

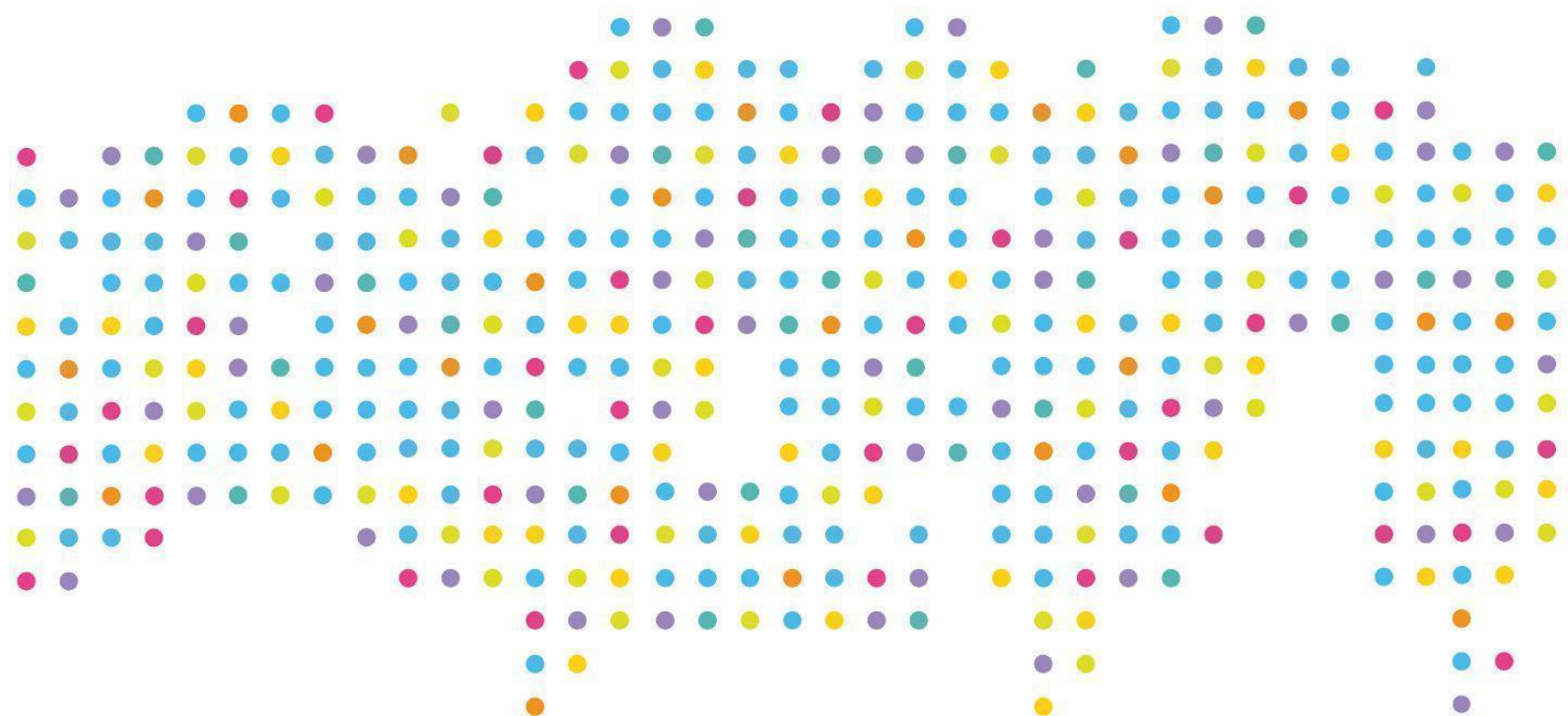
Plan Nacional de Inclusión Digital Educativa

PNIDE

**Estrategias y aportes conceptuales
para los encuentros de núcleo.**

Encuentro 1.

Geometría en Movimiento (GeoM)





PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Gerencia General

Rubén D' Audia

Dirección Nacional de Tecnología Educativa

Laura Penacca

Coordinación Pedagógica PNIDE - Conectar Igualdad

Valeria Aranda

Autoría

Prof. Rodolfo Murúa

Prof. Juan Pablo Luna

Prof. Arminda Rosa Quiroga

Prof. Federico Maciejowski

Prof. Valeria Borsani

AÑO 2023



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Índice

Fundamentos	4
Propósitos	6
Objetivos	6
Sentidos y estrategias de la propuesta	6
Momento 1	7
Momento 2	18
Momento 3	21
Tarea para el Encuentro de Núcleo 2	24
A modo de cierre	24
Bibliografía	26



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Fundamentos

En el presente Encuentro de Núcleo, en el marco del Plan Nacional de Inclusión Digital Educativa ([PNIDE](#)), se ofrece un espacio de formación a las y los docentes participantes, con el fin de abordar propuestas de enseñanza que permiten pensar una articulación del trabajo matemático entre la escuela primaria y la escuela secundaria. Estas apuntan a **intensificar la enseñanza de la geometría** con el objetivo de que las y los estudiantes transiten un modo de pensar y de producir propio de esta rama de la matemática, proponiendo un trabajo con el razonamiento deductivo desde un momento temprano de la escolaridad.

En particular, se propone el estudio de las propiedades de la circunferencia y la construcción de triángulos como asuntos centrales para pensar la articulación entre los niveles. De esta manera, se promueve un trabajo dialéctico entre una geometría “ostensiva” –con el foco puesto en la observación, en la manipulación de los instrumentos de geometría y en validaciones empíricas que se apoyan en lo que se ve y en lo que se dibuja– y una geometría más deductiva, donde lo central es el estudio de las figuras y sus propiedades. Más específicamente, construir una figura a partir de ciertos datos iniciales permite poner en juego propiedades geométricas y al mismo tiempo da lugar a la búsqueda y a la formulación de argumentaciones. Por este motivo, las actividades propuestas en el cuaderno [Circunferencia, Círculo y Triángulos](#)¹, en el aula virtual [Construir y analizar figuras](#), en los [recursos interactivos](#)² y en los Encuentros de Núcleo están fuertemente ligadas a las construcciones geométricas.

En [Construir y analizar figuras](#) se propone centralmente un trabajo con el programa *GeoGebra* (software libre disponible en las computadoras del Plan Conectar Igualdad). **Este programa de geometría dinámica permite explorar, conjeturar y analizar las propiedades de las figuras mediante el movimiento de sus representaciones.**

De aquí se entiende que el programa haya sido construido relacionando propiedades geométricas con herramientas, es decir, para que un dibujo realizado en GeoGebra -que representa a cierta figura- mantenga invariante las propiedades involucradas, es

¹ Ministerio Nacional de Educación (2021). Matemática: Cuaderno para docentes 3. Colección Transición entre la primaria y la secundaria. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

² Conectar Igualdad. Recursos interactivos para la enseñanza.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

necesario apelar a las herramientas que se vinculan con las relaciones que definen a la figura en cuestión (Arias, Grimaldi, Itzcovich, Murúa y Segal, 2022: 10)³

Esta característica del programa permite generar un espacio de trabajo para las y los estudiantes donde es posible sostener, desde la propuesta de enseñanza, la centralidad de las propiedades de las figuras y de las relaciones geométricas involucradas.

La utilización de los diferentes recursos propuestos en el portal de Conectar Igualdad, bajo ciertas condiciones, potencia el trabajo matemático y permite tejer diferentes narrativas que amplían los modos de abordar los objetos geométricos. En [Construir y analizar figuras](#), es posible sostener el trabajo con las explicaciones de las y los estudiantes promoviendo las prácticas de oralidad y escritura –individuales y colectivas– en los espacios de foros y buzones de entrega. Las tareas propuestas en entornos dinámicos como el GeoGebra y la posibilidad de revisar los protocolos de las construcciones realizadas permiten sostener una reflexión acerca de las relaciones geométricas que subyacen en cada procedimiento. **Las actividades interactivas y la retroalimentación automática que pueden alojar, permiten diseñar en forma particularizada, comentarios y devoluciones adaptadas a las diferentes trayectorias. Los videos de la serie [Conectate al repaso](#) abonan un nuevo espacio de análisis de estrategias de resolución especialmente seleccionadas para atrapar una gran variedad de relaciones que enriquecen el trabajo personal y colectivo sostenido en las actividades de estudio.**

En definitiva, esta diversidad de recursos, puesta al servicio de una intencionalidad didáctica, aporta a la construcción de una posición de dominio de parte de nuestros estudiantes, en relación con los objetos matemáticos y al propio conocimiento sobre los avances realizados. Es decir, **la propuesta multimodal brinda un espacio de trabajo diverso que amplía la posibilidad de construcción de significados por medio de la interacción entre estudiantes –y con un o una docente– a propósito de ciertos contenidos.**

³ Arias D., Grimaldi V, Itzcovich, H., Murúa, R y Segal, S. (2022). [El arrastre en un programa de geometría dinámica. su dominio de validez como asunto de interacción entre estudiantes y docentes](#). *Revista de Educación Matemática*, 37 (1), 7-30.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Propósitos

- Presentar los sentidos didácticos de la propuesta pedagógica de matemática del PNIDE.
- Sustener un espacio de reflexión en torno a la producción matemática en el aula promovida desde la propuesta pedagógica pensada para escenarios multimodales.
- Acompañar en el diseño de los ajustes de la propuesta del PNIDE y las modificaciones necesarias para su implementación.

Objetivos

Que los y las docentes logren:

- Conocer los sentidos de la propuesta pedagógica para la articulación entre la escuela primaria y la escuela secundaria de Matemática desarrollada en el PNIDE.
- Explorar los distintos tipos de actividades que se proponen en el cuaderno [Circunferencia, Círculo y Triángulos](#) y en el aula virtual [Construir y analizar figuras](#).
- Reflexionar en torno al trabajo matemático de los y las estudiantes y el rol docente para promover la propuesta pedagógica en escenarios diversos.
- Seleccionar y adaptar actividades para llevarlas a cabo en sus respectivas aulas.

Sentidos y estrategias de la propuesta

El taller está dividido en tres momentos. En primer lugar se plantea una instancia de resolución y análisis de algunas actividades seleccionadas tanto de [Circunferencia, Círculo y Triángulos](#) como de [Construir y analizar figuras](#) para identificar diferencias y similitudes en el trabajo geométrico que se puede desplegar en el entorno de lápiz y papel y en GeoGebra, a partir de una actividad de copiado de figuras.

En el segundo momento se propone mirar un video con el objetivo de analizar de manera colectiva las estrategias y explicaciones que comparten los y las estudiantes de una escuela secundaria al resolver una de las actividades de copiado analizadas en el primer momento del taller. A partir de



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

esto, se busca habilitar un espacio de reflexión sobre la gestión de una clase y las intervenciones docentes.

Finalmente se propone a los y las docentes un espacio de intercambio que les permita generar acuerdos sobre posibles variaciones de la propuesta, dando lugar a la planificación de dos actividades de copiado para implementarlas en sus aulas, de manera que se ajusten a las trayectorias de aprendizaje de sus estudiantes.

Momento 1

Propósitos	Actividades
<ul style="list-style-type: none">● Poner en valor la tarea de anticipar posibles resoluciones de los y las estudiantes.● Reflexionar sobre la tarea de copiado de figuras en el aula de matemática.● Proponer un espacio de reflexión sobre la relación entre las estrategias y explicaciones de los y las estudiantes y los diferentes entornos de trabajo.● Generar instancias de trabajo colaborativo entre docentes que permitan vivenciar la producción de nuevos conocimientos tanto matemáticos como tecnológicos.	<ul style="list-style-type: none">● Análisis comparativo de dos actividades que proponen el copiado de figuras: la Actividad 5 (pág. 15) perteneciente al cuaderno Circunferencia, círculo y triángulos y la actividad Copiar figuras con GeoGebra del aula virtual Construir y analizar figuras.

En este primer momento del taller los y las docentes deberán analizar en forma comparativa una actividad perteneciente a [Circunferencia, círculo y triángulos](#), con otra incluida en [Construir y analizar figuras](#). Dicho análisis permitirá reflexionar en torno a la continuidad y la profundización de los saberes que se abordan en estas propuestas. Para ello, se propone la siguiente tarea:



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Consigna de trabajo para el taller

En pequeños grupos, les proponemos analizar en forma comparativa la Actividad 5 (pág. 15) perteneciente al cuaderno [Circunferencia, círculo y triángulos](#) y la actividad [Copiar figuras con GeoGebra](#) del aula virtual [Construir y analizar figuras](#).

- 1) ¿Cómo podrían resolver los y las estudiantes estas actividades? Luego analicen cuáles son los conocimientos geométricos puestos en juego en cada estrategia anticipada. Elijan alguna de las estrategias anticipadas con GeoGebra que les resulte interesante para compartir con sus compañeras y compañeros y graben el proceso de construcción con el programa Vokoscreen.
- 2) Analicen las diferencias y similitudes entre realizar una copia en lápiz y papel y realizar una copia en GeoGebra.

Las actividades sobre las que se realiza el trabajo comparativo son:

→ Actividad 5 de [Circunferencia, círculo y triángulos](#) (p.15)

ACTIVIDAD 5

El siguiente dibujo está formado por algunas figuras:

Hagan una copia de la figura dada. Justifiquen por qué creen que su dibujo es una copia de la misma.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

→ Actividad [Copiar figuras con GeoGebra](#) incluida en [Construir y analizar figuras](#)⁴.

The screenshot shows a yellow background with a grid pattern. On the left, there are two icons: a pencil and a line graph. The title 'Copiar figuras con GeoGebra' is displayed. Below the title, there are two instructions with blue arrows pointing to the right:

- Realizó una copia de la [figura dada](#) en otro lugar de la pantalla utilizando las herramientas de GeoGebra que creas convenientes (si deseás trabajar sin conectividad utilizá este [archivo](#)).
- Presentá un texto donde esté descripto el "paso a paso" de su construcción y justificá por qué crees que tu dibujo es una copia de la figura original.

At the bottom, a white box contains the note: *Nota: en la figura a copiar pueden haber objetos ocultos necesarios para realizar su construcción.*

On the right side of the screenshot, there is a geometric figure consisting of a large red semi-circle, a blue circle, and a pink circle, all overlapping.

El objetivo de proponer un estudio de las actividades anticipando formas de resolución de los y las estudiantes permite tomar esas posibles estrategias como objeto de análisis y así identificar los conocimientos geométricos involucrados en cada una de ellas. Esta tarea anticipatoria enriquece la mirada de los y las docentes sobre lo que pudiera suceder en sus aulas y, en ese sentido, permite pensar con mayor amplitud los momentos de interacción y las posibles intervenciones docentes durante el trabajo con las y los estudiantes.

Para ejemplificar qué tipo de resoluciones de estas actividades podrían anticipar los y las docentes en este momento del taller, a continuación se presenta y analiza el video⁵ [Estrategias de copiado en lápiz y papel](#) en el que estudiantes de un segundo año de una escuela de Santiago del Estero comparten sus estrategias al realizar una copia de la figura de la Actividad 5 en lápiz y papel, teniendo disponible regla graduada, compás e hilo.

⁴ En la primera consigna que se ve en pantalla, al hacer clic sobre figura dada se abre el archivo [Copiado de una figura: Circunferencias](#).

⁵ Este material es tomado como insumo para la preparación y planificación de este Momento 1 del Encuentro de Núcleo. Se espera que un análisis análogo se pueda hacer en el taller pero sobre las anticipaciones que los y las docentes hagan de estas actividades. Se deja para el momento 2 de este taller, compartir el video [Estrategias de copiado en lápiz y papel](#) con las y los participantes para reflexionar en torno a la gestión de una clase en la que alumnos y alumnas resuelven actividades de copiado.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo



El primer grupo de estudiantes calcó la figura usando la linterna del celular, esto les permitió hacer la copia por superposición. De esta manera, en la construcción del nuevo dibujo no se ponen en juego propiedades de la figura original, sin embargo podría suceder que las estudiantes estén identificando algunas relaciones geométricas de la figura (por ejemplo, quizás reconozcan que están involucradas dos circunferencias, que una está “dentro” de la otra, que un radio es el doble del otro). Podemos notar que el procedimiento desarrollado por estas alumnas se apoya en el uso de dispositivos (linterna, hojas translúcidas) que probablemente utilicen con mucha más frecuencia que un compás.

Un análisis similar se puede desarrollar a propósito de la estrategia que consiste en apoyar el lápiz en el punto A y girar la hoja para trazar el arco “grande” y de la producción que enrolla un hilo hasta superponerlo con el dibujo original.

En las dos estrategias que utilizan el compás se puede identificar que las y los estudiantes movilizan algunas relaciones geométricas que caracterizan a la figura. Es decir, al compartir la manera de construir explicitan relaciones entre los radios y los centros de ambas semicircunferencias. De manera implícita ponen en juego la noción de circunferencia como lugar geométrico de los puntos que están todos a igual distancia de su centro.

En las escenas de aula que se observan en [Estrategias de copiado en lápiz y papel](#) no se pueden identificar con claridad argumentos que validen el porqué la figura producida es una copia de la original. En el segundo momento de este taller, se reflexionará sobre las condiciones que podrían habilitar un trabajo con este tipo de argumentaciones. En el caso de las estudiantes que calcularon con la linterna, la superposición –que en este caso funciona como estrategia de construcción– podría ser



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

para ellas una forma de validar que su dibujo es una copia. El resto de los grupos, no hacen referencia a la superposición. Más aún, la alumna que utilizó el compás no consideró importante el tamaño sino que se centró en las relaciones de la figura.

Cuando se propone realizar un copiado en un entorno de lápiz y papel hay diversas variables didácticas⁶ a tener en cuenta, a saber: el tipo de hoja donde se presenta el dibujo y donde se va a realizar la copia (lisa, con renglones o cuadriculada), los instrumentos geométricos habilitados (regla graduada, regla no graduada, compás, hilo, transportador, etc.), si la figura a copiar va a estar acompañada con un texto que dé cuenta de algunas relaciones geométricas involucradas, si la copia tiene que ser reproducida a igual escala o no, si el dibujo va a estar disponible durante todo el momento de su reproducción, etc⁷ (Sadovsky, Parra, Itzcovich y Broitman, 1998). Todas estas cuestiones serán parte del análisis de estas actividades que se realicen con los y las docentes para así reflexionar sobre los efectos de estas decisiones didácticas en el armado de una actividad.

Por otro lado, con respecto a la argumentación, la forma más usual de validar que la copia es igual al original es superponiendo ambos dibujos, de esta manera la validación tiene un fuerte componente empírico que se podrá ir enriqueciendo con las relaciones geométricas que puedan ser explicitadas por los y las estudiantes. Este trabajo dialéctico entre la argumentación empírica y las apoyadas en las propiedades de la figura se desarrolla promoviendo instancias en las que los y las estudiantes expliquen cómo realizaron sus construcciones, analicen producciones de otros grupos y se discuta por qué una construcción es copia o no de la original.

Ahora bien, **cuando la figura a copiar viene dada en el programa GeoGebra, se abren diversos interrogantes:**

¿Qué significado adquiere la idea de copia, cuando original y copia ya no son objetos estáticos sino dinámicos? ¿Qué ocurre si al arrastrar los puntos móviles de la copia se

⁶ La noción de variable didáctica refiere a las condiciones que pueden variar en una situación, actividad o problema —condiciones pensadas por el docente— y que apuntan a incidir o modificar los procedimientos de resolución elaborados por los alumnos y las alumnas, al tiempo que se orientan hacia una cierta relación matemática.

⁷ Sadovsky, P., Parra, C., Itzcovich, H. y Broitman, C. (1998). *Matemática. Documento de trabajo n° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

pierden las relaciones geométricas que caracterizan a la figura? ¿Cómo se decide si el dibujo obtenido es efectivamente una copia del original? (Itzcovich y Murúa, 2018)⁸

Antes de dar posibles respuestas a las preguntas formuladas, compartimos algunas hipotéticas resoluciones de las y los estudiantes frente a la tarea de copiar la figura dada en GeoGebra (ver Imagen 1).

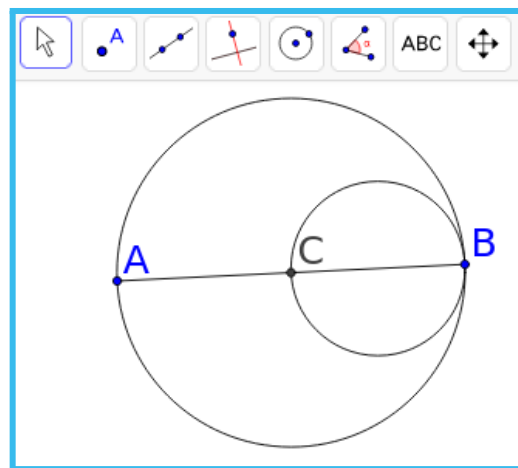


Imagen 1: Captura de pantalla de [Copiado de una figura: Circunferencias](#) en donde al mover A o B, se modifica la longitud del segmento AB.

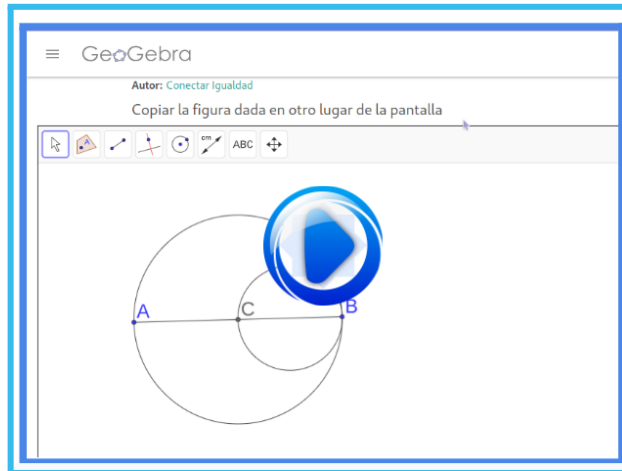
Al igual que en lápiz y papel, cuando se quiere reproducir un dibujo construido en GeoGebra, es esperable que haya una primera fase de exploración. La diferencia principal radica en que ahora el dibujo tiene movimiento, por lo tanto, el arrastre de los puntos móviles de la figura a copiar permite identificar cuáles son las magnitudes constantes y cuáles variables. Sin embargo, puede ocurrir que el o la estudiante no tenga en cuenta el movimiento y copie la figura sin arrastrar los puntos móviles de la construcción. Compartimos con ustedes una primera estrategia:

⁸ Itzcovich, H., y Murúa, R. (2018). [GeoGebra: “nuevas” preguntas sobre “viejas” tareas](#). *Yupana*, (10), 71-85.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo



Cuando un o una estudiante realiza esta construcción está poniendo en juego las relaciones que caracterizan a la figura, sin embargo, al arrastrar los puntos móviles podemos observar que estas relaciones no se mantienen invariantes (ver Imagen 2).

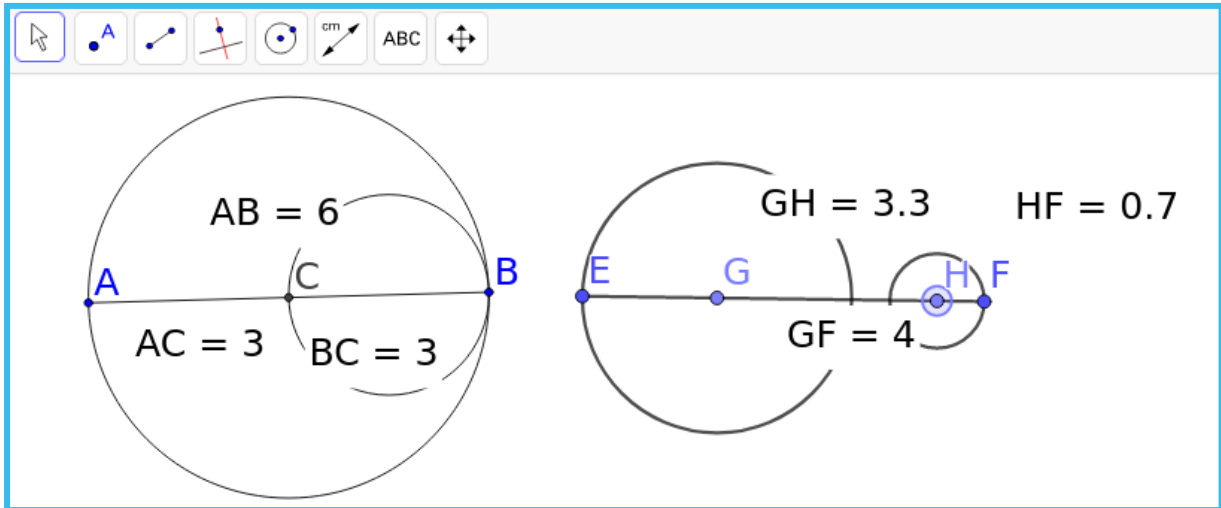


Imagen 2: Al mover cualquier punto de la copia, las relaciones de la figura no se conservan.

En las primeras construcciones con GeoGebra, la pérdida de las relaciones geométricas suele ocurrir porque las y los estudiantes no consideran la necesidad de que las relaciones se conserven ante el movimiento de todos los puntos móviles de la figura. Por ejemplo, en el video, al ajustarse G para que la medida de \overline{EG} sea igual a la de \overline{GF} no se establece un vínculo entre G , E y F . Por lo tanto, G puede



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

ser punto medio en ese momento, pero al cambiar la longitud de \overline{EF} esta relación no se mantiene invariante.

Cabe aclarar que no se propone invalidar esta construcción ya que, como hemos mencionado, hay propiedades geométricas involucradas. La intención es llegar a un acuerdo colectivo en que para admitir que una figura en GeoGebra es una copia, ésta debe mantener –por lo menos– las propiedades que la caracterizan frente al movimiento. Este acuerdo es parte de un proceso de negociación en el aula junto a los y las estudiantes.

Como veremos en la estrategia siguiente, una manera de lograr que G y H siempre sean los puntos medios de los segmento EF y GF respectivamente, es utilizando la herramienta *Medio o centro*.



En este caso, al mover los puntos libres de la copia, la figura cambia de posición en el plano sin que se “desarme” (como sí ocurre en la estrategia anterior).

Una diferencia con respecto a la figura dada es que en este caso no puede modificarse la longitud del segmento porque se le indicó al programa que mida 6 unidades. En cambio, en la figura original, como A y B son puntos libres es posible cambiar la longitud de \overline{AB} . En este sentido, como en esta construcción al mover los puntos A y B se generan distintos dibujos que comparten las mismas relaciones, podemos decir que se trata de una familia de figuras. Por esta razón, diremos que en esta segunda estrategia se construyó un representante de la familia original.

Una manera de construir a la misma familia de figuras será utilizando la herramienta *Segmento*, como se puede ver en el siguiente video.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo



Al utilizar la herramienta *Segmento*, si movemos cualquiera de los puntos libres de la copia, la misma mantiene las propiedades invariantes y además “atrapamos” a toda la familia de figuras.

A modo de resumen, las diferentes estrategias que compartimos muestran distintos procedimientos que pueden ponerse en juego en el taller y cada una de ellas involucra una manera diferente de considerar qué significa copiar una figura en un entorno de geometría dinámica.

En la primera de ellas, se reproduce la figura sin considerar el movimiento, tomando la idea de copia similar a la que desplegaría en el entorno del lápiz y papel. En la segunda, aunque también se considera la longitud del segmento AB, al mover los puntos libres se mantienen invariantes las relaciones de la figura. A diferencia de esta estrategia, en la tercera construcción es posible generar la familia original porque la longitud del segmento inicial es variable a partir del movimiento de sus extremos preservando sus propiedades.

Un aspecto central que diferencia el trabajo en lápiz y papel y GeoGebra es que con el programa de geometría dinámica, el dibujo original puede admitir longitudes variables. Es decir, la figura a copiar puede ser una familia de dibujos, por lo que la validación de si la construcción realizada es copia o no del original, ya no es posible de hacer superponiendo ambas figuras. Puede ocurrir que un o una estudiante superponga un representante de su “familia copia” a uno de la familia original, sin embargo esto no garantizará que las familias coincidan. Para lograr cierta generalidad es necesario explicitar cuáles son las propiedades que caracterizan a ambas figuras.⁹

⁹ Para más referencias acerca de esta actividad de copiado, está disponible el video [Taller de Geometría](#) que corresponde al Encuentro de Profundización temática del PNIDE de formación equipos provinciales.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

En el trabajo con GeoGebra también es posible identificar ciertas variables didácticas que pueden ser gestionadas por el o la docente mediante la configuración del programa. Entre ellas, se destacan: la elección de las herramientas que los y las estudiantes tendrán disponibles, la consideración de qué objetos involucrados en la construcción original estarán visibles u ocultos, las “vistas” que estarán habilitadas (gráfica, algebraica, etc.), las características que tendrá la pantalla de trabajo (por ejemplo, se podría optar por la hoja en blanco sin ejes ni cuadrícula), etc.

La tarea de copiado en el aula de matemática de la escuela permite un trabajo de identificación de las relaciones geométricas que definen la figura que se propone copiar. En este sentido, el proceso de construcción de la copia, con el apoyo –o no– en relaciones geométricas, es un asunto central a discutir en el aula.

Se espera que con el trabajo en este momento del taller se pueda poner en valor la tarea de anticipar posibles resoluciones de los y las estudiantes ya que permite sostener una reflexión sobre:

- Las estrategias que los y las estudiantes podrían movilizar, su relación con los conocimientos matemáticos involucrados y la posibilidad de identificar la potencia de la actividad en función de esos conocimientos.
- La relación entre los instrumentos utilizados y las propiedades o relaciones de la figura.
- El tipo de explicaciones que podrían utilizar los y las estudiantes para argumentar si la construcción realizada es una copia de la original y pensar posibles intervenciones que ayuden a una mayor explicitación de sus ideas recurriendo a las relaciones geométricas puestas en juego.
- Las particularidades que adquiere cada uno de los puntos anteriores dependen de si la actividad se plantea con lápiz y papel o con GeoGebra y cómo elegir el soporte de trabajo que más se ajuste al objetivo de enseñanza que se tenga en un momento dado.
-

Orientaciones para la gestión del Momento 1

Una vez que las y los docentes comienzan a trabajar con las consignas propuestas para este momento, se sugiere ir pasando por los grupos para reforzar el pedido de identificar los conocimientos geométricos que se ponen en juego en cada una de las estrategias que se anticipen. En el caso de que los grupos produzcan un listado de nociones y propiedades (radio, circunferencia,



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

el diámetro es el doble del radio, punto medio, etc.) se sugiere brindar alguna intervención que ayude a trascender dicho listado para hacer avanzar el trabajo hacia un análisis similar al que compartimos en este documento. En este sentido, se puede invitar a que identifiquen:

- De qué manera en la estrategia se pone en juego la noción de circunferencia; qué propiedades se movilizan en diferentes momentos de cada estrategia.
- El vínculo entre el instrumento y la propiedad utilizada. Por ejemplo, identificar que las propiedades involucradas al utilizar el compás son diferentes a las que surgen al utilizar la regla.
- En relación con el trabajo con GeoGebra, lo que se conserva de la figura y lo que varía a partir de mover elementos de la figura.

La tarea de anticipar diferentes resoluciones de estudiantes con GeoGebra, posiblemente, resulte compleja de abordar para las y los docentes. Esto puede deberse a que este tipo de trabajo con el programa suele no estar presente en las aulas. En este sentido, **la tarea de copiar una figura usando GeoGebra puede ser un gran desafío para las y los docentes y les ofrece la posibilidad de producir nuevos conocimientos tanto matemáticos como tecnológicos.** Las estrategias que produzcan y compartan con sus colegas, tendrán la potencia de una producción nueva y autónoma: puede ser imprecisa, más o menos formal, puede revisarse, cuestionarse, mejorarse.

Una vez que todos los grupos hayan avanzado el trabajo con el ítem 1 –que hayan desarrollado como mínimo una estrategia en cada entorno– se propone dar inicio a un plenario en el que se comparta lo que cada grupo elaboró y registró del análisis desplegado. En esta oportunidad se pueden seleccionar y compartir algunas de las producciones registradas con Vokoscreen para luego ser analizadas de forma colectiva.

Es importante señalar que la elección de los procedimientos que se socialicen deben ofrecer variedad en cuanto a los procedimientos de construcción involucrados. En particular, sugerimos algunos criterios con los que se podrían seleccionar las producciones a compartir en el plenario:

- En lápiz y papel: estrategias que se desarrollen a partir de utilizar diferentes instrumentos (compás, regla graduada, hilo, hoja lisa, etc.). Será importante discutir con las y los docentes que las diferentes herramientas habilitan diferentes nociones y propiedades geométricas.
- En GeoGebra: estrategias que se desarrollen a partir del uso de diferentes herramientas y que habiliten intercambios sobre lo que se conserva y lo que varía cuando se mueven los



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

puntos (tanto los de la figura original como los de la copia). Estas producciones tienen que habilitar la discusión sobre la idea de familia de figuras y sus distintos representantes.

Se propone que en el plenario se inicie –para algunos grupos– y se avance –para otros– en el trabajo con el ítem 2. Se espera que lo compartido en el ítem 1 sea un insumo importante para identificar similitudes y diferencias que la tarea de copiado posibilita en ambos entornos. En particular, se apunta a que identifiquen que, **bajo cierta intencionalidad y gestión docente, el movimiento de los elementos geométricos que ofrece el GeoGebra genera buenas condiciones para habilitar en el aula la formulación de nuevas preguntas y el trabajo con nuevos asuntos geométricos y tecnológicos, diferentes a los que se conocen en lápiz y papel.** Las estrategias compartidas en los videos y los análisis que los acompañan, pueden ser un buen insumo para generar y sostener estas discusiones.

Esta instancia colectiva será una oportunidad de enriquecer las reflexiones de cada grupo, y poner el acento en la explicitación de los sentidos de la propuesta.

Momento 2

Propósitos	Actividades
<ul style="list-style-type: none"> Habilitar un espacio de reflexión sobre la gestión de una clase y las intervenciones docentes. Explorar con los y las docentes diferentes modos de interacción que generen oportunidades para trabajar con las ideas de sus estudiantes. 	<ul style="list-style-type: none"> Visualización y análisis colectivo de un video en el que estudiantes comparten estrategias y explicaciones al resolver una de las actividades de copiado abordadas en el Momento 1. Reflexión sobre posibles intervenciones que un o una docente podría plantear al interactuar con estrategias y explicaciones como las que dan los y las estudiantes del video.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

En este momento de trabajo se espera que las y los docentes reflexionen sobre diferentes condiciones didácticas que se pueden contemplar para que en la puesta en aula de este tipo de actividades se promueva la elaboración de argumentos y se movilicen las relaciones geométricas que caracterizan a la figura en cuestión.

Para ello, se propone mirar con el grupo de docentes [Estrategias de copiado en lápiz y papel](#), con el objetivo de analizar las estrategias y explicaciones que los y las estudiantes cuentan. Lo analizado colectivamente en el Momento 1, a propósito de anticipar estrategias de estudiantes (sin haber visto el video), será una referencia importante para este segundo momento del taller. A partir de este breve análisis del video, se habilita un espacio de reflexión sobre posibles intervenciones que un o una docente podría plantear al interactuar con estrategias y explicaciones como las que da este grupo de estudiantes. La gestión de la clase y las discusiones colectivas o en pequeños grupos son algunos de los asuntos que se abordarán en este momento.

Consigna de trabajo para el taller

En esta actividad trabajaremos con [Estrategias de copiado en lápiz y papel](#), en el que se observa a estudiantes de un segundo año de una escuela de Santiago del Estero compartiendo sus estrategias al resolver la Actividad 5 del cuaderno [Circunferencia, círculo y triángulos](#) en el entorno de lápiz y papel. Al momento de realizar esta actividad tenían disponible regla graduada, compás e hilo.

- 1) Análisis colectivo en torno a las estrategias que las y los estudiantes comparten y anticipación de posibles intervenciones docentes que ayuden a hacer avanzar las producciones. Como docentes: ¿Qué preguntas o comentarios les harían a las y los estudiantes en relación con las estrategias que comparten?, ¿con qué intención las harían?, ¿cuáles son los avances que promueven esas preguntas o comentarios?
- 2) Si en el aula de este grupo de estudiantes se propusiera una discusión colectiva de algunas de las estrategias que se comparten en el video: ¿cuáles elegirían y por qué?, ¿qué asuntos del trabajo geométrico que se movilizó propondrían para discutir con todo el grupo de estudiantes?



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Las preguntas que se dan en las consignas pretenden enmarcar la reflexión de todo el grupo de docentes sobre el tipo de explicaciones que las y los estudiantes comparten en el video, su vínculo con las intenciones de enseñanza y las intervenciones docentes. Por ejemplo, la pregunta “¿qué hicieron?” es una primera intervención que habilita una formulación descriptiva del paso a paso de la estrategia en la que estén implícitas las razones; será necesario que, en el aula, el o la docente genere nuevas intervenciones que inviten a analizar cómo o en qué sentido dicha estrategia resuelve la tarea. El fragmento de clase que se recorta en el video no permite visualizar si hubo avances en esa dirección. En este sentido, es importante que las y los docentes participantes anticipen qué tipo de intervenciones podrían promover los argumentos sobre por qué la figura obtenida es una copia. Al sostener en el aula este tipo de preguntas se pone en foco el trabajo con la identificación de las relaciones que caracterizan a la figura.

En relación con la estrategia de calcar, superponer o girar la hoja, se espera reflexionar con las y los docentes que en el aula es necesario generar acuerdos sobre lo que significa “copiar una figura”. Por ejemplo, será interesante analizar en qué momento habilitar esta estrategia y cómo ir configurando un trabajo que se vaya despegando de una validación empírica (por superposición) y que avance hacia una validación que ponga en juego anticipaciones basadas en relaciones geométricas. Es decir, es central que se realice en el aula un trabajo en torno a la validación de por qué la figura que obtienen las y los estudiantes es una copia de la original.

A propósito de pensar en otras posibles formas de trabajo con las diferentes producciones de estudiantes, se propone cerrar este momento del taller compartiendo una actividad de intercambio que forma parte de [Construir y analizar figuras](#), ubicada en el aula virtual luego de una de las actividades de copiado que se analiza en el Momento 1. **Se trata del foro [Compartan y analicen sus estrategias de copiado](#) en el que los y las estudiantes pueden socializar sus estrategias –a partir de intervenciones en formatos diversos– y en el que se habilita la interacción para que esas producciones puedan ser analizadas y discutidas.** La intención es explorar con los y las docentes otros modos de interacción que generen nuevas oportunidades para trabajar con las ideas de sus estudiantes, en este caso vinculadas con la tarea de copiado de figuras.

Orientaciones para la gestión del Momento 2

En este momento del taller se propone mirar *Estrategias de copiado en lápiz y papel* para analizar colectivamente sobre diferentes maneras de gestionar el trabajo con la actividad de copiado. Más precisamente, se quiere reflexionar sobre el vínculo entre lo que propone la consigna, las estrategias y explicaciones que efectivamente se despliegan, las validaciones que se esperan y las



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

intervenciones docentes (tanto en los pequeños grupos, como en los momentos de intercambio colectivo posterior a las resoluciones de los y las estudiantes).

Para finalizar, se propone explorar con los y las docentes las actividades de intercambio planteadas en [Compartan y analicen sus estrategias de copiado](#). Se busca reflexionar sobre distintas posibilidades para trabajar con las ideas de los y las estudiantes y su posible vínculo con las interacciones que se pueden desarrollar en el aula presencial. Se sugiere hacer foco en el análisis de:

- las características de las consignas,
- el tipo de trabajo que asumen los y las estudiantes al tener que compartir, bajo este formato, una producción propia y al interactuar con las producciones de los demás compañeros y compañeras,
- posibles intervenciones docentes y diferentes formas de gestionar el trabajo con las producciones compartidas en un foro.

Momento 3

Propósitos	Actividades
<ul style="list-style-type: none"> ● Reflexionar sobre los repertorios de enseñanza y el enfoque didáctico. ● Invitar a realizar variaciones de la propuesta en función de las necesidades situadas. ● Explicitar los acuerdos y fundamentos de la propuesta que los y las docentes implementarán en sus aulas. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Planificación de dos actividades de copiado de figuras, una en lápiz y papel y otra en GeoGebra.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Se propondrá a los y las docentes un espacio de intercambio, generación de acuerdos y la planificación de actividades de copiado para implementarlas en sus aulas teniendo en cuenta como destinatarios a sus propios estudiantes.

Consigna de trabajo para el taller

En esta instancia deberán planificar dos actividades de copiado de figuras, una en lápiz y papel y otra en GeoGebra, para ser llevadas a cabo en sus aulas. Para esto les proponemos pensar en las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son los conocimientos disponibles de sus estudiantes sobre geometría para abordar las actividades? ¿qué figuras eligieron? ¿por qué eligieron esas figuras? ¿cuáles son los conocimientos geométricos que se quieren trabajar?
2. ¿Cuáles son las posibles resoluciones que anticipan? Teniendo en cuenta esas posibles estrategias, ¿qué intervenciones docentes consideran que pueden ayudar a hacerlas avanzar?
3. ¿Qué relaciones geométricas se van a destacar en los momentos de puesta en común? ¿qué va a quedar registrado en el pizarrón o en un afiche?

El abordaje de este momento del taller permitirá explicitar los acuerdos y fundamentos de la propuesta que este colectivo de docentes implementará en sus aulas. Será importante acompañar a los y las docentes para que puedan establecer y explicitar los criterios con los que se define cada una de las actividades que diseñen, por ejemplo, ¿por qué eligieron determinada figura a copiar? ¿qué características tiene cada figura propuesta para ser trabajada en cada entorno (lápiz y papel y GeoGebra)? ¿qué cuestiones didácticas guiaron las decisiones tomadas?

Las actividades que diseñen serán implementadas en sus aulas y en el siguiente Encuentro de Núcleo analizaremos producciones de sus estudiantes. Por este motivo es muy importante que haya un registro de dichas producciones.

Como cierre de esta jornada compartiremos en un plenario algunas propuestas para que puedan ser comentadas y enriquecidas con los aportes de los y las colegas.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Orientaciones para la gestión del Momento 3

En este momento del taller será importante acompañar a los y las docentes para que puedan planificar cuáles van a ser las dos actividades a llevar al aula. Se propone un trabajo en pequeños grupos priorizando que sus integrantes sean de la misma escuela.

Antes de elegir las figuras a copiar¹⁰ es fundamental que identifiquen cuál va a ser el contenido y las relaciones geométricas que se buscan abordar teniendo en cuenta los conocimientos disponibles de sus estudiantes.

Algunas intervenciones que se pueden considerar al momento del trabajo en grupos pueden ser: ¿por qué eligieron esas figuras? ¿cuáles son las relaciones geométricas que las caracterizan? ¿qué variables didácticas de las discutidas en el taller tuvieron en cuenta y por qué?

A la hora de anticipar posibles resoluciones será importante remarcar que además identifiquen cuáles son los conocimientos puestos en juego en cada una. Por otro lado, atendiendo a la diversidad del aula, también se puede proponer que anticipen construcciones erróneas y luego que piensen cuáles serían las intervenciones docentes que las harían avanzar.

Con respecto a las puestas en común del aula, se espera que las discusiones giren en torno a si las figuras construidas son copia o no de la original haciendo hincapié en las relaciones geométricas involucradas.

También es importante que los y las docentes hagan un listado de las cuestiones que van a quedar registradas en el pizarrón o en un afiche. En este registro es importante que queden plasmadas cuáles son las relaciones geométricas involucradas en cada figura y las decisiones que se tomaron para decidir si una figura es copia –o no– de la original.

¹⁰ Para ver otras actividades de copiado de figuras, se puede acceder al recurso interactivo contenido [Copiado de figuras en GeoGebra](#).



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Tarea para el Encuentro de Núcleo 2

Llevar a cabo la planificación de las actividades de copiado en sus aulas.

Como en el segundo Encuentro de Núcleo analizaremos producciones de sus estudiantes, es muy importante que haya un registro de dichas producciones. Para decidir cuestiones sobre la forma de documentar las producciones, consideren qué recursos digitales favorecen dicha documentación en cada una de las diversas situaciones de trabajo.

En el momento de trabajo en lápiz y papel se pueden sacar fotos de las producciones y filmar o grabar la explicación de los o las estudiantes donde recuperen el proceso de construcción que realizaron.

Para el momento de trabajo con GeoGebra, se sugiere el uso de Vokoscreen, una aplicación de sonido y video de Huayra que permite grabar pantalla y audio. De esta manera, su uso en el desarrollo de un procedimiento de construcción permitirá registrar las acciones y los intercambios orales que los y las estudiantes realicen en el momento de la resolución.

También, es importante guardar los archivos .ggb porque a partir de ellos pueden recuperarse los protocolos de construcción.

Las explicaciones también pueden documentarse como archivos de audio usando Audacity¹¹. Y por supuesto, los intercambios entre pequeños grupos o en el grupo clase total pueden registrarse como video usando dispositivos celulares.

A modo de cierre

A lo largo de esta propuesta pedagógica intentamos analizar y reflexionar sobre el tipo de trabajo matemático que queremos se promueva en las diferentes aulas. Los problemas geométricos propuestos nos permiten pensar, y repensar cómo se reinvierten o reformulan en cada estrategia de resolución los conocimientos matemáticos que se ponen en juego.

Además, debemos considerar a nuestros y nuestras estudiantes como protagonistas en la producción de ideas y en la defensa de sus argumentos, siempre atendiendo a la diversidad de los conocimientos

¹¹ De uso libre. Disponible en las aplicaciones educativas de Huayra.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

que se presentan en el aula. Entendemos que la propuesta presentada promueve diferentes espacios para tal fin.



PLAN NACIONAL DE INCLUSIÓN DIGITAL EDUCATIVA. PNIDE - 2023

Estrategias y aportes conceptuales para los Encuentros de Núcleo

Bibliografía

Arias, D., Grimaldi, V. ., Itzcovich, H., Murúa, R., y Segal, S. (2022). El arrastre en un programa de geometría dinámica. Su dominio de validez como asunto de interacción entre estudiantes y docentes. *Revista De Educación Matemática*, 37(1), 7–30. Disponible en: <https://doi.org/10.33044/revem.37472>

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. El Zorzal.

Itzcovich, H., y Murúa, R. (2018). GeoGebra: «nuevas» preguntas sobre «viejas» tareas. *Yupana*, (10), 71–85. Disponible en: <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7698>

Itzcovich H., Murúa, R. y Segal Silvia. (2019). La geometría y el uso del programa GeoGebra en Duarte B. (Ed.), *Las funciones, el álgebra escolar y la geometría en entornos tecnológicos. Asuntos didácticos para pensar la enseñanza*. UNIPE Editorial Universitaria, Gobierno de la Provincia de La Pampa, Consejo Federal de Inversiones. Disponible en: <https://sitio.lapampa.edu.ar/repositorio/programasproyectos/xmasmatematica/Funciones-algebra-y-geometria.pdf>

Itzcovich, H. y Murúa R. (coords.). (2022). La enseñanza de la geometría: primeras experiencias con GeoGebra. Unipe Editorial Universitaria. Disponible en: <https://editorial.unipe.edu.ar/colecciones/herramientas/ense%C3%B1anza-de-la-geometr%C3%ADa-primeras-experiencias-con-geogebra-detail>

Itzcovich H. y Murúa, R (2022). Primeros contactos de un grupo de docentes de escuela primaria con GeoGebra: tensiones entre conocimientos geométricos y el uso del programa. *Revista de Educación Matemática* (México) 34 (3), 329-351. Disponible en: <https://doi.org/10.24844/EM3403.12>

Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig (ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (pp. 33-49). Grupo Editorial Iberoamérica.

Sadovsky, P., Parra, C., Itzcovich, H. y Broitman, C. (1998). *Matemática. Documento de trabajo n° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en: <https://buenosaires.gob.ar/sites/default/files/media/document/2018/11/15/498f4110635ffbfaadf47e3b09ddd5d69d9b82b2.pdf>