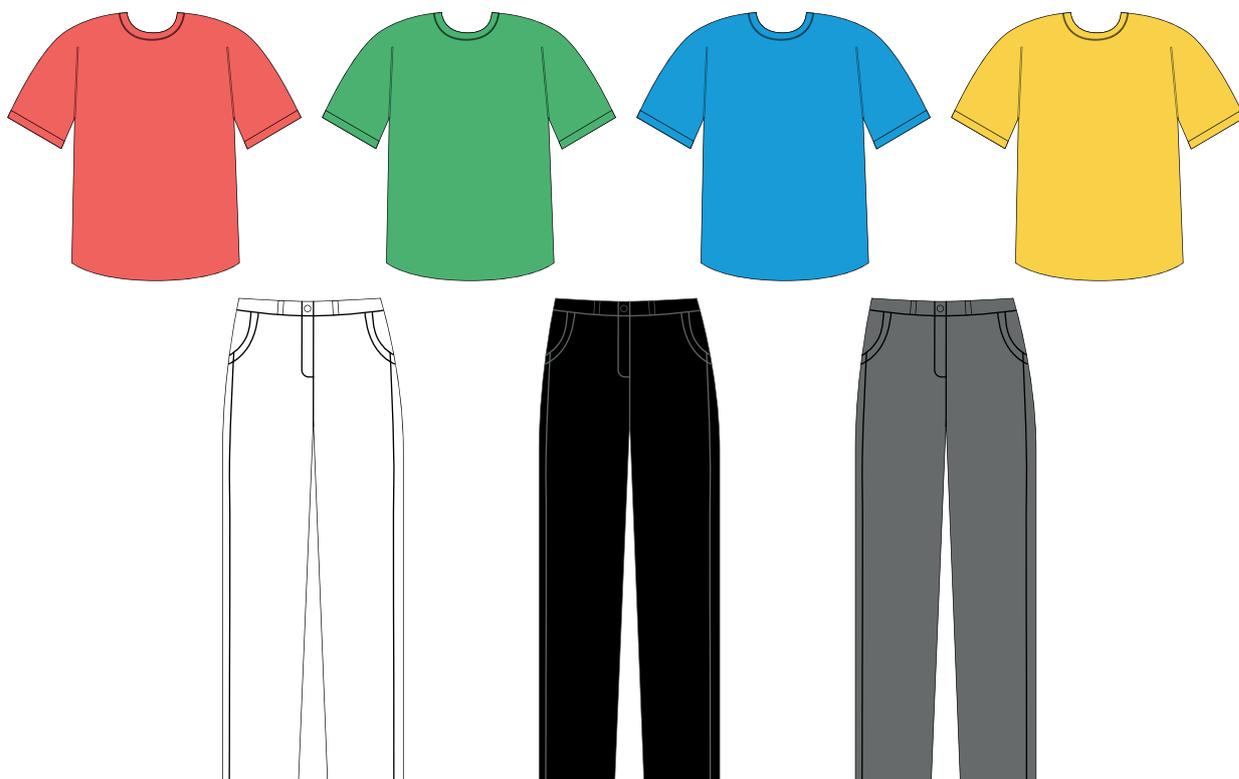
A. Se tienen paquetes de 4 galletitas cada uno. ¿Cuántas galletitas hay en tres paquetes?

B. ¿Cuál es el área de un patio rectangular de 4 m de largo por 3 m de ancho?

C. ¿Cuántas baldosas se necesitan para embaldosar el siguiente patio?



D. ¿De cuántas formas distintas se puede vestir una persona con estas remeras y estos pantalones?



En esta actividad se espera reconocer que un mismo cálculo puede resolver problemas con sentidos diversos. Lo que permitirá reconocer a las operaciones como saberes complejos que contienen diversas referencias.



ACTIVIDAD 2

Comparen los procedimientos que utilizaron para resolver los problemas de la Actividad 1 y respondan:

- ¿Qué tienen en común?
- ¿En qué se diferencian?
- ¿En qué casos usaron multiplicaciones? ¿Y sumas?
- ¿Es cierto que en los casos que usaron multiplicaciones también hubieran podido resolver el problema sumando? ¿Por qué?

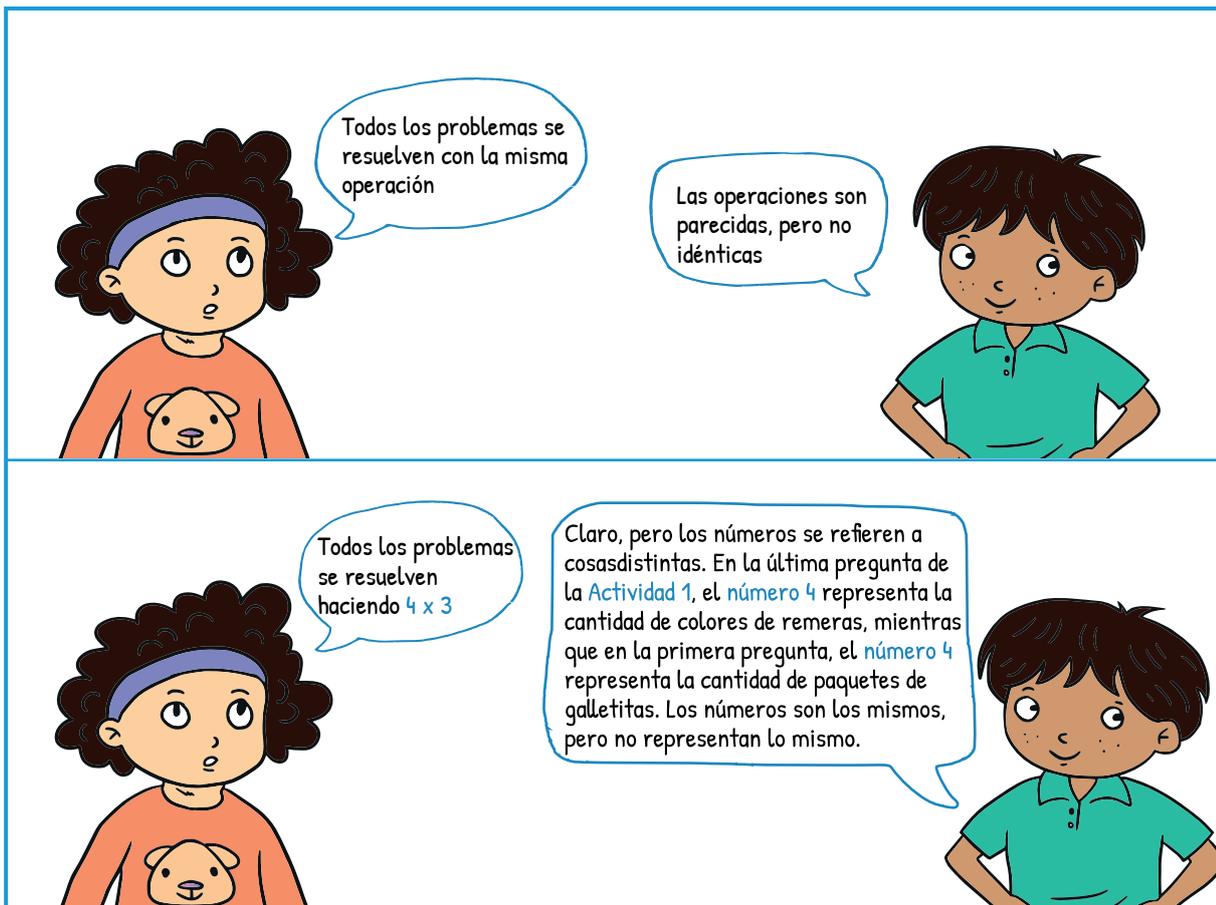
En esta actividad se profundiza el estudio de la multiplicación.

Se aborda tanto el hecho de que una operación posee diversos sentidos como que diversas operaciones (suma y multiplicación) pueden resolver un mismo problema.



ACTIVIDAD 3

Paula y Lucas comparten sus opiniones en relación a la Actividad 2:

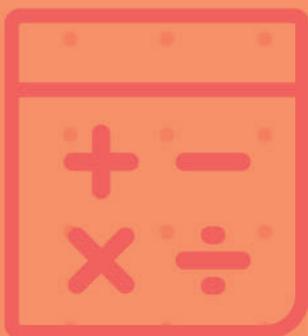


¿Con quién están de acuerdo? ¿Por qué?

**En algunos
problemas la
multiplicación** puede
referir a una cantidad
que se replica, en
otros permite contar
combinaciones y en
otros calcula un área
a partir del producto
de dos longitudes.



Estos sentidos de la multiplicación, permiten elaborar distintas ideas acerca de qué es multiplicar.





ACTIVIDAD



Lucas comenzó a armar un cuadro con los números y las unidades de medida de cada uno de los problemas anteriores para que Paula entienda su explicación.



Completan los datos que faltan en la tabla:

NÚMERO	¿QUÉ REPRESENTA?
El 3 del ítem a)...	Representa el número de paquetes
El 3 del ítem b)...	
El 3 del ítem c)...	
El 3 del ítem d)...	
El 4 del ítem a)...	
El 4 del ítem b)...	
El 4 del ítem c)...	
El 4 del ítem d)...	
El resultado del ítem a)...	
El resultado del ítem b)...	
El resultado del ítem c)...	
El resultado del ítem d)...	

B. ¿Cómo creen que Lucas puede usar la tabla para ampliar su explicación de la actividad 3?

C. Las chicas y los chicos de otro curso resuelven el mismo problema y comparan sus tablas. Advierten que para escribir qué representa el 4 del ítem a) usaron distintas expresiones:

PAULA: Cuatro galletitas por cada paquete.

PABLO: 4 galletitas / paquete

LUCAS: 4 galletitas / 1 paquete.

¿Las tres escrituras expresan lo mismo? ¿Por qué?

En esta actividad se puede reflexionar acerca de la diversidad de notaciones que se habilitan con un mismo cálculo como así los números involucrados en él. Por ejemplo, no es lo mismo que un número exprese una cantidad de elementos a que un número represente una razón.



ACTIVIDAD 5

Resuelvan los siguientes problemas:

A. Tenemos 200 globos para repartir entre 7 chicos. ¿Cuántos globos le corresponde a cada chico?

B. Tenemos 200 globos para armar paquetes de 7. ¿Cuántos paquetes se pueden formar?

C. Hoy es miércoles, ¿qué día de la semana será dentro de 200 días?



En este caso, nuevamente, la actividad permite reflexionar acerca de la diversidad de problemas que se resuelven con un mismo cálculo (en este caso una división). El problema a) refiere a un problema de reparto donde hay una distribución equitativa, mientras que el b) se trata de una actividad de partición ya que hay que averiguar cuántos paquetes de igual cantidad de elementos se pueden armar.

Por otro lado, el ítem c) se trata de un problema de iteración donde el análisis del resto permite conocer que día de la semana será dentro de 200 días.

ACTIVIDAD 6

Comparen los procedimientos que utilizaron para resolver los problemas de la Actividad 5:

A. ¿Qué tienen en común?

B. ¿En qué se diferencian?



En estos casos el cálculo involucrado es el mismo pero, como se mencionó en la actividad anterior, la intención es analizar los distintos sentidos de la división.



ACTIVIDAD



Las chicas y los chicos comparten y comparan los modos en que resuelven la división **200 : 7**

Procedimiento de Paula

Ella usa los resultados de la tabla pitagórica del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \text{Cómo: } 7 \times 2 &= 14 \text{ y } 7 \times 3 = 21 \\ \text{Entonces, } 7 \times 20 &= 140 \text{ y } 7 \times 30 = 210 \end{aligned}$$

Piensa que el resultado de $200 : 7$ está entre 20 y 30, más cercano a 30 porque 200 está más cerca de 210 que de 140. Sin embargo, al "pasarse", anota lo siguiente:

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 7} \\ \underline{20} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 200 \overline{) 7} \\ \underline{140} \quad 20 \\ \quad 60 \end{array}$$

Como quedan 60 por repartir, vuelve a mirar en la tabla pitagórica:

$$\begin{aligned} 7 \times 8 &= 56 \\ 7 \times 9 &= 63 \end{aligned}$$

Entonces, asegura que el resultado es 28 y sobran 4.

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 7} \\ \underline{140} \quad 20 \\ \underline{60} \quad 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 200 \overline{) 7} \\ \underline{140} \quad 20 \\ \underline{60} \quad 8 \end{array}} \right\} 20 + 8 = 28$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \underline{56} \\ 4 \end{array}$$

Procedimiento de Lucas

Lucas realiza el cálculo de modo convencional siguiendo estos pasos. En cursiva se plantean algunas preguntas a modo de reflexión.

Paso 1:

Comienza considerando las dos primeras cifras del dividendo y se pregunta si en el cociente debe escribir 2 o 3.

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 7} \\ \text{¿ 2 ó 3?} \end{array}$$

¿Alguno de los cálculos que realizó Paula lo puede ayudar para tomar la decisión?
¿Cuál? ¿Cómo te diste cuenta?

Paso 2:

Elige el 2 descartando el 3. Multiplica el 2 por el divisor 7 y luego resta **20-14**.

$$\begin{array}{r} \overline{200} \quad | \quad \overline{7} \\ - 14 \quad | \quad 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Estos cálculos de Lucas están presentes en el procedimiento de Paula. ¿En qué pasos?

Paso 3:

A continuación, "baja" el cero:

$$\begin{array}{r} \overline{200} \quad | \quad \overline{7} \\ - 14 \downarrow \quad | \quad 2 \\ \hline 60 \end{array}$$

¿Cómo le explicarías a una compañera o compañero por qué Lucas "baja el cero"?

Paso 4:

Se pregunta si 60 dividido 7 es 8 ó 9.

$$\begin{array}{r} \overline{200} \quad | \quad \overline{7} \\ - 14 \downarrow \quad | \quad 2; 8? \text{ ó } 9? \\ \hline 60 \end{array}$$

Estos cálculos de Lucas están presentes en el procedimiento de Paula. ¿En qué pasos?

Paso 5:

Lucas descarta el 9 y se queda con el 8 como cociente.
¿Por qué habrá tomado esa decisión?

Paso 6:

Multiplica el 8 por el 7 y luego resta **60 - 56**.

$$\begin{array}{r} \overline{200} \quad | \quad \overline{7} \\ - 14 \quad | \quad 28 \quad \times \\ - 60 \quad | \quad \\ \hline 56 \end{array}$$

Estos cálculos de Lucas están presentes en el procedimiento de Paula. ¿En qué pasos?

Procedimiento de Flavia

Por su parte, Flavia hace lo siguiente:

$$\begin{array}{r}
 200 \overline{) 7} \\
 \underline{70} \quad 10 \\
 130 \quad + 10 \\
 \underline{70} \quad 8 \\
 60 \quad 28 \\
 \underline{56} \\
 4
 \end{array}$$

Procedimiento de Pablo

Pablo usa la calculadora de su computadora y mira esto:

Calculadora 
$200 : 7 =$
$28,57142857142857$

Intenten responder junto a un compañero o compañera las siguientes preguntas.

- ¿Cómo usa Paula la tabla pitagórica para dividir?
- ¿Por qué Flavia repite "dieces" en el cociente?
- ¿Qué relación hay entre la forma de dividir que usa Paula y la de Flavia?
- ¿Conocen otra técnica para dividir? ¿Cómo pueden explicarla? Compártanla en clase y compárenla con las realizadas por Paula y Flavia, indicando en que se asemejan y en qué se diferencian.
- ¿Cómo puede saber Pablo el resto de la división entre 200 y 7 usando la calculadora?

Esta actividad propone reflexionar acerca de las diversas modalidades de cálculo. En algunos casos se recurre a elaborar un cálculo mental, en otros casos se recurre a un algoritmo y en otros se utiliza la calculadora. La actividad también permite reflexionar sobre procedimientos que, en vez de conservar la integridad del número con el que se opera, los operandos son divididos en cifras provocando en muchos casos la pérdida de control sobre sus valores posicionales. La actividad no pretende desprenderse de estos procedimientos sino ponerlos como objeto de discusión y estudiar las relaciones con otro tipo de cálculos.



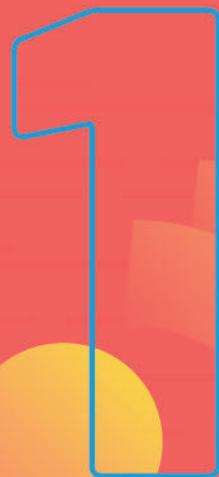


Con respecto a los sentidos de la **división**, es posible identificar problemas que remiten a la división entera o euclidiana, esto es, dados dos números naturales (dividendo y divisor) existen otros dos números naturales (cociente y resto) de manera tal que:



dividendo = divisor x cociente + resto ($a = b \times q + r$), con resto mayor o igual que cero y menor que el divisor.

En cambio, otros problemas refieren a la división exacta, es decir, cuando el resto es 0.



ACTIVIDAD

8

A.

Julieta dice que no puede resolver el cálculo $200 : 7$ porque no recuerda la tabla del 7. Fernanda asegura que usando múltiplos de 2 y de 5 se puede resolver la cuenta. ¿Están de acuerdo con Fernanda? ¿Por qué?

B.

Completen la columna sombreada. ¿Qué filas o columnas se pueden utilizar para hacerlo?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6		8	9	10
2	2	4	6	8	10	12		16	18	20
3	3	6	9	12	15	18		24	27	30
4	4	8	12	16	20	24		32	36	40
5	5	10	15	20	25	30		40	45	50
6	6	12	18	24	30	36		48	54	60
7	7	14	21	28	35	42		56	63	70
8	8	16	24	32	40	48		64	72	80
9	9	18	27	36	45	54		72	81	90
10	10	20	30	40	50	60		80	90	100

ACTIVIDAD 9

Respondan los siguientes ítems teniendo en cuenta la tabla pitagórica de la actividad anterior.

- A.** Los números que terminan en **0**, ¿de qué números son múltiplos? ¿Y los que terminan en **5**?
- B.** Los números múltiplos de **2**, ¿pueden terminar en 3? ¿Y en 8? ¿Y en 5? ¿Por qué? Escriban la lista de los números en los que puede terminar un múltiplo de 2.
- C.** Si un número es múltiplo de **3** y otro número también es múltiplo de **3**, ¿es cierto que la suma de los dos también es múltiplo de **3**? ¿Por qué?

La tabla pitagórica es un recurso con el cual se puede reflexionar acerca de uno de los aspectos más potentes del cálculo mental: a partir de resultados conservados en la memoria se pueden realizar nuevos cálculos que ya no están disponibles en ella.



ACTIVIDAD DE ESTUDIO 3

Reflexionar sobre lo que aprendimos



- A.** Si le tuvieran que contar a un compañero o compañera qué tener en cuenta al resolver problemas donde usan la multiplicación, ¿qué le aconsejarías? ¿Y para identificar qué representa cada número involucrado?

B. Revisen los procedimientos que se usaron para resolver la actividad 7. Propongan otras divisiones ayudándose con lo que saben sobre los productos de la tabla pitagórica.

C. Teniendo en cuenta los ítems anteriores armen un “machete” que les sea de utilidad para una futura evaluación.



Esta actividad permite evocar algunas de las decisiones que se adoptaron en las resoluciones precedentes y las razones por las que se tomaron esas decisiones. Como se ha mencionado en la introducción, estas actividades se consideran un aspecto fundamental en la construcción del rol de estudiante de matemática.

Tercera parte: Propiedades de los números naturales a partir del trabajo con organizaciones rectangulares

Esta tercera parte propone estudiar las propiedades de los números naturales a partir del trabajo con rectángulos. La secuencia toma problemas de multiplicación que refieren a organizaciones rectangulares. Aquellos en los cuales al multiplicar el número de filas por las columnas se obtiene la cantidad de celdas. Estos problemas están puestos al servicio de la reflexión acerca de las propiedades de la multiplicación.

ACTIVIDAD 1

Se colocan baldosas en dos patios rectangulares. En el patio rojo se utilizaron 7 columnas de baldosas a lo largo y 5 filas de baldosas a lo ancho. En el patio amarillo se emplearon 5 columnas de baldosas a lo largo y 7 filas de baldosas a lo ancho.

A. ¿En cuál de ellos se utilizaron mayor cantidad de baldosas? ¿Por qué?

B. Compartan sus respuestas y decidan si es posible explicar lo que realizaron recurriendo a alguna de las propiedades de la multiplicación.

ACTIVIDAD

2

Se quiere realizar una ampliación del patio rojo agregando 4 columnas más de baldosas a lo largo. ¿Cuántas baldosas se van a utilizar en total?

Esta actividad permitirá reflexionar acerca de las diversidades de cálculo que representan la situación. En ellas convivirán productos y sumas. La propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición habilitará diversas formas de calcular la variación en la cantidad de baldosas a partir de la expansión del patio rectangular. La equivalencia entre las distintas expresiones numéricas es un aspecto esencial de la secuencia.



ACTIVIDAD

3

Paula y Lucas comparten cómo pensaron la actividad 2:

A la cantidad de baldosas utilizadas para el patio rojo (las baldosas de un rectángulo de 7×5), le tenés que agregar un rectángulo de 4 baldosas de largo por 5 baldosas de ancho.

Tenés que calcular la cantidad de baldosas para un nuevo patio de $7 + 4$ de largo por 5 de ancho.

¿Con quién están de acuerdo? ¿Por qué?

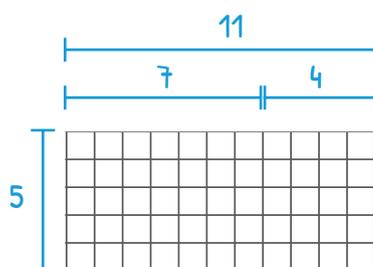


En esta actividad se inicia una reflexión acerca de diversas formas de expresar aquello que el problema propone y también ligar esas formas de representación con los argumentos desplegados en una evocación.

ACTIVIDAD 4

Cada uno de ellos realizó un dibujo. ¿Cuál es el de Paula y cuál es el de Lucas?

Dibujo 1



Dibujo 2



Esta actividad se relaciona con la anterior. La sucesión de actividades en la secuencia permitirá vincular modos de evocación con cálculos, con palabras y con representaciones gráficas.

ACTIVIDAD 5

También contamos con los cálculos que hicieron. Uno de ellos corresponde a Lucas y el otro a Paula. ¿Cuál es el de Lucas y cuál es el de Paula?

Cálculo 1
 $7 \times 5 + 4 \times 5$

Cálculo 2
 $(7 + 4) \times 5$

Esta actividad reflexiona acerca de los cálculos asociados a cada forma de pensar el problema.



ACTIVIDAD 6



Organicen la información en un cuadro como el siguiente:

ALUMNA/O	FORMA DE PENSAR EL PROBLEMA	DIBUJO	CÁLCULO

Esta actividad tiene el propósito de que los y las estudiantes evoquen los procedimientos de resolución socializados en los intercambios colectivos y los relacionen con las diversas representaciones que se han suscitado.



ACTIVIDAD 7

En esta oportunidad se va a hacer un mural rectangular con azulejos cuadrados. El mural va a tener 17 azulejos de largo por 14 azulejos de ancho.

A. Realicen un dibujo que represente la situación.

B. Escriban un cálculo que permita averiguar el total de azulejos que conformarán el mural.

ACTIVIDAD 8

Luego, se decidió reducir el largo del mural de la actividad anterior en 2 azulejos.

A. Realicen un dibujo que represente la situación.

B. Escriban un cálculo que permita averiguar el total de azulejos que conformarán el mural.

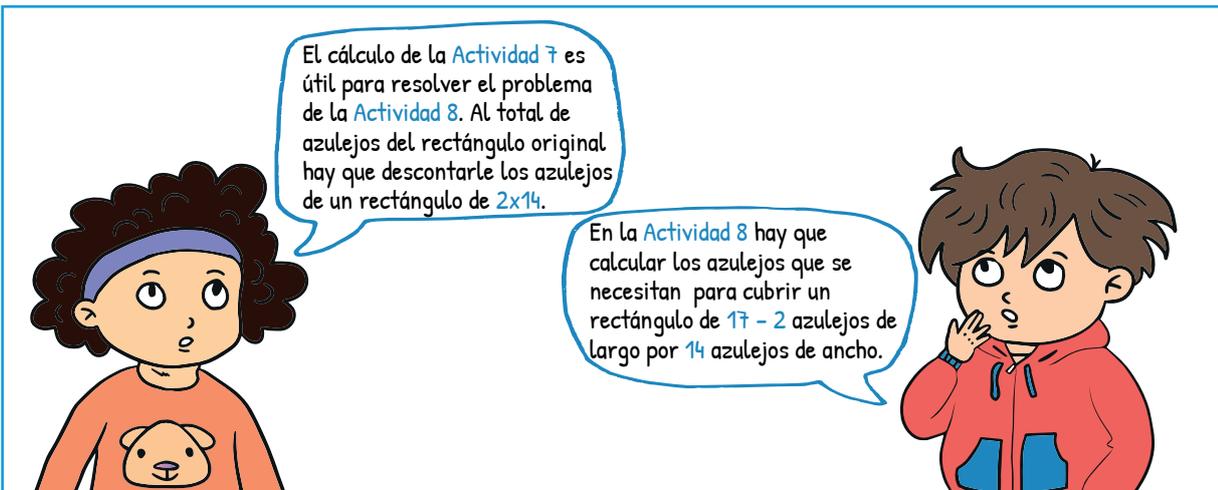


Estas actividades permitirán reflexionar acerca de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la sustracción.



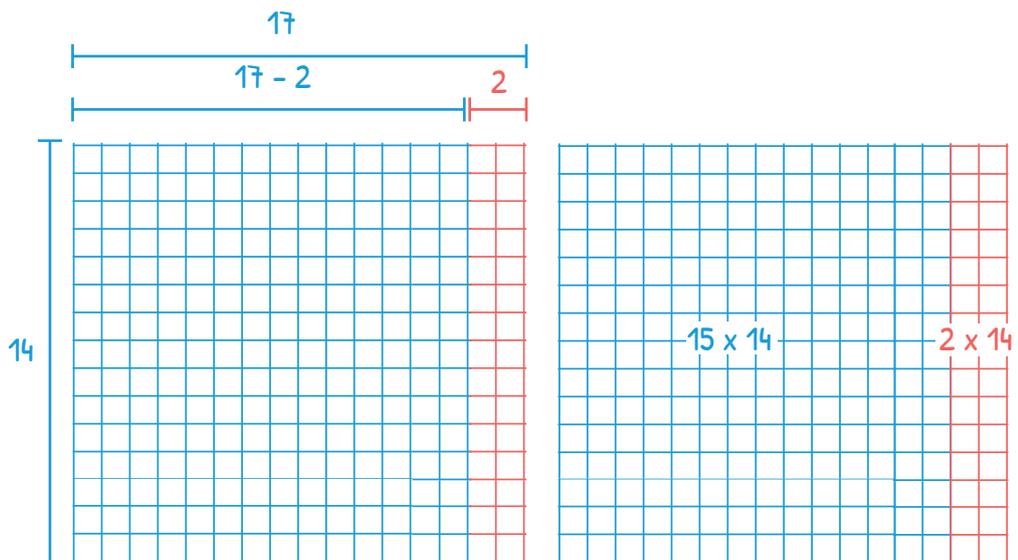
ACTIVIDAD 9

A. Paula y Lucas comparten cómo pensaron las actividades anteriores:



¿Con quién están de acuerdo? ¿Por qué?

B. Uno de los siguientes dibujos corresponde al argumento de Paula y otro al de Lucas. ¿Cuál es el de Paula y cuál es el de Lucas? ¿Por qué?



C. Uno de los siguientes cálculos corresponde a Lucas y el otro a Paula. ¿Cuál es el de Paula y cuál es el de Lucas? ¿Por qué?

Cálculo 1:

$$17 \times 14 - 2 \times 14$$

Cálculo 2

$$(17 - 2) \times 14$$

D. ¿Alguna/as de las siguientes relaciones resulta verdadera? ¿Cuál /es? Expliquen en cada caso por qué consideran verdadera o falsa la relación.

$$17 \times 14 - 2 \times 14 > (17 - 2) \times 14$$

$$17 \times 14 - 2 \times 14 = (17 - 2) \times 14$$

$$17 \times 14 - 2 \times 14 < (17 - 2) \times 14$$

$$(17 \times 14) - (2 \times 14) = 17 \times 14 - 2 \times 14$$

$$(17 - 2) \times 14 = 17 - 2 \times 14$$

El trabajo con la actividad 9 permite relacionar las diferentes formas en que se puede expresar la reducción en la cantidad de baldosas. Nuevamente una misma situación puede ser representada en formas diversas. También permite reflexionar acerca de la equivalencia de algunos cálculos y otros en los que uno de los miembros resulta menor al otro.

ACTIVIDAD 10

Se debe cortar una tira de papel cuadrículado de 40 cuadraditos de largo por 6 cuadraditos de ancho por la mitad y luego, cada mitad debe ser cortada nuevamente por la mitad. ¿Cuántos cuadraditos contendrá cada una de las tiras?

A partir de esta actividad se reflexiona acerca de la forma en que se asocian diversas divisiones. Mientras que la multiplicación cumple con la propiedad asociativa no lo hace la división. Cuando una división es sucedida de otra no resulta a priori un proceder evidente. Estas actividades tenderán a combinar la división con la multiplicación para expresar la variación en el resultado de haber dividido aquello que ya ha sido dividido.



ACTIVIDAD



A.

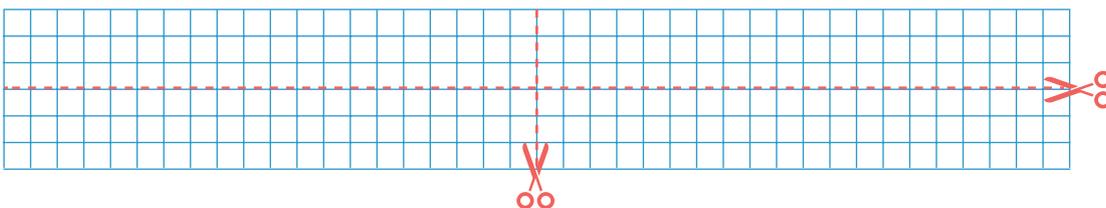
Las chicas y los chicos comparten los cálculos que realizaron para resolver el problema anterior

Paula: $[(40 \times 6) : 2] : 2$	Lucas: $(40 \times 6) : 4$
Flavia: $(40 \times 6) : (2 : 2)$	Mica: $(40 \times 6) : (2 \times 2)$

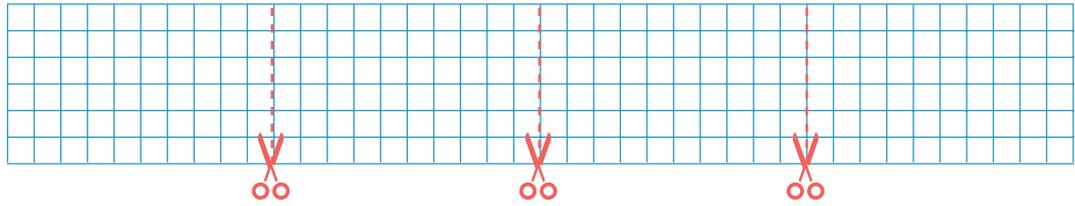
¿Estos cálculos son correctos? ¿Cuáles? ¿Por qué?

B.

Lucas cortó la tira del siguiente modo:



Flavia cortó así:



¿Cuál de los procedimientos de corte es correcto, el de Lucas o el de Flavia? ¿Por qué?

C. Paula dice que no pueden estar los dos bien porque las tiritas que quedan con los cortes de Lucas son más largas que las tiritas que quedan con los cortes de Flavia. ¿Están de acuerdo con el argumento de Paula?

D. Mica dice que es verdad que no pueden estar los dos bien porque las tiritas que quedan en el corte de Flavia son más anchas que las tiritas que quedan en los cortes de Lucas. ¿Están de acuerdo con Mica?

E. Pablo dice que para él los dos son correctos porque las tiritas que quedan en ambos casos tienen la misma cantidad de cuadraditos:

Tiritas de Lucas: 20 X 3	Tiritas de Flavia: 10 X 6
-----------------------------	------------------------------

¿Están de acuerdo con Pablo?

F. Como Lucas y Flavia dudan del argumento de Pablo, Pablo escribió:

$$20 \times 3 = (10 \times 2) \times 3$$

$$(10 \times 2) \times 3 = 10 \times (2 \times 3)$$

$$10 \times (2 \times 3) = 10 \times 6$$

$$20 \times 3 = 10 \times 6$$

Expliquen para qué escribe cada igualdad y por qué son válidas.

Esta actividad pone el acento nuevamente en la equivalencia de procedimientos y en consecuencia la posibilidad de establecer igualdades en función de ellas.



ACTIVIDAD 12



A. Las chicas y los chicos están compartiendo estrategias para hacer divisiones de forma más rápida:



¿Están de acuerdo con cada una de las estrategias? ¿Por qué?

B. Lucas dice que si a un número primero lo divides por 2 y después por 5 es lo mismo que dividirlo por ... Pero no se escucha el número que pronuncia. ¿Cuál será el número mencionado por Lucas? ¿Cómo se dieron cuenta?



Esas equivalencias e igualdades de las actividades anteriores alcanzan un grado mayor de generalización dado que si bien las actividades plantean divisores particulares, los cálculos parten de dividendos dados bajo la condición de una variable.



ACTIVIDAD DE ESTUDIO 4

Reflexionar sobre lo que aprendimos

Luego de todo el camino que transitaron al resolver los problemas anteriores, les proponemos revisar lo aprendido con las siguientes actividades.

Revisen todo el cuaderno nuevamente desde el principio y respondan:

A. ¿Qué actividades les resultaron más difíciles? ¿Hay algún tema que necesitarían volver a repasar? ¿Cuál?

B. ¿Cuáles son las propiedades de las multiplicaciones que ya conocían y pudieron utilizar?

C. ¿Hay alguna tabla de multiplicar que no sepan? ¿Cuál? ¿Cómo pueden usar los resultados conocidos para pensar los que aún no recuerdan?

D. ¿Aprendieron alguna forma nueva de resolver multiplicaciones y/o divisiones? ¿Cuáles?





REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agrasar, M; Chemello, G; Díaz A (2014). Matemática para todos en el nivel primario. Notas para la enseñanza. Ministerio de Educación, Presidencia de la Nación.
- Broitman, C; Itzcovich, H; Parra, C; Sadovsky, P (1994). Documento de trabajo n°4, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currículum.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona, ICE-Horsori Editorial.
- Consejo Federal de Educación (2020). Resolución N° 367-Anexo I. Disponible en: https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/res_367_anexo_i_if-2020-57799111-apn-sgcfeme.pdf
- Quaranta, M; Ponce, H; Sadovsky, P (2005). Matemática. Cálculo mental con números naturales. Aportes para la enseñanza. Escuela Primaria. G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula.
- Napp, C, Novembre, A, Sadovsky, P, Sessa, C (2005). Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. Documento N°2. Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires-Secretaría de Educación-Subsecretaría de Educación Dirección General de Planeamiento.
- Tarasow, P. (2010). La tarea de planificar. En: Kurzrok L. (coord.). Enseñar Matemática en la escuela primaria. Serie Respuestas. Tinta Fresca.



Matemática

TRANSICIONES

Entre primaria y secundaria



1	2	3	4	5	6	7	8	9
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								

