

Visualizar

**NIVEL
SECUNDARIO**

Presidente de la Nación

Mauricio Macri

Jefe de Gabinete de Ministros

Marcos Peña

Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología

Alejandro Finocchiaro

Secretario de Gobierno de Cultura

Pablo Avelluto

Secretario de Gobierno de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva

Lino Barañao

**Titular de la Unidad de Coordinación General
del Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología**

Manuel Vidal

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa

Mercedes Miguel

Visualizar

**Representando la realidad
en perspectiva**

**NIVEL
SECUNDARIO**

Secretaría de Innovación y Calidad Educativa
Mercedes Miguel

Directora Nacional de Planeamiento de Políticas Educativas
Inés Cruzalegui

Director de Diseño de Aprendizajes
Hugo Labate

Desarrollo de contenido: Equipo del Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas (PIDPDM) del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. **Coordinadora:** Daniela Reyes. **Diseño:** Ricardo Cantoral, Rebeca Flores, Guadalupe Simón, Mario Caballero, Angélica Moreno, Rodolfo Fallas, Cristian Paredes, Moisés Aguilar, Viridiana García. **Revisión:** Luis Cabrera
Revisión técnica: Equipo de Matemática de la Dirección de Diseño de Aprendizajes

Plan Nacional de Lectura y Escritura / Coordinación de Materiales Educativos

Coordinadora: Alicia Serrano

Responsable de publicaciones: Gonzalo Blanco

Documentación gráfica: Javier Rodríguez

Diseño, armado y diagramación: Clara Batista, Juan De Tullio, Alejandra Mosconi, Mario Pesci, Paula Salvatierra, Elizabeth Sánchez

Producción de gráficos: Fabián Ledesma

Fotografía: Gastón Garino, Santiago Radosevich

Edición y corrección: Viviana Herrero, Myriam Ladcani, Daniela Parada, Jennifer Pochne

Ilustraciones: Mariano Pais

Cartografía: José Pais

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología

Visualizar: representando la realidad en perspectiva - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos

Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología, 2019.

48 p.; 28 x 21 cm.

ISBN 978-987-784-009-4

1. Matemática. 2. Didáctica. I. Título.

CDD 510.7

PRESENTACIÓN

Bienvenidos a una etapa de trabajo compartido que nos permitirá abordar la necesidad de construir aprendizajes significativos para la vida de todos y cada uno de nuestros niños, niñas y adolescentes a lo largo de su escolaridad. Porque sabemos que viven en una sociedad donde el conocimiento es y será cada vez más la base sólida sobre la que construirán su futuro.

Nos une el objetivo de lograr que cada estudiante que ingresa al sistema educativo pueda llegar al día de su egreso con los saberes fundamentales para el futuro que lo espera.

El **Plan Nacional Aprender Matemática** es el resultado del consenso y compromiso logrado entre todos los ministros y ministras en el seno del Consejo Federal de Educación. Allí se asumió la responsabilidad de mejorar el nivel de enseñanza y aprendizaje de la matemática a lo largo de todo el país, reconociendo su trascendental importancia en la formación integral de los niños, niñas y jóvenes y en sus oportunidades de acceso a los estudios superiores y al mundo laboral.

Una de las dimensiones más importantes del plan es la formación docente continua orientada a la búsqueda de la transformación y la mejora de la práctica de la enseñanza. Es por ello que este cuadernillo presenta una estrategia alternativa para llevar a las aulas, que los docentes podrán utilizar como insumo para enriquecer su tarea cotidiana.

Este abordaje de la formación continua implica asimismo el acompañamiento en el proceso de mejora, y la elaboración de redes de aprendizaje colaborativo entre los docentes. De este modo, se busca generar un conocimiento sobre la matemática educativa basado en el trabajo entre pares, sostenible y efectivo.

Confiamos en la potencia del hacer juntos y en la visión común de los ministros y ministras que abrieron camino a esta iniciativa. Estamos seguros de que servirá para compartir las buenas prácticas, potenciar las mejores experiencias y asumir la hermosa tarea de ser agentes de cambio en nuestra querida Argentina.

Alejandro Finocchiaro

Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 7

Figuras semejantes y homotecias 7

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE 8

Estructura general: ¿qué se propone?.....

Etapa factual 9

Etapa procedimental..... 10

Etapa simbólica..... 10

FUNDAMENTO TEÓRICO Y EXPLICACIONES DIDÁCTICAS 11

Fundamento teórico de la situación de aprendizaje 11

Explicaciones didácticas de la situación de aprendizaje..... 12

Situación de aprendizaje: Dibujando en perspectiva..... 12

Etapa factual: Tarea 1. ¿Qué es la perspectiva?.... 12

Etapa procedimental: Tarea 2. Estrategias de la perspectiva.... 15

Etapa simbólica: Tarea 3. Construcción de escenarios
en perspectiva..... 17

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE COMPLEMENTARIA: IGUALES O DIFERENTES 21

CÓMO EVALUAR LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN DE LOS/AS ESTUDIANTES 31

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 34

ANEXO. LIBRO DE ESTUDIANTES 35

(La paginación de este anexo corresponde a la del libro de estudiantes.)

INTRODUCCIÓN

Figuras semejantes y homotecias

Durante el ciclo básico de la Educación Secundaria, se busca el acercamiento entre las/os estudiantes y diversas situaciones de enseñanza que promuevan su participación en problemas relevantes para la vida. Para alcanzar este fin, el Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología ha propuesto un conjunto de saberes primordiales: los *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios* (NAP) que, recientemente, ha complementado con los *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios* (IPAP), que son las formulaciones que expresan los aprendizajes prioritarios mínimos que se espera que puedan lograr los/as estudiantes. En este cuadernillo se trabajará, particularmente, con aquellos relativos a la construcción de figuras semejantes.

NÚCLEOS DE APRENDIZAJES PRIORITARIOS (NAP)	AÑO	INDICADORES DE PROGRESIÓN DE LOS APRENDIZAJES (IPAP)
El análisis y construcción de figuras, argumentando en base a propiedades, en situaciones problemáticas que requieran: • Construir figuras semejantes a partir de diferentes informaciones e identificar las condiciones necesarias y suficientes de semejanza entre triángulos. • Usar la proporcionalidad entre segmentos que son lados en triángulos rectángulos, caracterizando las relaciones trigonométricas seno, coseno y tangente.	2º / 3º	Reconocer, analizar y construir figuras semejantes a partir de diferentes informaciones. Identificar las condiciones necesarias y suficientes de semejanza de triángulos.

Para que los/as estudiantes reconozcan la funcionalidad y la transversalidad de la matemática para el desarrollo de argumentos y la toma de decisiones, se precisa que el significado del conocimiento matemático refiera al valor de uso (Cantoral, 2013). Sobre la base de esta afirmación, se comienza a reflexionar sobre el objeto matemático puesto a discusión en esta interacción.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Estructura general: ¿qué se propone?

El aprendizaje de las/os estudiantes, desde el punto de vista de la propuesta socioepistemológica, es el producto emergente de una dialéctica de construcción social del conocimiento, que parte de lo factual, articula lo procedimental y se consolida en el nivel simbólico. Es decir, todo objeto matemático tiene un origen y una significación amplia que se apoya en prácticas, cada vez más complejas y estructuradas.

Sobre la base de la investigación, se propone un material para la construcción de conocimientos específicos. Se vivencia, *in situ*, la propuesta didáctica con el fin de identificar posibles respuestas y hacer explícitos los aspectos de la resignificación progresiva, la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y la funcionalidad del conocimiento.

El objetivo es desarrollar situaciones de aprendizaje que lleven a la transición hacia el saber matemático escolar, para acercarse a un contexto situacional real (no ficticio, ni ajeno al contexto de los/as estudiantes) y un contexto de significancia basado en una evolución pragmática, es decir, aprovechar prácticas de las personas que permitan significar, mediante el uso, la noción que se trata: proporcionalidad en geometría. Para ello se considera la importancia de las prácticas socialmente compartidas como comparar, estimar, conmensurar y medir, con el fin de acompañar la construcción del objeto matemático, superando la mecanización de aquellos contenidos previos que suelen considerarse necesarios para abordar un tema.

La propuesta es organizar el conocimiento en espiral, es decir, desde la anidación de prácticas –a partir de las acciones (el hacer) y la organización de acciones a nivel de actividad, hasta la simbología–, partiendo del entorno de quien aprende.

El proceso de construcción de una herramienta matemática que propicie realizar un dibujo en perspectiva permitirá que las/os estudiantes transiten por prácticas como medir, estimar, comparar y conmensurar, considerando que estas desarrollan la construcción de nociones de proporcionalidad en geometría.

El diseño de la situación de aprendizaje que se presenta parte de una situación real, la cual en un momento representó un gran cambio para los artistas del

Renacimiento (Martínez y Olaizola, 2013), pero que a su vez se transforma en la problemática de realizar un dibujo en perspectiva, que pretende acercarse al contexto de los/as estudiantes e invitarlos a enfrentar el reto de desarrollar sus habilidades artísticas utilizando herramientas matemáticas. De este modo, las estrategias para la pintura durante el Renacimiento serán el contexto que apoye el desarrollo de significados para la semejanza y homotecia, como sustentos clave para trabajar la proporcionalidad en geometría.

Durante el diseño, se retomarán aspectos que fueron analizados previamente:

- Promover la identificación y el análisis de figuras.
- Las acciones llevadas a cabo por las/os estudiantes son reflexivas dado que persiguen un objetivo más grande que la simple mecanización de procedimientos y algoritmos.
- Se pretende que los/as estudiantes reflexionen sobre sus acciones y los resultados que producen, así como respecto de la mejora de sus herramientas y estrategias.
- Se destacan y formalizan características de las figuras geométricas semejantes como lo son la igualdad de ángulos y la proporcionalidad de sus lados.

De manera general, se busca propiciar el uso de herramientas que permitan construir figuras semejantes (misma forma y diferente tamaño).

A continuación, se analizan las intenciones y los objetivos de las tres etapas que se pretende propiciar y, en particular, cómo se presentan en las tareas propuestas de cada fase.

Con estas tres etapas se pretende que las/os estudiantes logren construir nociones referidas al concepto de semejanza sobre la base de la interpretación y resolución de situaciones geométricas, tal como se ha planteado en las prácticas del Diseño Curricular para la Educación Secundaria.

➔ Etapa factual

Con esta actividad se busca familiarizar a los/as estudiantes con la práctica de referencia que da origen a la situación de aprendizaje propuesta: el arte. Podrán identificar que, mediante el trazado de líneas horizontales, verticales y otras que parten de un punto central (punto de fuga), puede crearse la ilusión de perspectiva en un dibujo o pintura. Las actividades de esta etapa abren un espacio para las prácticas como medir, estimar y comparar al dar a las/os estudiantes la libertad de crear su propia estrategia para realizar un dibujo en perspectiva al buscar regularidades entre los componentes del dibujo.

El objetivo de la situación de aprendizaje en esta etapa es medir o comparar las figuras presentes en el dibujo con la intención de buscar una regularidad que permita a los/as estudiantes estimar el tamaño de figuras semejantes o identificar una relación proporcional entre las longitudes de los lados correspondientes.

→ Etapa procedimental

A partir de preguntas que cuestionan el realismo con el que se ha logrado un dibujo en perspectiva, se pretende que las/os estudiantes pongan a prueba las estrategias utilizadas y, de este modo, estas puedan evolucionar o ser formalizadas. Se busca que identifiquen el papel que juegan los triángulos dentro de las figuras en perspectiva y que comiencen a sentar las bases para la construcción de las características de figuras y triángulos semejantes (lados proporcionales y ángulos iguales).

En esta etapa el objetivo será identificar las relaciones que permanecen constantes (ángulos y lados proporcionales) cuando se dibujan figuras geométricas en perspectiva, así como aquellas figuras que son auxiliares en este tipo de tareas (triángulos).

→ Etapa simbólica

Por medio de casos particulares (la inclusión de una persona o de un objeto dentro del dibujo en perspectiva) se busca que los/as estudiantes identifiquen que existe una relación entre los lados correspondientes de los triángulos que se forman entre las líneas de perspectiva que guían el dibujo de un objeto.

La etapa simbólica pretende conducirlos hacia la identificación de una constante de proporcionalidad entre los lados correspondientes de figuras semejantes.

FUNDAMENTO TEÓRICO Y EXPLICACIONES DIDÁCTICAS

Fundamento teórico de la situación de aprendizaje

La proporcionalidad es un tema que atraviesa la enseñanza, desde la educación básica hasta la educación superior, bajo diversas modalidades. Más que un procedimiento que establece la razón entre segmentos para luego realizar un despeje y obtener el valor faltante, la proporcionalidad es un *tipo de pensamiento*.

Se relaciona con la noción de semejanza, es decir, los objetos geométricos o representaciones de la realidad deberán conservar su forma después de haber pasado por un proceso de transformación dictado por una relación que se mantiene constante cuando se comparan o se construyen dos figuras semejantes.

Briceño y Alamillo (2016) reportan diferentes investigaciones que ponen en evidencia las dificultades que se presentan cuando se trabaja con la semejanza, entre ellas el uso de diferencias o sumas (razonamiento aditivo) en lugar de un razonamiento multiplicativo.

Se retoma la importancia de construir un modelo geométrico a escala a través de la experiencia y la manipulación, como mencionan Montiel y Jacome (2014), donde no solo se muestra a los/as estudiantes una ilustración con medidas hipotéticas, sino que se les da, también, la oportunidad de vivir la experiencia completa.

Es así como la práctica de medir, estimar un valor (a la luz de los datos y las características observadas) y calcular toma un nuevo significado en la construcción de un modelo geométrico.

La situación de aprendizaje analiza un contexto diferente de los tradicionales, que además puede hacerse tan cercano a las/os estudiantes como estos lo permitan. En el contexto propuesto, los elementos en juego que permiten tomar una decisión y resolver la situación son aquellos involucrados en el trabajo con figuras semejantes.

Explicaciones didácticas de la situación de aprendizaje

A continuación, se hará una descripción de la intencionalidad de las diferentes etapas de la situación de aprendizaje propuesta, cuyo objetivo consiste en usar la construcción de figuras semejantes y la identificación de sus características principales como una herramienta para la resolución e interpretación de una situación planteada en un contexto geométrico.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE: DIBUJANDO EN PERSPECTIVA

→ Etapa factual

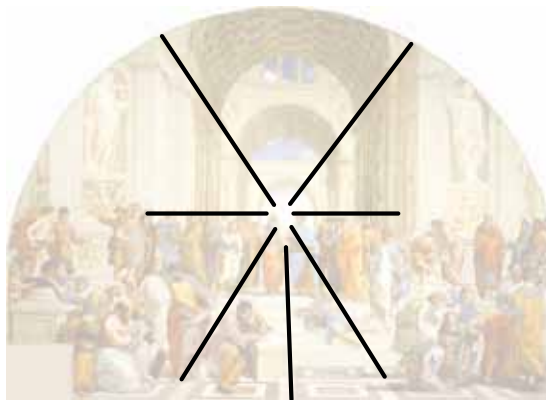
Tarea 1. ¿Qué es la perspectiva?



MOMENTO 1

Con esta actividad se busca familiarizar a los/as estudiantes con la práctica de referencia que da origen a la situación de aprendizaje: el arte. Podrán identificar que, mediante el trazado de líneas horizontales, verticales y otras líneas que parten de un punto central (punto de fuga), puede crearse la ilusión de perspectiva en un dibujo o pintura. Es importante que tracen las líneas indicadas para que logren comprender la función que juegan algunas de ellas en la composición artística completa.

1. Raffaello Sanzio Da Urbino fue uno de los primeros artistas en usar la técnica de perspectiva en su obra *La escuela de Atenas*. A continuación se muestran algunas de las líneas de perspectiva que utilizó para crear su ícono.



a) Sacá una fotocopia de la imagen de la izquierda (o podés sacarle una foto e imprimirla) y pegala en tu carpeta. Luego, realizá una copia de las líneas de perspectiva que se muestran en la imagen derecha sobre la que pegaste en tu carpeta.

b) ¿Identificaste alguna regularidad al trazar las líneas? ¿Cuáles?

c) Marcá de un color diferente las líneas que dividen el techo y el piso.

MOMENTO 2

En este momento las/os estudiantes enfrentarán la necesidad de poner atención en las medidas de las baldosas que dibujen para mantener la perspectiva de las figuras cuadradas. Será importante que entiendan la relevancia de conservar la forma cuadrada de las baldosas. Una manera de lograrlo puede ser mediante el análisis en conjunto de las producciones del grupo y la exposición de las diferentes estrategias de solución, destacando aquellas que lograron el mejor resultado.

- 2.** Observá la siguiente imagen. Este podría ser el pasillo de tu escuela. Este tiene un característico piso cuadriculado. ¿Es verdad?



- a)** En la imagen hace falta dibujar algunas baldosas. ¿Qué conviene hacer para trazarlas? ¿Podrías trazarlas con lo que tenés a la mano?



- b)** Sacá una fotocopia de la imagen (o sacale una foto e imprimila) y pegala en tu carpeta. Trazá las baldosas que faltan y comentá con tus compañeros qué diferencias y/o similitudes tienen las baldosas que están más lejos, con las que se ven más cerca.

SIMILITUDES	DIFERENCIAS

→ Etapa procedimental

Tarea 2. Estrategias de la perspectiva

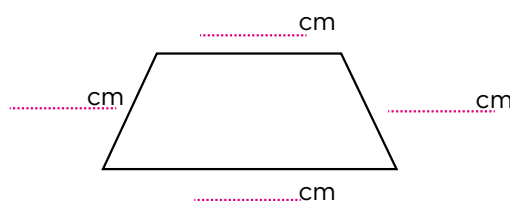
MOMENTO 1

En el caso de que en la etapa anterior no haya surgido la estrategia de tomar medidas, en esta etapa se comenzará por dirigir la atención de los/as estudiantes hacia la representación obtenida del cuadrado dentro del dibujo en perspectiva, pues esta no es cuadrada, sino que tiene forma de trapecio. Puede surgir en algunas/os estudiantes la necesidad de comparar ciertas medidas entre sí y encontrar una relación entre el tamaño de la base menor y el de la base mayor.

1. Mencionamos en un inicio que las baldosas son cuadradas.

a) ¿Cómo son las medidas en un cuadrado? ¿Qué características tiene esta figura geométrica?

b) Reproducí la siguiente imagen en tu carpeta. Luego, medí uno de los mosaicos que dibujaste y colocá estas medidas en la imagen.



c) ¿Por qué obtuviste esas medidas? ¿Podría haber contradicciones con tu respuesta a la pregunta del primer ítem?

d) ¿Qué estrategia te permitió dibujar la primera fila de baldosas?

e) ¿Qué estrategia te permitió dibujar la segunda y la tercera fila?

f) ¿Podrías dibujar una cuarta fila? ¿Por qué? Intentalo si aún no lo hiciste.

MOMENTO 2

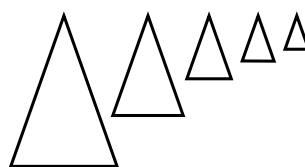
Se espera que, además de los trapecios, los/as estudiantes identifiquen diferentes tipos de triángulos (isósceles y escalenos), y familias de triángulos que se forman al construir cada fila de baldosas. Identificarán que el triángulo es la figura fundamental para realizar un dibujo en perspectiva. Se guiará su reflexión para que vean que las familias de triángulos identificadas guardan ciertas relaciones entre sí, es decir, tienen ángulos iguales y lados correspondientes proporcionales.

2. ¿Qué figuras geométricas aparecen en el dibujo del piso en perspectiva que hiciste en el ítem b de la tarea 1? Trazá las que encuentres en tu dibujo que pegaste previamente en tu carpeta. Una pista: ¿hay triángulos?, ¿hay círculos?, ¿cuáles ves?

a) ¿Qué figura se forma desde el punto donde se cruzan las líneas de perspectiva a cada uno de los cuadrados?

b) ¿Cuántos tipos de triángulos se formaron en el dibujo? ¿Cuáles?

c) ¿Qué tienen en común los triángulos que se han formado?



d) ¿Cómo son los ángulos de los triángulos que se formaron?



e) ¿Qué tan grande es el lado de uno de los triángulos comparado con el lado del triángulo que se formó con la baldosa anterior? ¿Puede ser que el lado de uno de los triángulos sea 1,5 veces el anterior?

→ Etapa simbólica

Tarea 3. Construcción de escenarios en perspectiva

MOMENTO 1

En este momento se pretende identificar una relación entre la distancia al punto de fuga y las líneas de perspectiva. Es decir, cuanto más cerca de este punto esté el personaje, más pequeño se verá. ¿Cómo elegir el punto ideal? La estrategia principal será la estimación, pero se espera que dé paso a la reflexión considerando los elementos analizados antes.

1. Si quisieras incluir a una persona de tu edad en tu dibujo en perspectiva, ¿de qué tamaño deberías dibujarla?

a) Sacá una fotocopia de la imagen del pasillo y de la persona que aparece a un costado (o sacale una foto e imprimila). Recortá de la fotocopia a la persona y pegá la imagen del pasillo en tu carpeta.



MOMENTO 2

Colocar a una persona a una distancia muy cercana al punto donde se unen las líneas de perspectiva sería algo imposible, pues la persona sobrepasaría las líneas del techo. Posicionarla muy cerca del observador la haría parecer muy pequeña. De este modo, se reta a las/os estudiantes a crear la estrategia ideal que dé realismo a su dibujo.

2. En la siguiente figura se proponen cuatro posiciones para la persona.



- a)** ¿En cuál de estas posiciones colocarías a la persona? Podés hacer algunas pruebas para decidir.
- b)** ¿Qué te ayudó a tomar tu decisión?

MOMENTO 3

Los/as estudiantes deberán utilizar una regla graduada para medir la figura proporcionada de la planta, así como la longitud desde el centro del dibujo a lo largo de la línea de perspectiva hasta la planta. Se espera que, al hablar de una planta ubicada justo a la mitad, se relacione con un tamaño que es la mitad del original. De la misma forma, con aquella planta ubicada a una tercera parte y a dos terceras partes.

3. Sobre la pared que está a la derecha de la imagen (que está un poco vacía), se decide agregar algunas plantas artificiales, todas iguales entre sí. La primera planta se coloca justo al comienzo del dibujo. Si quisieras agregar otra que quede ubicada justo en el punto medio entre la primera planta y el punto donde se cruzan las líneas, ¿cuál debería ser su tamaño? Dibujala en tu esquema.



a) Los siguientes datos corresponden a diferentes posiciones para el dibujo de una planta en este pasillo. Completá los datos que faltan en la tabla:

POSICIÓN A LO LARGO DE LA LÍNEA DE PERSPECTIVA	MEDIDA DE LA PLANTA (EN CM)
En el último cuadro dibujado	
A la mitad ($\frac{1}{2}$) de la línea de perspectiva	
A dos terceras partes ($\frac{2}{3}$) del vértice donde se cruzan las líneas	
A una tercera parte ($\frac{1}{3}$) del vértice donde se cruzan las líneas	

b) ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para dibujar este nuevo elemento?

c) Dibujá sobre la imagen anterior cualquier otro elemento que podría estar en el pasillo (por ejemplo, otra persona, una silla, un tablero de anuncios, etcétera).



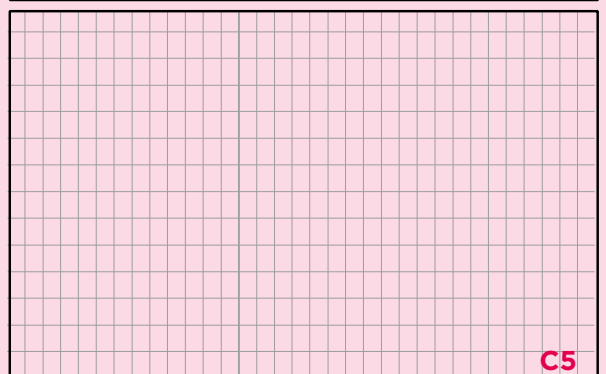
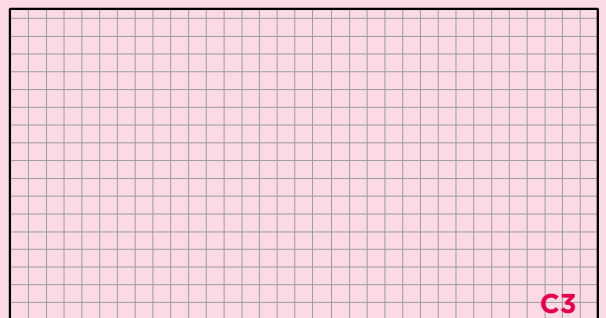
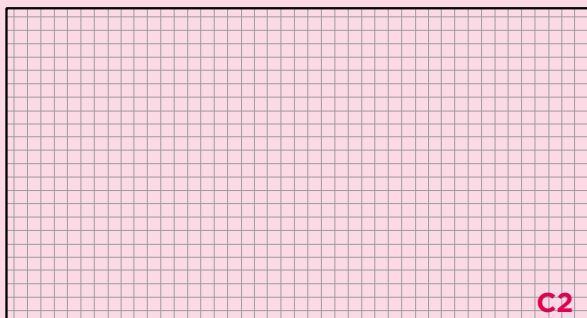
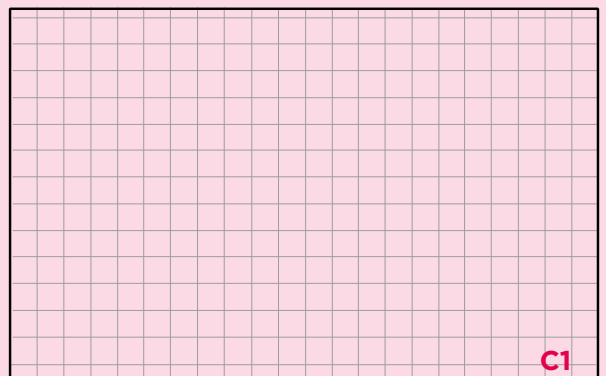
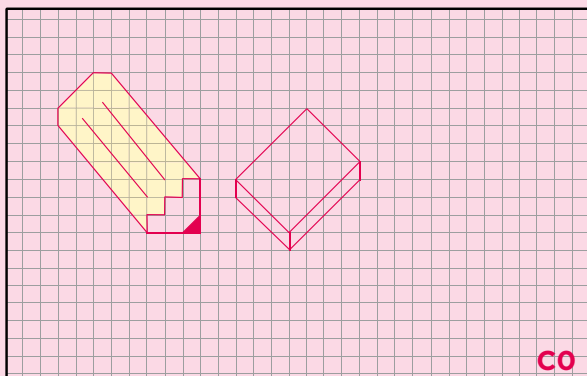
d) ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para dibujar este nuevo elemento?

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE COMPLEMENTARIA: IGUALES O DIFERENTES

Tarea 1. Dibujando sobre cuadrículas

→ Momento 1

1. Fotocopiá las siguientes cuadrículas. Luego reproducí el dibujo de C0 en las demás cuadrículas vacías usando los puntos de la cuadrícula original para orientarte.



➔ Momento 2

2. Compará los dibujos que hiciste y analizá su forma y tamaño.

a) La forma.

- I.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C1 respecto al original?
- II.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C2 respecto al original?
- III.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C3 respecto al original?
- IV.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C4 respecto al original?
- V.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C5 respecto al original?
- VI.** ¿A qué creés que se deba este hecho? ¿Considerás que tiene algo que ver con la cuadrícula? ¿Por qué?

➔ Momento 3

b) El tamaño.

- I.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C1 respecto al original?
- II.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C2 respecto al original?
- III.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C3 respecto al original?
- IV.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C4 respecto al original?
- V.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C5 respecto al original?
- VI.** ¿A qué creés que se deba este hecho? ¿Considerás que tiene algo que ver con la cuadrícula? ¿Por qué?

Intención de la tarea

La tarea plantea analizar la conservación de la forma y el cambio en el tamaño, a través de la comparación entre figuras semejantes.

Intención del momento 1. Se propone reproducir una figura con la ayuda de algunas cuadrículas. Las cuadrículas C1, C2 y C3 guardan cierta relación con la cuadrícula sobre la cual se presenta la figura inicial. Estas cuadrículas permiten la reproducción de la figura conservando su forma; mientras que las cuadrículas C4 y C5 distorsionan la forma. En este momento no se solicita un análisis de lo que se está haciendo, sino que se pretende la búsqueda de estrategias para resolver la tarea planteada: “reproducir una imagen”. ¿Qué debo considerar? ¿Cuál será mi guía? ¿Cómo voy a comprobar que es una reproducción de la original?

Intención del momento 2. En este momento se comparan las figuras reproducidas en las cuadrículas con la original, con la intención de enfatizar que la forma de las figuras en las cuadrículas C1, C2 y C3 es la misma mientras que la forma se distorsiona en las cuadrículas C4 y C5.

Intención del momento 3. Se plantea la comparación de los tamaños de las figuras reproducidas en las cuadrículas respecto del tamaño de la figura original, con la intención de enfatizar que, aunque la forma de las figuras es la misma en algunas cuadrículas, el tamaño cambia.

Tarea 2. ¿Copia, ampliación o reducción?

➔ Momento 1

Tomá en cuenta los dibujos realizados en la tarea 1.

1. ¿Cuáles de los dibujos realizados dirías que son una copia del dibujo original? ¿Por qué?

a) ¿Qué características del original debería tener una copia de este?

2. ¿Cuáles de los dibujos realizados dirías que son una ampliación o reducción del dibujo original? ¿Por qué?

a) ¿Qué características del original debería tener una ampliación o reducción de este?



3. ¿Cuáles de los dibujos realizados dirías que no representan una ampliación o reducción del dibujo original? ¿Por qué?

Intención de la tarea

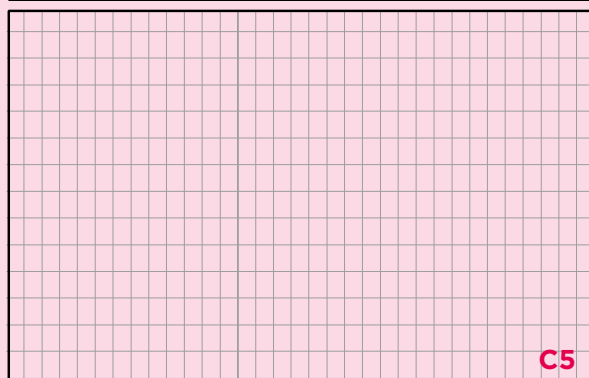
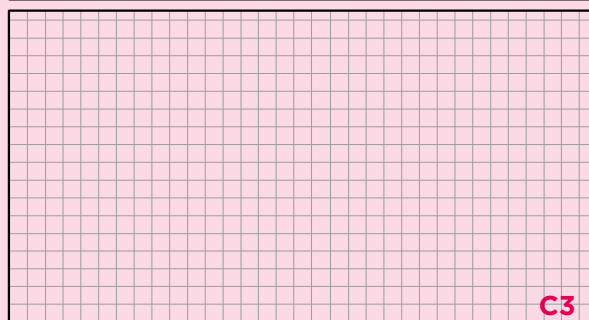
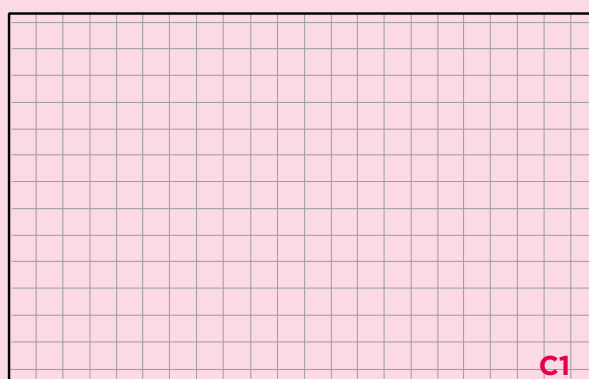
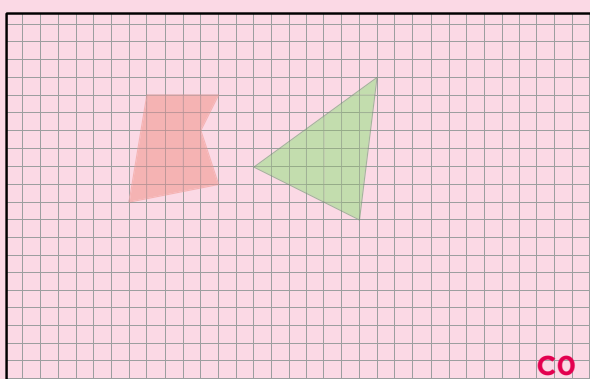
En este apartado se plantea la identificación de las características de una copia o de una ampliación. A diferencia de la tarea 1, se solicita una reflexión sobre las estrategias usadas y un análisis de su funcionalidad.

Intención del momento 1. A partir de los dibujos y las comparaciones realizadas en la Tarea 1 se plantean interrogantes orientadas al análisis de las características de las figuras que permiten saber si es una copia, una ampliación o una reducción.

Tarea 3. Más dibujos sobre cuadrículas

➔ Momento 1

1. Fotocopiá las siguientes cuadrículas. Luego reproducí el dibujo de C0 en las demás cuadrículas vacías usando los puntos de la cuadrícula original para orientarte.



➔ Momento 2

2. Comparará los dibujos realizados anteriormente y analizará su forma y tamaño.

a) La forma.

- I.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C1 respecto al original?
- II.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C2 respecto al original?
- III.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C3 respecto al original?
- IV.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C4 respecto al original?
- V.** ¿Cómo es la forma del dibujo que realizaste en C5 respecto al original?
- VI.** ¿A qué creés que se deba este hecho? ¿Considerás que tiene algo que ver con la cuadrícula? ¿Por qué?

➔ Momento 3

b) El tamaño.

- I.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C1 respecto al original?
- II.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C2 respecto al original?
- III.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C3 respecto al original?
- IV.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C4 respecto al original?
- V.** ¿Cómo es el tamaño del dibujo que realizaste en C5 respecto al original?
- VI.** ¿A qué creés que se deba este hecho? ¿Considerás que tiene algo que ver con la cuadrícula? ¿Por qué?

Intención de la tarea

Esta tarea tiene la misma intención que la tarea 1, pero para el caso específico de los polígonos, debido a que permite un análisis de las relaciones entre elementos correspondientes de las figuras. Comienza con una aproximación a la noción de semejanza.

Intención del momento 1. Se plantea la misma actividad que en la tarea 1, esta vez con polígonos, con la finalidad de analizar los elementos de este tipo de figuras que se mantienen invariantes y aquellos que cambian al contrastar figuras similares.

Intención del momento 2. Se enfoca la atención en la comparación de la forma de las figuras dibujadas en las cuadrículas C1, C2, y C3 con la forma de las originales, con la intención de enfatizar que la forma de las figuras es la misma, sin importar la cuadrícula. Esto debido a que los ángulos correspondientes de figuras similares se mantienen iguales, conservando de esta manera la forma de las figuras.

Intención del momento 3. En este momento se busca la comparación de los tamaños de las figuras dibujadas en las cuadrículas C1, C2, y C3 con los tamaños de las figuras originales, con la intención de enfatizar que el tamaño de las figuras similares (que serán llamadas semejantes luego) es diferente, debido al cambio de tamaño de cada cuadrícula.

Tarea 4. Los elementos

Enfocate en los elementos (lados y ángulos) que componen cada figura.

1. Considerá las figuras originales y las que dibujaste en la cuadrícula C1 durante la tarea 3.

➔ Momento 1

a) Tomá un lado de la figura rosa y comparalo con su correspondiente en la figura construida en la cuadrícula C1. ¿Tienen la misma longitud? ¿Cómo explicás este hecho?

➔ Momento 2

b) Tomá un ángulo de la figura rosa y comparalo con su correspondiente en la figura construida en la cuadrícula C1. ¿Tienen la misma amplitud? ¿Cómo explicás este hecho?

➔ Momento 3

c) ¿Pasará lo mismo con todos los demás lados y ángulos correspondientes de la figura rosa y su semejante en la cuadrícula C1? ¿A qué considerás que se deba este hecho?

➔ Momento 4

d) ¿Qué pasará con los elementos de la figura verde y sus correspondientes en la figura semejante que construiste en la cuadrícula C1?

Intención de la tarea

En esta tarea se toman dos parejas de figuras similares: la figura rosa y su similar dibujada en la cuadrícula C1, para enfocarse en la comparación de sus elementos (lados y ángulos), buscando establecer la relación que guardan entre correspondientes.

Intención del momento 1. En este momento la pregunta está orientada a establecer la relación entre lados correspondientes de figuras similares (lado 1 de la figura rosa con el lado 1 de la figura similar en la cuadrícula C1). Esta relación tiene que ver con el cambio de tamaño en las cuadrículas.

Intención del momento 2. En este momento la pregunta está orientada a establecer la relación entre ángulos correspondientes de figuras similares (ángulo A de la figura rosa con el ángulo A de la figura similar en la cuadrícula C1). Esta relación es independiente del cambio de tamaño de la cuadrícula.

Intención del momento 3. En este momento se lanza la pregunta para establecer la relación entre los demás elementos correspondientes de figuras similares (los restantes de la figura rosa con los restantes de la figura similar en la cuadrícula C1). Es importante enfatizar que la relación entre los lados correspondientes de las figuras similares es la misma o se mantiene invariante, es decir, que el lado 1 de la figura dibujada en la cuadrícula C1 excede al lado 1 de la figura rosa, en la misma proporción que los demás lados de la figura en la cuadrícula C1 exceden a sus correspondientes de la figura rosa.

Intención del momento 4. Con esta interrogante se plantea la comparación entre los elementos de la otra figura en las cuadrículas correspondientes.

CÓMO EVALUAR LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN DE LOS/AS ESTUDIANTES

Con el correr de los años, la evaluación en la escuela se convirtió en un criterio de acreditación y quedó relegada a la “prueba escrita”. Sin embargo, la evaluación tiene distintos aspectos importantes en la escuela que no solo implican la acreditación.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el estado de los saberes de los alumnos, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades. (ME, 2012)

Se considera entonces la evaluación formativa. Se llama así a un procedimiento usado por los/as docentes para adaptar un proceso didáctico a los progresos y necesidades observados en los/as estudiantes. De este modo se puede recoger información mientras los procesos se desarrollan con el fin de detectar logros, puntos débiles, identificar errores y posibles causas y poder tomar así decisiones respecto a lo que se enseña, cuándo y cómo se lo enseña.

Desde este punto de vista, cuando el/la estudiante no aprende no es solo debido a que no estudia, sino que puede ser atribuido y analizado desde múltiples factores como las actividades propuestas, los recursos utilizados, etc.

La evaluación formativa se construye a partir de la observación y conversación con los/as estudiantes y también analizando sus producciones. Esta evaluación brinda a los/as alumnos/as información para desarrollar una mayor autonomía y autorregulación de sus aprendizajes. También permite a los/as docentes adaptar las estrategias de enseñanza y los recursos utilizados a las características y necesidades individuales de los/as estudiantes.

En síntesis, la evaluación formativa sirve para que:

- los/as docentes
 - conozcan mejor a los/as estudiantes;
 - planifiquen su enseñanza ajustando el ritmo y presentación de los desafíos de aprendizajes a las características de los/as estudiantes;

- los/as estudiantes
 - comprendan la forma en la que aprenden mejor;
 - mejoren su aprendizaje;
 - se autoevalúen y comprendan cuán bien aprendieron.

Uno de los objetivos a lograr es entonces proponer actividades que permitan apropiarse de la metacognición, es decir, la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje. Para ello es necesario presentar a los/as estudiantes actividades que les permitan dar cuenta de sus aprendizajes. Es posible pensar en preguntas como:

- ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos que te resultaron claves para resolver la actividad?
- ¿Cuáles son las estrategias que te resultaron complejas? ¿Cuáles te resultaron fáciles?
- ¿Qué aspectos de esta actividad podés guardarte para usarlos en otras?
- ¿Cuáles son las consignas que te resultaron difíciles? ¿Podrías descubrir el motivo por la que fueron difíciles?
- ¿Qué aprendiste hoy? ¿Qué conceptos no terminaste de entender?

Es fundamental que los/as estudiantes contesten estas preguntas de modo escrito y puedan recurrir a ellas luego de distintas secuencias didácticas. De este modo, todo lo expuesto se vuelve parte de sus aprendizajes y favorece el logro de la autonomía en la resolución.

Finalmente, para que la evaluación permita lograr los objetivos planteados, es necesario explicitar los criterios adoptados a los/as estudiantes. Según Toranzos (2014), esto permite:

- a. la necesaria transparencia de los procesos de evaluación;
- b. el resaltar el papel de la evaluación como un elemento que contribuye al desarrollo de procesos metacognitivos, es decir de reflexión activa de los alumnos sobre su propio proceso de aprendizaje.

Una forma de lograr todos los objetivos propuestos anteriormente es mediante el armado de rúbricas. Una rúbrica es una guía usada en la evaluación del desempeño de los/as estudiantes que describe las características específicas de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento. Se arma para clarificar lo que se espera del trabajo del estudiante y facilitar así la retroalimentación.

A partir de una rúbrica bien hecha, se logra:

- informar a los/as estudiantes acerca de sus saberes;
- fomentar el aprendizaje autónomo y la autoevaluación;
- anticipar los criterios de evaluación;
- promover la responsabilidad de los/as estudiantes frente a sus aprendizajes.

Para estos materiales, una rúbrica posible podría ser:

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Entiende los enunciados de las situaciones				
Puede leer la información escrita en distintos registros de representación				
Logra observar las distintas figuras que aparecen en la imagen				
Puede comprender el concepto de proporcionalidad que involucra los dibujos en perspectiva				
Comprende que los objetos están dibujados a escala y puede ubicar otros con la misma proporción				
Escucha y aprende de los debates áulicos				
Argumenta sus posturas con claridad				
Logra comprender sus errores y comenzar a partir de ellos				

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Briceño, C. y Alamillo, L. (2016). “Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria”. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8 (15), 11-131.

Martínez, R. y Olaizola, A. (2013). “La geometrización de la pintura en el Renacimiento: El contexto cultural”. *Miscelánea Matemática*, 57 (1), 39-62.

Ministerio de Educación (2011). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2012). *Cuadernos para el aula. Matemática 4*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2013). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. 2° Ciclo Básico Educación Secundaria 1° y 2°, 2° y 3° Años*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2018). *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios de Matemática*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Montiel, G. y Jacome, G. (2014). “Significado trigonométrico en el profesor”. *Bolema*, 28 (50), 1193-1216.

Toranzos, L. V. (2014). “Evaluación educativa: hacia la construcción de un espacio de aprendizaje”. *Propuesta Educativa*, 41, 9-19. Buenos Aires: FLACSO.

DIBUJANDO EN PERSPECTIVA

A lo largo de la historia, los seres humanos han utilizado diferentes expresiones artísticas para representar la realidad.



1) Cueva de las Manos (Santa Cruz, 7350 a. C.).



2) Aquiles y Ajax jugando a los dados (s. IX-VIII a. C.).



3) Isla Maciel (Onofrio Pazienza, 1933).

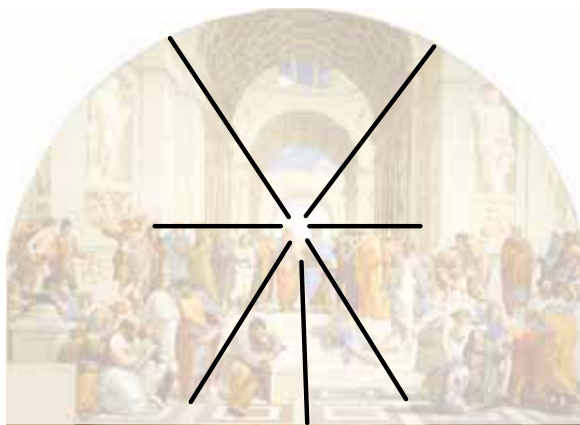
Si se observan las pinturas que aparecen en esta página con atención, se puede concluir que, al igual que muchos otros aspectos de la humanidad, el arte ha evolucionado notablemente a lo largo del tiempo. Estos cambios han sido acompañados por el desarrollo de herramientas y técnicas que han permitido la creación de obras cada vez más bellas y apegadas a la realidad.

Durante el Renacimiento (siglos XV y XVI) se desarrollaron una serie de reglas geométricas o técnicas que buscaban dar más realismo a las pinturas. Una de esas técnicas es la perspectiva.

En la actualidad, la perspectiva se considera “un sistema de representación que intenta reproducir en una superficie bidimensional (plana) la profundidad del espacio y la imagen tridimensional con que aparecen las formas a la vista” (RAE). La perspectiva lineal permite representar en un dibujo las tres dimensiones (largo, ancho y altura) tomando como base líneas que parten de un punto común.

TAREA 1. ¿Qué es la perspectiva?

1. Raffaello Sanzio Da Urbino fue uno de los primeros artistas en usar la técnica de perspectiva en su obra *La escuela de Atenas*. A continuación se muestran algunas de las líneas de perspectiva que utilizó para crear su ícono.



a) Sacá una fotocopia de la imagen de la izquierda (o podés sacarle una foto e imprimirla) y pegala en tu carpeta. Luego, realizá una copia de las líneas de perspectiva que se muestran en la imagen derecha sobre la que pegaste en tu carpeta.

b) ¿Identificaste alguna regularidad al trazar las líneas? ¿Cuáles?

c) Marcá de un color diferente las líneas que dividen el techo y el piso.

2. Observá la siguiente imagen. Este podría ser el pasillo de tu escuela. Este tiene un característico piso cuadriculado. ¿Es verdad?



a) En la imagen hace falta dibujar algunas baldosas. ¿Qué conviene hacer para trazarlas? ¿Podrías trazarlas con lo que tenés a la mano?



b) Sacá una fotocopia de la imagen (o sacale una foto e imprimila) y pegala en tu carpeta. Trazá las baldosas que faltan y comentá con tus compañeros qué diferencias y/o similitudes tienen las baldosas que están más lejos, con las que se ven más cerca.

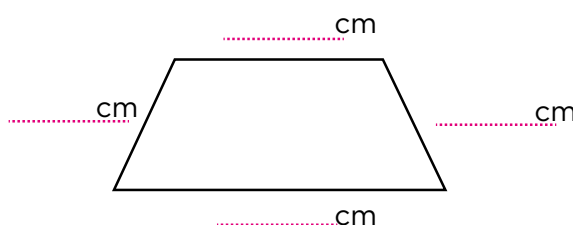
SIMILITUDES	DIFERENCIAS

TAREA 2. Estrategias de la perspectiva

1. Mencionamos en un inicio que las baldosas son cuadradas.

a) ¿Cómo son las medidas en un cuadrado? ¿Qué características tiene esta figura geométrica?

b) Reproducí la siguiente imagen en tu carpeta. Luego, medí uno de los mosaicos que dibujaste y colocá estas medidas en la imagen.



c) ¿Por qué obtuviste esas medidas? ¿Podría haber contradicciones con tu respuesta a la pregunta del primer ítem?

d) ¿Qué estrategia te permitió dibujar la primera fila de baldosas?

e) ¿Qué estrategia te permitió dibujar la segunda y la tercera fila?

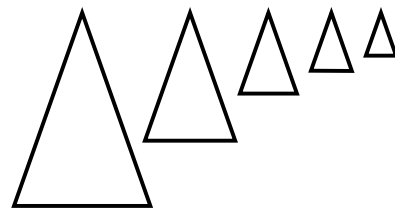
f) ¿Podrías dibujar una cuarta fila? ¿Por qué? Intentalo si aún no lo hiciste.

2. ¿Qué figuras geométricas aparecen en el dibujo del piso en perspectiva que hiciste en el ítem b de la tarea 1? Trazá las que encuentres en tu dibujo que pegaste previamente en tu carpeta. Una pista: ¿hay triángulos?, ¿hay círculos?, ¿cuáles ves?

a) ¿Qué figura se forma desde el punto donde se cruzan las líneas de perspectiva a cada uno de los cuadrados?

b) ¿Cuántos tipos de triángulos se formaron en el dibujo? ¿Cuáles?

c) ¿Qué tienen en común los triángulos que se han formado?



d) ¿Cómo son los ángulos de los triángulos que se formaron?



e) ¿Qué tan grande es el lado de uno de los triángulos comparado con el lado del triángulo que se formó con la baldosa anterior? ¿Puede ser que el lado de uno de los triángulos sea 1,5 veces el anterior?

TAREA 3. Construcción de escenarios en perspectiva

1. Si quisieras incluir a una persona de tu edad en tu dibujo en perspectiva, ¿de qué tamaño deberías dibujarla?

a) Sacá una fotocopia de la imagen del pasillo y de la persona que aparece a un costado (o sacale una foto e imprimila). Recortá de la fotocopia a la persona y pegá la imagen del pasillo en tu carpeta.



Luego, colocá la figura de la persona recortada en diferentes posiciones sobre la imagen del pasillo que pegaste previamente en tu carpeta.

b) ¿Qué pasa si colocás a la persona muy cerca del punto donde se juntan las líneas de perspectiva (al centro de la imagen)?

c) ¿Qué pasa si la colocás en la última fila de baldosas?

d) ¿Qué elementos tenés que considerar para elegir la posición ideal?

2. En la siguiente figura se proponen cuatro posiciones para la persona.



a) ¿En cuál de estas posiciones colocarías a la persona? Podés hacer algunas pruebas para decidir.

b) ¿Qué te ayudó a tomar tu decisión?

3. Sobre la pared que está a la derecha de la imagen (que está un poco vacía), se decide agregar algunas plantas artificiales, todas iguales entre sí. La primera planta se coloca justo al comienzo del dibujo. Si quisieras agregar otra que quede ubicada justo en el punto medio entre la primera planta y el punto donde se cruzan las líneas, ¿cuál debería ser su tamaño? Dibujala en tu esquema.



a) Los siguientes datos corresponden a diferentes posiciones para el dibujo de una planta en este pasillo. Completá los datos que faltan en la tabla:

POSICIÓN A LO LARGO DE LA LÍNEA DE PERSPECTIVA	MEDIDA DE LA PLANTA (EN CM)
En el último cuadro dibujado	
A la mitad ($\frac{1}{2}$) de la línea de perspectiva	
A dos terceras partes ($\frac{2}{3}$) del vértice donde se cruzan las líneas	
A una tercera parte ($\frac{1}{3}$) del vértice donde se cruzan las líneas	

b) ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para dibujar este nuevo elemento?

c) Dibujá sobre la imagen anterior cualquier otro elemento que podría estar en el pasillo (por ejemplo, otra persona, una silla, un tablero de anuncios, etcétera).



d) ¿Cuál fue la estrategia que utilizaste para dibujar este nuevo elemento?

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

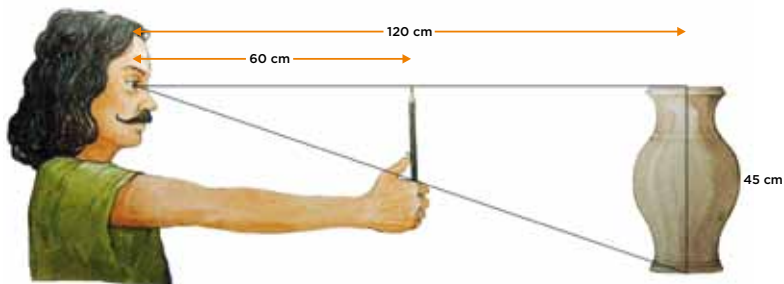
ACTIVIDAD 1.

Una estrategia de dibujo

Un método sencillo que se utiliza en la pintura para realizar obras con las proporciones correctas consiste en usar un lápiz como regla. Se selecciona el objeto que se desea dibujar y, con la punta del lápiz hacia arriba y el brazo bien estirado, se alinea el lápiz con la parte superior del objeto y el dedo con la parte inferior. La medida tomada con el lápiz indicará la correspondiente en el dibujo.

1. En la imagen que se muestra a continuación, la punta del lápiz está a 60 cm del ojo del artista y el jarrón a 120 cm. Si el jarrón tiene una medida de 45 cm, ¿qué medida tendrá el jarrón en el lienzo del artista?

- a) 90 cm
- b) 10 cm
- c) 22,5 cm
- d) 12 cm

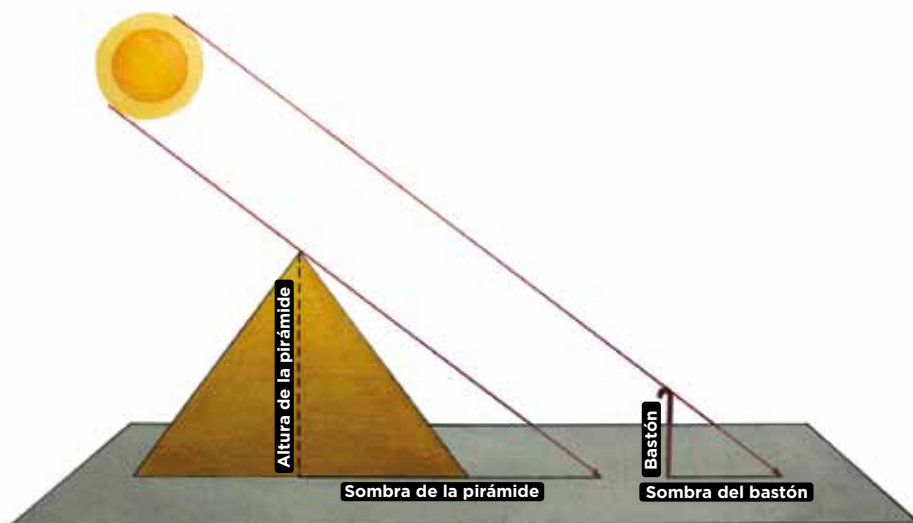


ACTIVIDAD 2.

¿Qué tan alta es la pirámide de Keops?

Tales de Mileto (un filósofo griego que vivió en el siglo IV a.C.) utilizó un método similar al del lápiz para determinar la altura de la pirámide de Keops más de 2.000 años después de su construcción.

Tales usó su bastón y las sombras producidas por los rayos del sol, sabiendo que a cierta hora del día las sombras de los objetos tienen la misma longitud que sus alturas. Su razonamiento se muestra en el siguiente esquema.



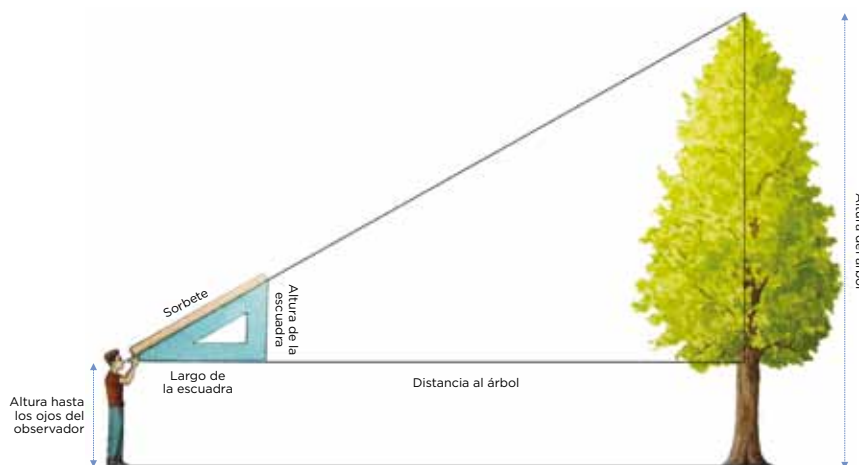
- a)** ¿Cómo es el triángulo que se forma con la altura de la pirámide y su sombra comparado con el triángulo que se forma con la altura del bastón y su respectiva sombra?
- b)** ¿Qué relación podés encontrar entre la estrategia usada por Tales y lo que ocurrió con las baldosas al dibujar la escena en perspectiva en las actividades anteriores?
- c)** Suponiendo que a cierta hora del día el bastón mide 1,5 m, su sombra 1,5 m y la sombra de la pirámide es de 139 m, ¿cómo resolverías el enigma de la altura de la pirámide? ¿Cuánto debería medir la pirámide aproximadamente?
- d)** ¿Por qué creés que le funcionó esta estrategia de medición a Tales de Mileto hace casi 2.500 años?

ACTIVIDAD 3.

Altura del árbol

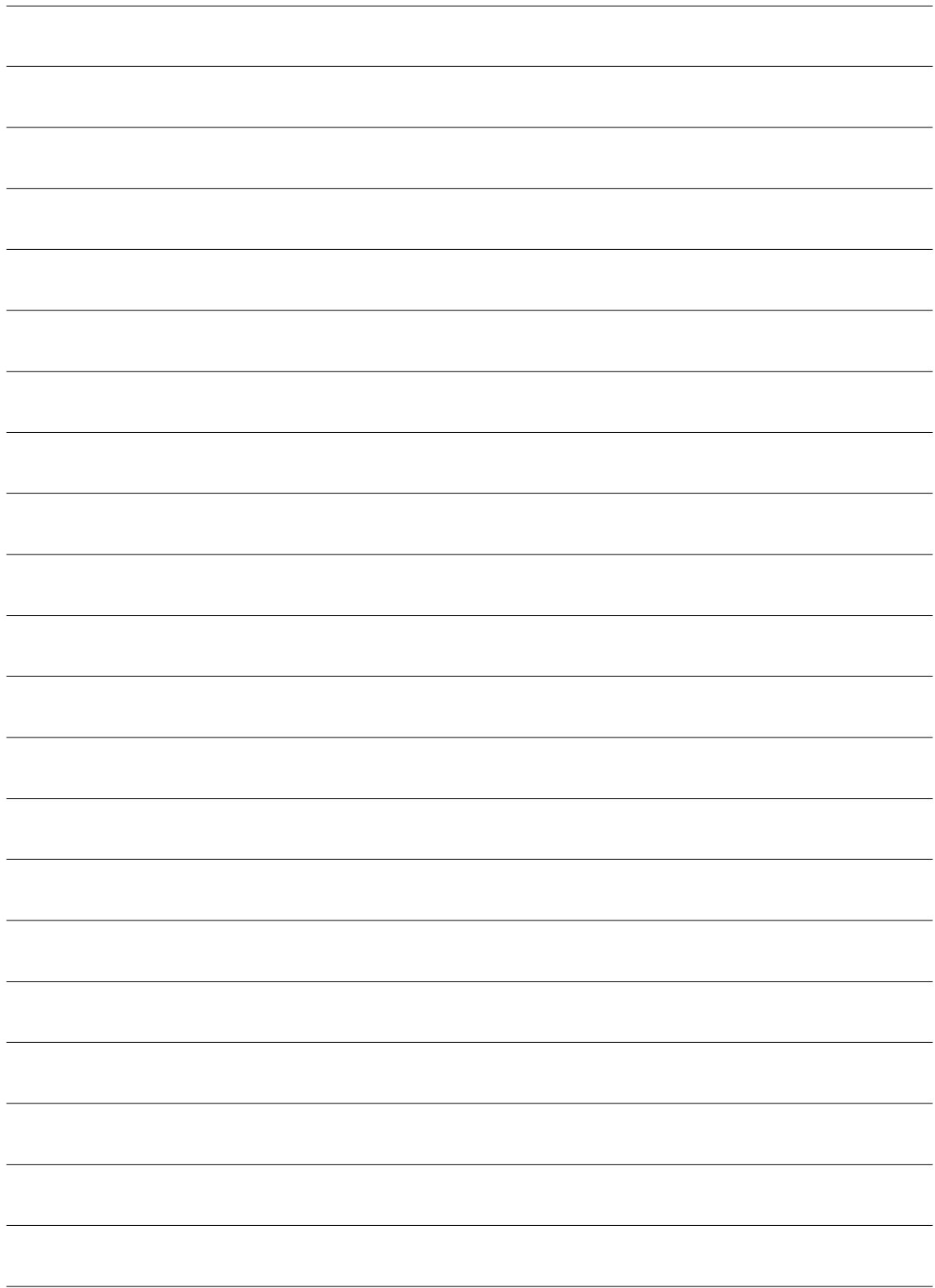
¿Qué ocurre cuando se quieren medir alturas que no pueden medirse directamente, como el caso de la altura de la pirámide de Keops? ¿Conocés algo que quisieras medir pero que no se puede hacer directamente por ser inaccesible? En esos casos es necesario recurrir a otras estrategias. A continuación, se muestra un método para medir la altura de un árbol utilizando una escuadra y un sorbete.

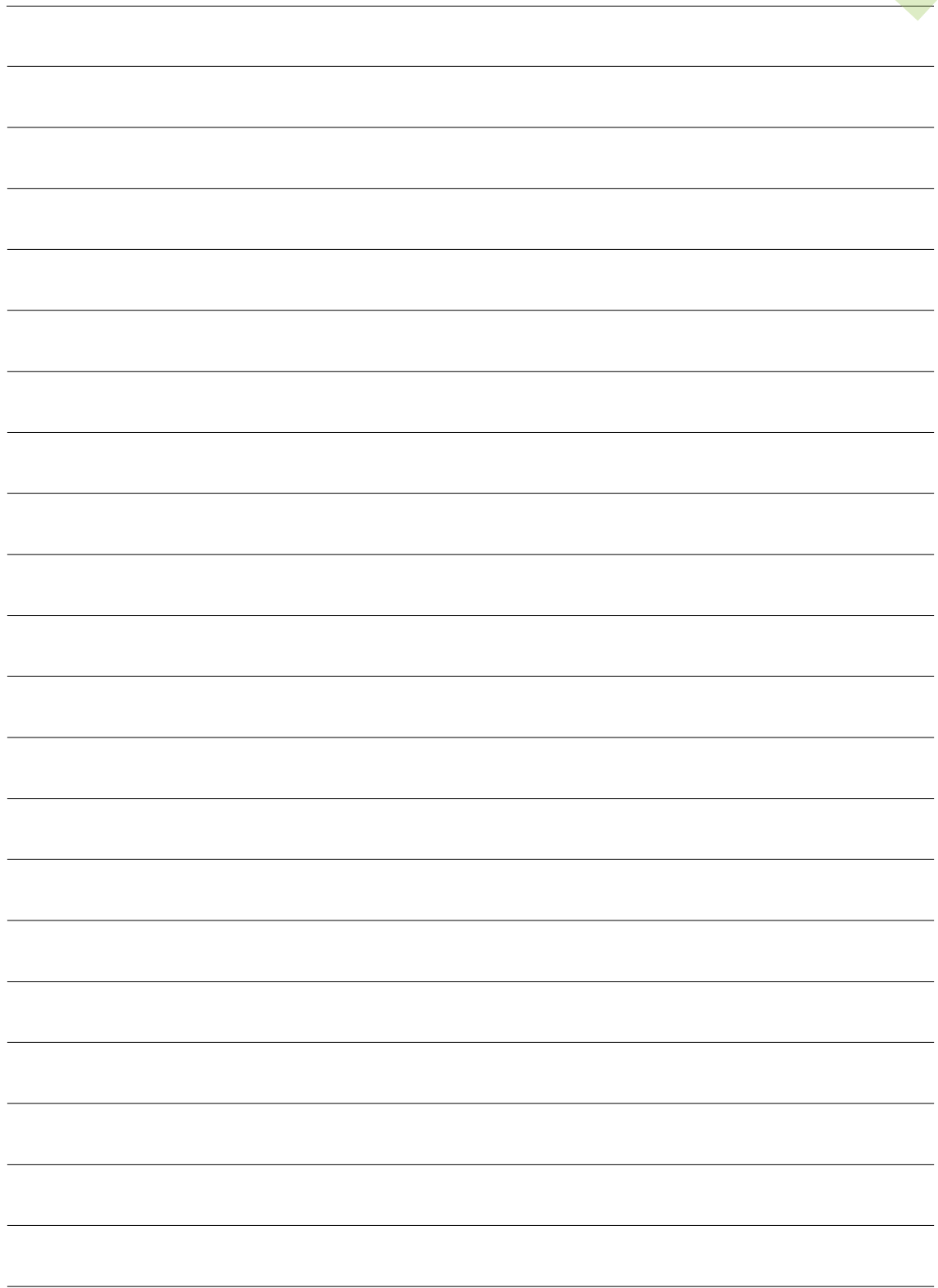
Para determinar la altura del árbol usando este método, agarrás tu escuadra y colocás un sorbete sobre su lado más largo. Luego, tratando de mantener el cateto mayor de la escuadra horizontal, mirás por el orificio del sorbete y comenzás a caminar alejándote del árbol hasta ver su cima; allí te detenés y marcás el lugar donde estás parado. Finalmente, medís la distancia desde la marca hasta el árbol.

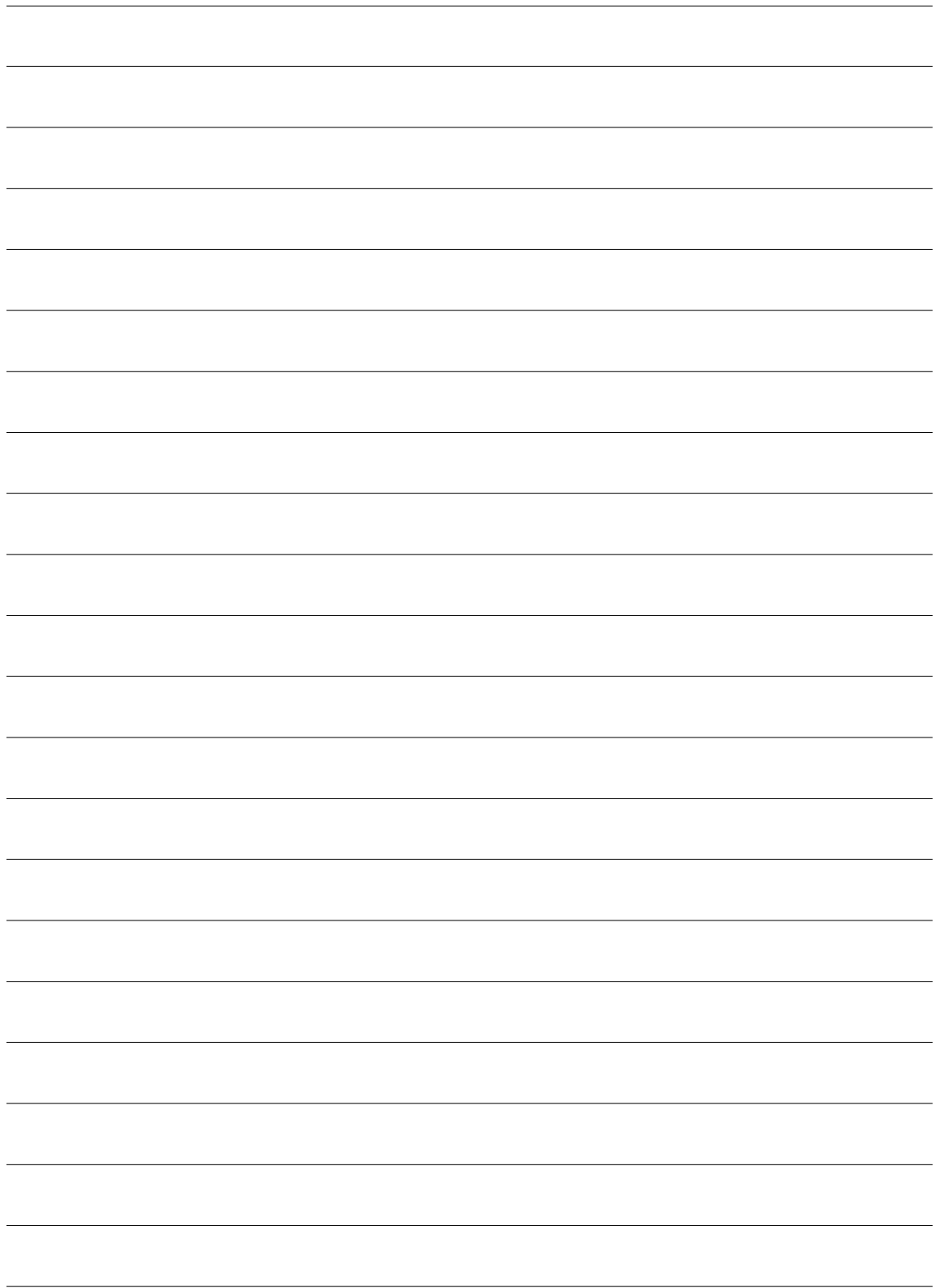


- a)** ¿Cómo es el triángulo formado por la distancia al árbol y la altura de este comparado con el triángulo de tu escuadra?
- b)** ¿Por qué es importante medir los lados de la escuadra?
- c)** ¿Qué relación podés encontrar entre esta estrategia y lo que ocurrió con las baldosas al dibujar la escena en perspectiva en las actividades anteriores?
- d)** ¿Qué importancia tiene la altura del observador en la aplicación de este método?

[illegible]







+INNOVACIÓN



+CREATIVIDAD



+EVOLUCIÓN

