

Catarmática 2022

**Mundial de Fútbol Pensado
Cátedras Scholas / UNTREF**

(Para Escuelas Secundarias)



Catarmática 2022
Mundial de Fútbol Pensado
Organizado por Cátedras Scholas y UNTREF
(Para Escuelas Secundarias)

Introducción

Cada cuatro años, la Copa del Mundo genera emociones que se comparten en 200 países. En Argentina se vive con gran intensidad y durante un mes se convierte en el tema central para los jóvenes.

El lenguaje universal de la pelota también motiva a incursionar en áreas a las que se suele ser reacio. Los jóvenes se acercan a la lectura, hacen cálculos, aprenden historia, geografía y se interesan en las reglas, entusiasmados por el fútbol.

Desde la cancha se presentan innumerables situaciones para pensar y resolver. Es la usina que activa el pensamiento lógico. Como pasión multitudinaria termina siendo el contexto que motiva para aprender más y mejor.

Los puntos requeridos para clasificar, las definiciones desde el punto penal, los viajes en el tiempo por las Copas junto a los mayores, los pronósticos, los partidos imaginados, las posibles finales, la tecnología, las distintas selecciones y los goles de Messi proponen situaciones para jugar con una sonrisa.

También el Mundial presenta una oportunidad para que los docentes cuenten con nuevas propuestas que podrán incorporar a sus clases.

El Mundial de Fútbol Pensado Cátedras Scholas UNTREF ofrece a todas las escuelas, de manera libre:

-22 ejercicios para resolver desde las semanas previas al Mundial. Unos son desafíos para jugar con la cabeza y el papel en las aulas, otros con los pies y la pelota en la cancha.

-También se propone organizar partidos de Catarmática, que combinan los desafíos en el papel y con la pelota, para jugar en cualquier momento en equipo.

-Y las series desde el punto penal se pueden simular en las aulas, entre dos equipos, donde cada lanzamiento se representa por una pregunta cuya respuesta correcta se traduce en un gol. Se puede llevar a cualquier materia, con la emoción de seguir el resultado hasta que quede definido.

Partido de Catarmática

(Un modelo que se podrá desarrollar en las distintas escuelas, adecuándose a cada realidad)

Se usarán un espacio cerrado para los ejercicios en papel y uno abierto para los desafíos con una pelota.

Los participantes se organizarán en equipos de 4 (2 chicos y 2 chicas preferentemente). Está abierto a todos, independientemente de lo que sepan de fútbol, de Matemática o de otras materias. Trabajarán en grupos para encontrar soluciones.

Habrán equipos campeones por puntos, por juegos con la pelota y por los distintos valores del deporte (esfuerzo, espíritu solidario, honestidad, pasión, respeto, resiliencia, trabajo en equipo)

Esquema tentativo:

-Juego de integración

-Charla de introducción a Catarmática

-Organización de los grupos de 4

-Primer tiempo: 3 ejercicios en papel (de cabeza), que se pueden elegir entre el número 1 y el 16, adecuándolos a las características del grupo.

-Segundo tiempo: 3 ejercicios con la pelota (con los pies), que se pueden elegir entre los números 17 y 22, adecuándolos a las características del grupo.

-Juego de cierre

-Reconocimientos y clausura.

Los 22 ejercicios

PARTE I. JUEGOS DE CABEZA CON PAPEL

A- Messimática

1. Supongamos que, en Catar 2022, Argentina convierte 14 goles y los autores son Messi, Lautaro Martínez, Di María, Julián Álvarez y Dybala.

Si Messi hace el triple de goles que Dybala,

Dybala el doble que Di María y Julián Álvarez la mitad que Messi.

Indicar cuántos goles hará cada uno:

Lionel Messi _____ Ángel Di María _____ Paulo Dybala _____

Julián Álvarez _____ Lautaro Martínez _____

2. De los primeros 700 goles de Messi, 91 fueron con la pierna derecha. Si mantiene la misma proporción hasta el gol 1.000, ¿cuántos goles totalizará con otras partes del cuerpo?

3. Los goles que marcó Messi con la Selección Argentina en las últimas 5 temporadas fueron: 3 en 8 partidos, 2 en 2 partidos, 6 en 13, 10 en 10 y 4 en 2.

Si en Catar 2022 mantiene la misma efectividad que en el total de esos años y Argentina juega 7 partidos, ¿Cuántos goles anotará Messi en el Mundial?

B- Cálculos previos

4. En el Mundial participan 32 selecciones. Cada una inscribe 23 jugadores, de los cuales 3 son arqueros. (Si bien este año tienen la posibilidad de anotar hasta 26, pensemos inicialmente que sólo serán 23)

a) ¿Cuántos jugadores anotados en el Mundial pueden tomar la pelota con las manos en su propia área sin riesgo de que les cobren penal?

b) ¿Cuántos jugadores anotados en el Mundial pueden tomar la pelota con las manos en el área del equipo rival sin riesgo de ser sancionados con una falta? _____

c) ¿Cuántos jugadores anotados en el Mundial **no** tienen permitido tomar la pelota con las manos en su propia área? _____

- d) ¿Cuántos jugadores anotados en el Mundial **no** tienen permitido tomar la pelota con las manos en el área rival? _____
- e) Si finalmente todos los equipos inscriben 26 futbolistas, manteniendo todos solo los mismos 3 arqueros, ¿cuántos de estos nuevos jugadores anotados, que antes no consideramos, **no** tienen permitido tomar la pelota con la mano en su propia área? _____

5. Brasil ganó 5 Copas del Mundo, Italia y Alemania 4, Argentina, Uruguay y Francia 2, mientras Inglaterra y España tienen un solo título. Si los sudamericanos vuelven a ganar la Copa en Catar 2022 y lo repiten en los siguientes Mundiales, ¿en qué año podrán tener más títulos que los europeos?

6. El director técnico de una selección africana fue a consultar a un astrólogo para saber cómo le iba a ir a su equipo en el Mundial. “Van a perder 4 partidos”, le dijo. “Entonces renuncio”, respondió el entrenador- “Te recomiendo que sigas, porque vas a hacer historia”, retrucó el astrólogo.

Si en Catar 2022, una selección pierde 4 partidos, ¿en qué puesto terminará en la Copa del Mundo?

C- Fasemática de Grupos

En el Mundial habrá 8 grupos de 4 selecciones cada una. En cada grupo juegan todos contra todos (cada selección disputa 3 partidos) y clasifican a la siguiente fase quienes ocupen el primero y el segundo lugar.

Como se sabe, se otorgan 3 puntos por cada partido ganado y 1 en caso de empate.

7. El grupo F del Mundial lo integran Bélgica, Canadá, Marruecos y Croacia. Supongamos que el primer partido que juega cada selección lo gana la que esté adelante por orden alfabético, el segundo por el orden alfabético de la capital del país y el tercero la que tenga más colores en su bandera.

¿Cómo quedará la tabla de posiciones, sabiendo que el orden de los partidos será el siguiente?

Bélgica-Canadá, Marruecos-Croacia, Bélgica-Marruecos, Croacia-Canadá, Bélgica-Croacia y Marruecos-Canadá.

8. Uruguay, Portugal, Corea del Sur y Ghana conforman el grupo H del Mundial.

Si la tabla de posiciones al terminar el grupo, después de que jugaron todos contra todos, es:

<u>Equipo</u>	<u>Puntos</u>	<u>GF</u>	<u>GC</u>
Uruguay	9	6	3
Portugal	6	6	4
Corea del Sur	1	0	2
Ghana	1	0	3

Recordamos que se otorgan 3 puntos por partido ganado y 1 por empate.

GF: goles a favor GC: goles en contra (los recibidos en total)

En base a esos elementos, escribir los resultados de los 6 partidos.

- a) Uruguay ___ Corea del Sur ___
- b) Portugal ___ Ghana ___
- c) Uruguay ___ Ghana ___
- d) Corea del Sur ___ Portugal ___
- e) Uruguay ___ Portugal ___
- f) Ghana ___ Corea del Sur ___

9. Argentina, Arabia Saudita, México y Polonia conforman el grupo C del Mundial. Imaginemos que se cumplan estas 4 afirmaciones:

*Argentina ganará el grupo con 7 puntos y solamente 2 goles anotados.

*Arabia Saudita empatará los 3 partidos, marcando un solo gol.

*Polonia se despedirá sin convertir goles.

*México celebrará 4 goles.

¿Cuáles serán los resultados que harán cumplir esas afirmaciones?

a) Argentina ___ Arabia S. ___

b) Polonia ___ México ___

c) Argentina ___ México ___

d) Polonia ___ Arabia S. ___

e) Argentina ___ Polonia ___

f) México ___ Arabia S. ___

10. En el grupo D, que integran Francia, Dinamarca, Australia y Túnez, el experto Leo Di Capricornio vaticinó un cuádruple empate en puntos. Agregó además que Australia le ganará a Dinamarca y que perderá con Túnez. El director técnico Didier Deschamps le preguntó cómo le irá a Francia. Y Leo le respondió: “Con estos datos ya puede saber cómo le irá en los tres partidos”.

¿Cómo le irá entonces a Francia con Dinamarca, Australia y Túnez? ¿Con cada una de estas selecciones ganará, empatará o perderá?

11. Supongamos que en el grupo E del Mundial, que integran España, Alemania, Costa Rica y Japón, la selección centroamericana empata sus 3 partidos. ¿Cuántos puntos más que Costa Rica podrá obtener como máximo la selección que quede primera en el grupo? (Como se sabe, el ganador de cada partido recibe 3 puntos, el perdedor ninguno y quien empata suma un solo punto).

D- Tarjetamática

12. a) En un partido de la fase de grupos, un árbitro mostró 18 tarjetas amarillas a los jugadores de un mismo equipo por acciones de juego.

¿A cuántos futbolistas expulsó como mínimo?

b) ¿Y a cuántos si se presenta la misma situación en la final?

13. Al delantero inglés Gary Lineker, goleador de México '86, jamás en su carrera le mostraron una tarjeta amarilla.

¿Cuántos otros futbolistas en la historia de los Mundiales tampoco vieron tarjetas amarillas en su carrera?

¿Ninguno? ¿Menos de 5? ¿Entre 5 y 100? ¿Más de 100?

(Se recomienda consultar con quienes vieron fútbol antes de 1970)

E- Indefiniciones desde el punto penal

Desde los octavos de final del Mundial, los partidos empatados se definirán por series desde el punto penal. Se ejecutan 5 tiros por equipo de manera alternada y se termina en caso de que el perdedor ya no pueda igualar la serie con los penales que le quedan por ejecutar. Por ejemplo, si la serie va 3 a 1 y al perdedor le falta un solo tiro, se da por terminada.

14. Definición desde el punto penal con preguntas sobre los Mundiales, que puede realizarse también con otro tema:

Dos equipos deben responder preguntas cuya respuesta correcta significará un gol. Quien patea deberá contestar la pregunta y podrá ser ayudado solo en un número fijo de oportunidades. La temática de las preguntas puede variar de acuerdo a los objetivos de la clase, en cualquier materia. Podrán ser por ejemplo: cuántos mundiales se jugaron, qué selección ganó más Copas, quién es el máximo goleador de la historia de los Mundiales, el campeón de una Copa como la de 1950.

15. Se plantean distintos resultados de series desde el punto penal, para determinar en base a ello cuántos penales se patearon en total, entre los dos equipos, sabiendo que se da por terminada cuando ya no se podrá alterar el ganador con los tiros que faltan. A veces puede haber más de una solución.

a) Si una serie termina 2-0. ¿Cuántos penales se habrán pateado en total, entre los dos equipos?

b) Si una serie termina 5 a 3, ¿cuántos penales habrá pateado el ganador y cuántos el perdedor?

c) Si una serie queda 3-0. ¿Cuántos lanzamientos hubo como máximo y cómo mínimo entre los dos equipos?

F- Finales posibles

16.a) Si la final de Catar 2022 fuera entre dos de las 4 selecciones sudamericanas participantes, ¿cuántas alternativas distintas podría haber (como Argentina-Brasil, Ecuador-Uruguay,)?

b) ¿Y entre las 6 selecciones latinoamericanas, agregando a México y Costa Rica?

c) ¿Y si la final fuera entre dos selecciones que ya fueron campeonas mundiales?

d) ¿Cuántas finales posibles hay entre las 32 selecciones del Mundial?

e) ¿Cuántas alternativas diferentes podría haber de una final entre una de las selecciones sudamericanas y una europea (como Argentina-Alemania o Uruguay-Francia)?

PARTE II. JUEGOS CON PELOTA EN LA CANCHA

Estos ejercicios, en grupos de 4 participantes se basan en el juego limpio y la confianza. También en el trabajo en equipo, alentándose entre los compañeros.

17. Cada integrante del grupo hará jueguito con la pelota, sin que toque el piso (siempre levantándola con el pie u otra parte del cuerpo que no sea la mano), contando en voz alta cada toque en una secuencia de 3 en 3. Es decir, 3, 6, 9, 12, 15, ... La cuenta se detendrá cuando el balón caiga al piso o el número no sea el correcto, anotando el número anterior.

Cada uno podrá hacer 2 intentos.

Participante: 1 2 3 4

Mejor marca: _____ _____ _____ _____

Sumar los 3 números más altos: _____ Dividir ese valor por 3: _____

18. Todos los integrantes del grupo jugarán juntos tocando el balón alternativamente sin que toque el piso y contando cada toque en voz alta de 3 en 3. Es decir, 3, 6, 9, 12, 15,... Podrán hacer 3 intentos.

Anotar la mejor marca conseguida por el grupo: _____

19. Todos los integrantes del grupo jugarán juntos tocando el balón alternativamente sin que toque el piso y en cada toque nombrarán un país cuya selección participa en Catar 2022

a) Nombrando un país de América, sin repetir, y contando el número de toques alcanzado. _____

b) Nombrando un país de Europa, sin repetir, y contando el número de toques alcanzado. _____

c) Nombrando un país de Asia o África, sin repetir, y contando el número de toques alcanzado. _____

Sumar el total de toques (a+b+c) _____

20. Penales con puntos. Cada integrante del grupo pateará un penal, que valdrá 3 puntos, 2, 1 o 0, de acuerdo por dónde entre la pelota al arco.

Sumar los puntos acumulados por el equipo _____

El equipo deberá responder cuáles son las capitales de 3 países mundialistas (por ejemplo Ecuador, Catar y Portugal).

Multiplicar los puntos acumulados por el número de respuestas correctas de las capitales (3, 2, 1 o 0): _____

21. Preguntas desde el punto penal. Se simula una serie entre dos equipos representado a dos selecciones del Mundial. Para ello deben conocer 10 características del país y de su equipo nacional, que se le preguntarán tras la ejecución de cada disparo. Si es gol, deberá responder el pateador para validar el tanto. Si no, lo hará el arquero para confirmar que no fue gol.

(Características del país o la selección: Continente, capital, un prócer, un equipo de ese país, un arquero, un jugador de campo, colores de su bandera, su idioma, un país limítrofe, mar o río, una comida típica, una canción, un artista,...)

22. Armar pelotas de trapo, averiguando con los familiares mayores cómo lo hacían y usarlas para cualquiera de los juegos anteriores, en un viaje en el tiempo, recordando las épocas de los primeros Mundiales.

PISTAS

Si tras el enunciado, cuesta encontrar la manera de encarar el desafío, estas pistas podrán ser una ayuda.

1. Pensemos que, si Messi hizo el triple de goles que Dybala, el capitán argentino habrá convertido un número múltiplo de 3. Como además Dybala anotó el doble que Di María, tendrá que ser también múltiplo de 2. Al determinar número de goles de Messi, múltiplo de 2 y de 3, lo demás saldrá rápido.

2. Podemos calcular qué proporción de los goles de Messi fueron con la derecha en sus primeros 700 y así determinar cuántos de los 1.000 serán con esa pierna. Regla de tres. Y los demás habrán sido con las otras partes del cuerpo.

3. Si sumamos la cantidad de goles y de partidos en los 5 años, tendremos que Messi convirtió tantos goles en todos esos encuentros. En base a eso, hay que llevar esa proporción a 7 partidos.

4. Teniendo en cuenta que en cada una de las 32 selecciones hay 3 arqueros y 20 jugadores de campo, se trata de calcular sabiendo que los arqueros son los únicos que puede tomar la pelota con las manos en su propia área.

5. Veamos primero cuántos títulos tienen los sudamericanos y cuántos los europeos. Y recordemos que la Copa del Mundo se juega cada 4 años.

6. Hay que tener en cuenta el esquema de un Mundial, que comienza con una fase de grupos de 4 equipos, que juegan 3 partidos. Los dos últimos quedan eliminados. Entonces, si esa selección perdió 4 partidos, quiere decir que jugó más de 3 y superó la fase de grupos. A ver qué pudo haber pasado después.

7. Revisar cuáles son las 4 capitales y los colores de las banderas para determinar los ganadores de cada partido. Sumar entonces los 3 puntos por cada partido ganado y si hubiera un empate, en el caso de las banderas, corresponderá un punto para cada equipo.

8. Corea del Sur y Ghana no anotaron goles, así que toca colocar un 0 en cada uno de sus partidos y es evidente cómo salieron entre sí. Entonces los goles

que recibieron Uruguay y Portugal en todo el grupo son los que se hicieron entre sí. Con eso se determina el resto,

9. Que Polonia no haya convertido goles permite colocar 3 ceros en sus partidos. Si Argentina logró 7 puntos con solo 2 goles, ganó 1 a 0 dos de sus partidos. Con los empates de Arabia Saudita se deducirá lo demás.

10. El cuádruple empate podría darse en 3 puntos si se empatan todos los partidos, pero no es este caso, porque Australia ganó uno y perdió otro. Entonces todas las selecciones ganaron un partido, perdieron otro e igualaron el tercero, totalizando 4 puntos. A partir de los dos resultados de Australia, se deducen las victorias, derrotas y empates de los demás.

11. Costa Rica sumará 3 puntos por los 3 empates. Pensemos cuántos puntos como máximo podrá obtener otra selección de su grupo para ver la diferencia posible.

12. Como las amonestaciones fueron por acciones de juego, solo las recibieron jugadores que participaron en el partido. Recordamos que dos tarjetas amarillas implican una roja. Como se busca el mínimo de expulsiones, pensemos que se amonestará a todos los futbolistas que hayan participado en el partido y cuántos podrán ser como máximo.

13. La consulta con quienes veían fútbol desde antes de 1970 nos permitirá saber qué cambio ocurrió en ese Mundial con las amonestaciones.

15.a) La serie terminará cuando el equipo que pierde 2-0 ya no tiene dos oportunidades para patear. Podría variar el número si es el que patea primero o segundo.

15.b) La serie que termina 3 a 0, cuando el equipo perdedor tiene solo 2 tiros pendientes, es la más corta de todas. También puede haber dos casos, por el momento en que se convierta el tercer gol.

15.c) Que un equipo haya convertido 5 tiros indica que pateó todos sus disparos iniciales. Que el otro haya sumado 3 muestra que la serie no se extendió más allá de los 10 tiros iniciales.

16.a) Pensemos que cada selección sudamericana podría enfrentar a las otras 3, pero hay que tener cuidado de no contar dos veces la misma final posible.

16.b) Igual que en el (a), pero se trata de 6 selecciones.

16.c) Tengamos en cuenta que los campeones mundiales son Brasil, Alemania, Italia, Argentina, Uruguay, Francia, Inglaterra y España, pero no todos jugarán en Catar 2022. Una vez confirmado el número de equipos, será equivalente a los anteriores.

16.d) Como cada selección podría jugar con otras 31, hay que ver si a partir de la manera cómo se calculó en las preguntas anteriores se puede encontrar una fórmula general. Buscar la historia de Gauss en la escuela, cuando el maestro les pidió a los niños sumar todos los números del 1 al 100 y enseguida respondió que el resultado era 5.050.

16.e) Cada selección sudamericana podría enfrentar a 13 selecciones europeas diferentes.

SOLUCIONES

1. Los goles de Messi tendrán que ser múltiplo de 3, por haber anotado el triple que Dybala, y de 2, ya que anotó el doble que Álvarez. Así que será múltiplo de 6 y no puede ser 12 porque el total entre todos debe ser 14. Entonces Messi marcó 6, se calcula el resto, y como no hay ninguna referencia a Martínez, él convertirá los que faltan para completar los 14.

Lionel Messi __6__ Ángel Di María __1__ Paulo Dybala __2__
Julián Álvarez __3__ Lautaro Martínez __2__

2. Si Messi convirtió con la pierna derecha 91 de sus primeros 700 goles, al llegar a 1.000 marcará con esa pierna $91 \times 1000 / 700 = 910 / 7 = 130$.

Entonces con las otras partes del cuerpo convertirá $1000 - 130 = 870$.

3. Sumando los 5 años, Messi convirtió 25 goles en 35 partidos. Con esa efectividad, en 7 partidos (la quinta parte de 35) anotará $25 / 5 = 5$ goles.

4. En cada una de las 32 selecciones hay 3 arqueros y 20 jugadores de campo, Los arqueros son los únicos que puede tomar la pelota con las manos en su propia área. Nadie podrá hacerlo en el área rival.

a) ¿Cuántos pueden tomar la pelota con las manos en su propia área sin riesgo de que les cobren penal? __96__

- b) ¿Cuántos jugadores pueden tomar la pelota con las manos en el área del equipo rival sin riesgo de ser sancionados con una falta?
__0__
- c) ¿Cuántos jugadores **no** tienen permitido tomar la pelota con las manos en su propia área? __640__
- d) ¿Cuántos jugadores anotados en el Mundial **no** tienen permitido tomar la pelota con las manos en el área rival? __736__
- e) Si todos inscriben 26 futbolistas, con solo 3 arqueros, ¿cuántos nuevos **no** pueden tomar la pelota con la mano en su propia área?
__96__

5. Los sudamericanos tienen 9 títulos y los europeos, 12. Para superarlos, deben ganar 4 Mundiales consecutivos: los de 2022, 2026, 2030 y 2034, cuando tendrán más copas que los de Europa.

6. Si esa selección perdió 4 partidos, quiere decir que jugó más de 3 y superó la fase de grupos. Pudo haberlo logrado perdiendo hasta 2 juegos. Desde octavos de final se juega por eliminación directa, por lo que la tercera derrota la dejaría afuera de la Copa. Pero hay una excepción, ya que quienes pierden la semifinal, tienen el partido adicional por el tercer lugar. Así que la tercera derrota sería en la semifinal y la cuarta en la definición del tercer puesto, por lo que quedaría 4ª, en una actuación inédita para una selección africana.

7. En la 1ra fecha, por orden alfabético, Bélgica le ganará a Canadá y Croacia a Marruecos.

En la segunda, por el orden alfabético de las capitales, Bélgica (Bruselas) derrotará a Marruecos (Rabat) y Canadá (Ottawa) a Croacia (Zagreb).

En la última jornada, por el número de colores de las banderas, Croacia le gana a Bélgica y Marruecos empata con Canadá.

Entonces Bélgica y Croacia sumarán 6 puntos, Canadá 4 y Marruecos 1.

8. Corea del Sur y Ghana no anotaron goles, así que toca colocar un 0 en cada uno de sus partidos. Entonces los goles que recibieron Uruguay y Portugal debieron ser entre sí.

- a) Uruguay 1 Corea del Sur 0

b) Portugal	<u>2</u>	Ghana	<u>0</u>
c) Uruguay	<u>1</u>	Ghana	<u>0</u>
d) Corea del Sur	<u>0</u>	Portugal	<u>1</u>
e) Uruguay	<u>4</u>	Portugal	<u>3</u>
f) Ghana	<u>0</u>	Corea del Sur	<u>0</u>

9. Polonia no convirtió goles. Si Argentina logró 7 puntos con solo 2 tantos, ganó 1 a 0 dos de sus partidos. Los empates de Arabia Saudita muestran lo demás.

a) Argentina _0_ Arabia S. _0_

b) Polonia _0_ México _3_

c) Argentina _1_ México _0_

d) Polonia _0_ Arabia S. _0_

e) Argentina _1_ Polonia _0_

f) México _1_ Arabia S. _1_

10. Las 4 selecciones ganaron un partido, perdieron otro e igualaron el tercero, totalizando 4 puntos. Como Australia le ganó a Dinamarca y perdió con Túnez, entonces empató con Francia.

Los franceses ganaron uno y perdieron el otro de los restantes dos partidos. Como Túnez perdió con Australia, le debió ganar a Francia.

Así que Francia empató con Australia, perdió con Túnez y le ganó a Dinamarca.

11. Costa Rica sumará 3 puntos por sus 3 empates. La Selección que sume más puntos ganará los otros 2 partidos y empatará con Costa Rica. Así que terminará con 7 puntos y la diferencia máxima será de 4 unidades. (Muchos calculan que la primera ganará todos sus encuentros y se olvidan del empate con Costa Rica)

12.a) Las amonestaciones solo las recibieron jugadores que participaron en el partido. Pensemos que se amoneste a todos los futbolistas que hayan estado en el campo. Inicialmente eran 11 (lo primero que se piensa), pero sabemos que por los cambios pueden entrar hasta otros 5 jugadores, para un total de 16.

Si se amonesta a todos ellos y se mostraron 18 tarjetas amarillas, el número mínimo de expulsados será $18-16 = 2$, recordando que 2 amarillas implican una roja.

b) La diferencia para la final, es que, en caso de jugarse tiempo extra, se permitirán 6 cambios por equipo. Entonces podrán participar 17 jugadores y el mínimo número de expulsados será 1.

13. Se recomendaba consultar con quienes veían fútbol desde antes de 1970, porque México '70 se utilizaron por primera vez las tarjetas para amonestar o expulsar. Así que hay más de 100, miles de futbolistas del pasado que jamás recibieron una tarjeta amarilla. Se los amonestaba verbalmente y se los expulsaba señalando el camino a los vestuarios.

15.a) La serie terminará cuando al que pierde 2-0 le quede sólo una oportunidad para patear. Así que realizó 4 disparos.

Hay 2 alternativas, representadas con estos ejemplos:

Caso 1 (8 penales)

Ganador GOL Falla Falla GOL

Perdedor Falla Falla Falla Falla

Da lo mismo quién comience y cuándo se convierten los dos goles

Caso 2 (9 penales)

Ganador GOL Falla Falla Falla GOL

Perdedor Falla Falla Falla Falla

Debe comenzar el ganador, que puede convertir el 1er gol en cualquiera de los 4 primeros tiros y el segundo en el quinto.

15.b) Caso 1, se ejecutan 6 disparos (mínimo)

Ganador GOL GOL GOL

Perdedor Falla Falla Falla

Termina porque el perdedor tiene solo 2 tiros pendientes.

Caso 2, se ejecutan 7 disparos (máximo)

Ganador GOL GOL Falla GOL

Perdedor Falla Falla Falla

También termina porque el perdedor tiene solo 2 tiros pendientes.

15.c) Que un equipo haya convertido 5 tiros indica que efectuó todos sus disparos iniciales. Que el otro haya sumado 3 muestra que la serie no se extendió más allá de los 10 previstos.

Así que el ganador pateó 5 veces con éxito y tiene que haber sido el que comenzó la serie, ya que en caso contrario no haría falta el quinto tiro.

Y el perdedor pateó 4 veces para llegar a esa instancia, fallando en una ocasión.

16.a) Cada una de las selecciones sudamericanas podría enfrentar a las otras 3, por lo que podríamos pensar que serían $4 \times 3 = 12$ finales, pero estaríamos repitiendo por ejemplo Argentina-Brasil y Brasil-Argentina, así que será la mitad.

Argentina-Brasil, Argentina-Uruguay, Argentina-Ecuador (van 3)

Brasil-Uruguay, Brasil-Ecuador (otras 2)

Uruguay-Ecuador (una más)

$3+2+1 = 6$ finales posibles

16.b) Con el mismo razonamiento que en (a), pero con 6 selecciones.

$5+4+3+2+1 = 15$ finales posibles

16.c) Los campeones mundiales son 8: Brasil, Alemania, Italia, Argentina, Uruguay, Francia, Inglaterra y España. Italia no jugará en Catar 2022, así que serán 7 campeones.

$6+5+4+3+2+1 = 21$ finales posibles

16.d) Cada selección podría jugar con otras 31. La explicación del niño Carl Gauss en la escuela, cuando el maestro les pidió a los niños sumar todos los números del 1 al 100 y enseguida respondió que el resultado era 5.050, fue

que notó que las sumas de $1+100$, $2+99$, $3+98$, ..., $50+51$ daban todas 101, por lo que el total era $101 \times 50 = 5.050$.

En general, la suma $1+2+\dots+n = (n+1) \times n/2$

Entonces $1+2+\dots+31 = 32 \times 31 / 2 = 16 \times 31 = 496$ finales posibles en Catar.

16.e) Cada una de las 4 selecciones sudamericanas podría enfrentar a 13 europeas diferentes. Las finales posibles serían $4 \times 13 = 52$.

Cátedras Scholas

Daniel Stigliano, Coordinador

Universidad Nacional de Tres de Febrero

Gabriel Asprella, Secretario de Extensión Universitaria

Contenidos

Edgardo Broner

Consultas scholaschairs@scholasoccurrentes.org